TEV

Matematika



7 KLASĖ *1* dalis



TEV

Matematika



7 KLASĖ *2* dalis



Matematika tau+

7 KLASĖ

1 dalis

TEV

TURINYS

Praėjus beveik penkiolikai metų nuo pirmojo TEV vadovėlio pasirodymo, pristatome jau trečiąją savo matematikos vadovėlių seriją. Atnaujinus Pagrindinio ugdymo bendrąsias programas, teko peržiūrėti tiek vadovėlių turinį, tiek jų formą. Kartu pasistengėme į naująją seriją „Matematika Tau +“ perkelti ir atnaujintų programų dvasią.

Galbūt matematinės beletristikos mėgėjai mūsų vadovėliuose pasiges spalvingų piešinukų, pamokymų, kaip susikrauti kuprinę, dvasingų pokalbių „aplink“ matematiką. Tačiau juose ras daug **tikrosios matematikos***: įdomios ir patraukiančios, užkrečiančios ir viliojančios, įvairių poreikių ir skirtingos motyvacijos vaikams. Ir* ***realių taikymų****, ryšių su aplinkiniu pasauliu bei kitais mokomaisiais dalykais.*

Prieš skyriaus turinio puslapį yra įvadas, **kurio tikslas – patraukliai supažindinti su tema, nagrinėjama šiame skyriuje.**

Stipresniems mokiniams skirti skyreliai

Pateikiama skyriaus teorijos santrauka ir pavyzdžiai.

Uždavinių atverstiniai žinioms pagilinti ir įtvirtinti. Paskutiniai uždaviniai, pažymėti ženkleliu, skirti smalsesniems.

Baigiamieji skyreliai skirti:

- **Pasitikrinti, kaip pavyko suprasti ir įsiminti skyriuje nagrinėtus dalykus.**
- **Pasikartoti ankstesnę medžiagą ir pasirengti nagrinėti kitą skyrių.**

Po atverstinio „Pasitikriname“ grįžtama prie įvadiniame puslapyje nagrinėto klausimo.

4 **REIŠKINIAI**

Sugalvok skaičių

Sugalvok skaičių

Mes kuriame *vadovėlius, orientuotus į ateitį, skirtus šiuolaikiškiems vaikams ir kūrybingiems mokytojams. Kiekvienas TEV vadovėlių komplektas nuo šiol turės bent vieną kompiuterinę mokymo priemonę, kiekvieno vadovėlio kompiuterinę versiją bus galima rasti internete.*

Mes siekiame*, kad mokiniai ne tik skaitytų vadovėlio tekstą, bet ir dirbtų su vadovėliu, pasitelkę kompiuterines mokymo priemones, naudotųsi interneto ištekliais, bendrautų su mokytojais, taikant informacinių technologijų pasiekimus ugdymo procese.*

Mes norime*, kad mokytojai ne tik aktyviai naudotų prie vadovėlio priderintas papildomas mokymo priemones, bet ir patys tobulintų vadovėlio turinį, diferencijuotų mokymą, integruotų matematiką su kitais dalykais, naudodami mobilias interaktyvias kompiuterines (MIKO) knygas, kurios įeina į kiekvienos klasės vadovėlių komplektą.*

Įvado pabaigoje pateikiamos teminės užduotys ir trumpa skyriaus anotacija

Užduotis. Patikrinkite ir jūs, ar gausite 10, jei sugalvosite:
a) neigiamąjį skaičių; b) trupmeninį skaičių; c) skaičių 0.

Bet juk visų skaičių nepatikrinsi!? Kaip įsitikinti, kad rezultatas nepriklauso nuo sugalvoto skaičiaus?

Atsakymą į šį klausimą sužinosite šiame skyriuje.

Šiame skyriuje:

- prisiminsite, kas yra raidinis reiškinys;
- išmoksite sudaryti raidinį reiškinį bei apskaičiuoti jo reikšmes;
- sužinosite, koks raidinis reiškinys vadinamas vienanariu, o koks — daugianariu;
- išmoksite pertvarkyti raidinius reiškinius.

Pagrindinių skyrelių atverstiniai, skirti visiems mokiniams:

- **Kairiajame puslapyje yra teorinė medžiaga. Ji pateikiama klausimais ir užduotimis, kurias atlikti padeda šauktukas ir klaustukas. Kas yra svarbiausia – surašyta lentoje.**
- **Dešiniajame puslapyje yra tik su tuo skyreliu susiję uždaviniai.**

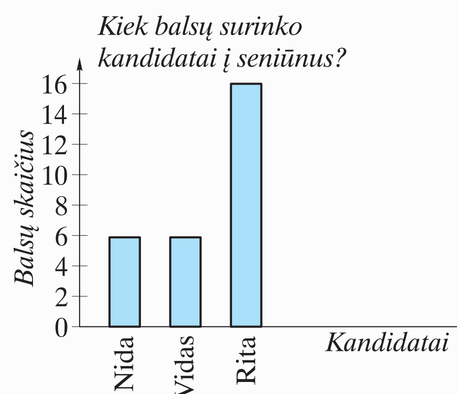
Mūsų tikslas buvo parengti vadovėlių komplektą – pagalbininką mokytojui, draugišką bet kuriam mokiniui. Kaip tai pavyko – sužinosime po kelerių metų, tačiau atsiliepimų, pastabų, kritikos laukiame visada. Mūsų vadovėlių komplektai yra „gyvi“, atsinaujinantys, nuolat tobulinami, todėl visa tai, kas padėtų pagerinti mūsų kūrinį, atsiras kituose leidimuose.

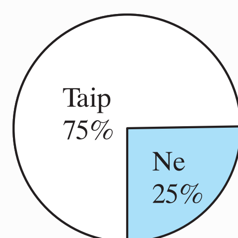
Ačiū Jums iš anksto!



Informacija ir jos pateikimo būdai

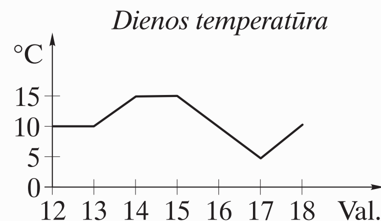
Nuo neatmenamų laikų žmonės rinko įvairią informaciją, ją sistemino, analizavo. 1528 metais pirmą kartą istoriniuose šaltiniuose paminėtas visuotinis „žemininkų“ surašymas.
Šiandien gi galime rasti įvairiausios informacijos, kuri yra susisteminta ir pateikta įvairiomis diagramomis.





Aplankė parodą

Moterys 50% | Vyrai 40% | Vaikai 10%

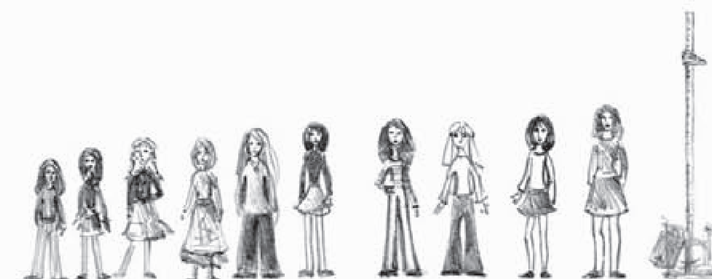


Užduotis.
1) Kaip vadinama kiekviena pateikta diagrama?
2) Ką vaizduoja kiekviena ta diagrama?
3) Laikraščiuose, internete ar kituose šaltiniuose, suraskite informacijos, pateiktos žemėlapiu. Ką vaizduoja tas žemėlapis?

Mokslas apie informacijos rinkimą, sisteminimą, analizavimą ir interpretavimą vadinamas statistika. Vienas svarbiausių statistikos uždavinių — surinktus duomenis apibūdinti keliais skaičiais, kurie vadinami tų surinktų duomenų skaitinėmis charakteristikomis.

Šiame skyriuje:
- pakartosite stulpelinę, skritulinę ir stačiakampę diagramas;
- išmoksite vaizduoti duomenis linijine diagrama;
- išmoksite rasti duomenų vidurkį, medianą ir modą.

1 DUOMENYS



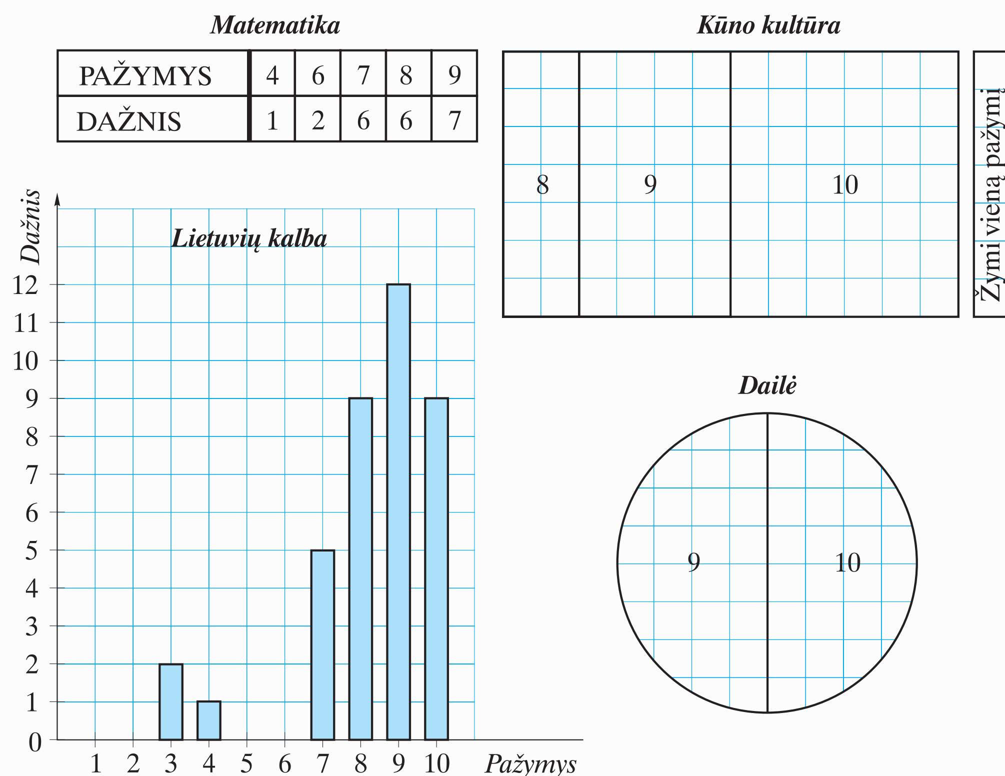


SKAITOME DUOMENIS

Jonas visus praeitais metais gautus keturių dalykų pažymius susitvarkė taip:
- matematikos pažymius surašė *dažnių* lentelėje;
- lietuvių kalbos pažymius pavaizdavo *stulpeline* diagramą;
- kūno kultūros pažymius pavaizdavo *stačiakampe* diagrama;
- dailės pažymius pavaizdavo *skrituline* diagrama.

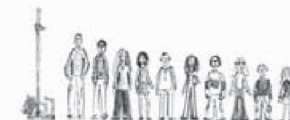
Matematika

PAŽYMYS	4	6	7	8	9
DAŽNIS	1	2	6	6	7



Užduotis.

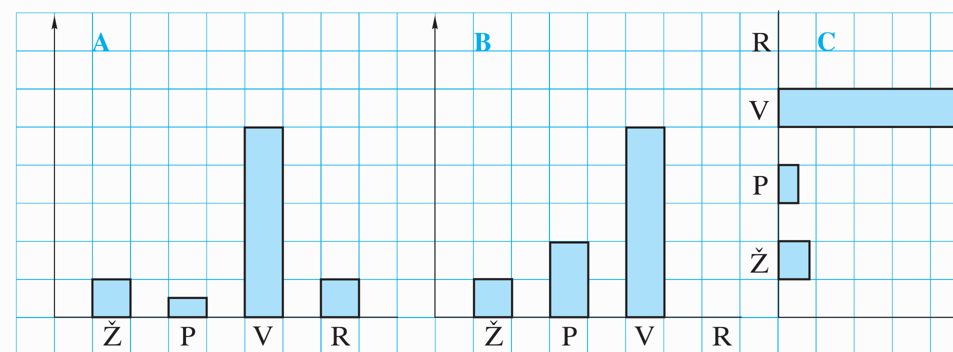
1) Kokius skirtingus pažymius Jonas gavo iš:
   a) matematikos? b) lietuvių kalbos? c) kūno kultūros? d) dailės?
2) Kiek iš viso pažymių Jonas gavo iš:
   a) matematikos? b) lietuvių kalbos? c) kūno kultūros?
3) Ar galima nustatyti, kiek iš viso pažymių Jonas gavo iš dailės?
4) Kokį mažiausią ir kokį didžiausią pažymį Jonas gavo iš kiekvieno dalyko?
5) Kokį pažymį daugiausiai kartų gavo Jonas iš:
   a) matematikos? b) lietuvių kalbos? c) kūno kultūros?



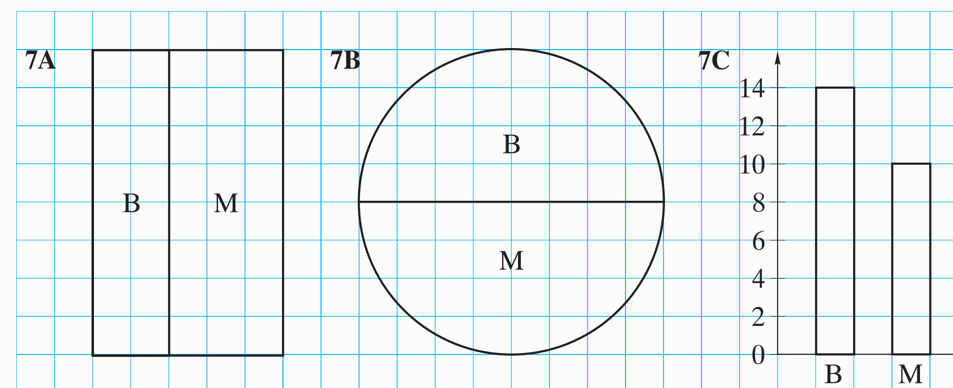
1. Klasės auklėtoja, apklaususi savo auklėtinius, kuris metų laikas jiems labiausiai patinka, sudarė dažnių lentelę.

METŲ LAIKAS	Žiema	Pavasaris	Vasara	Ruduo
MOKINIŲ SKAIČIUS	3	2	20	0

1) Kiek vaikų apklausė auklėtoja?
2) Kuris metų laikas mėgstamiausias tarp apklaustųjų?
3) Keliems mokiniams labiausiai patinka pavasaris? ruduo?
4) Kuri stulpelinė diagrama — **A**, **B** ar **C** — atitinka sudarytą dažnių lentelę?



2. Pavaizduotas berniukų ir mergaičių skaičiaus pasiskirstymas septintose klasėse.



1) Kurioje klasėje mokosi daugiau berniukų negu mergaičių? daugiau mergaičių negu berniukų? po lygiai mergaičių ir berniukų?
2) Kiek berniukų ir kiek mergaičių mokosi 7C klasėje?
3) Kiek berniukų mokosi 7A klasėje, jei tos klasės diagramoje du langeliai ▭▭ žymi vieną mokinį?
4) Kiek berniukų mokosi 7B klasėje, jei visose 7-ose klasėse mokosi 35 berniukai?
5) Kiek iš viso mokinių mokosi 7-ose klasėse?

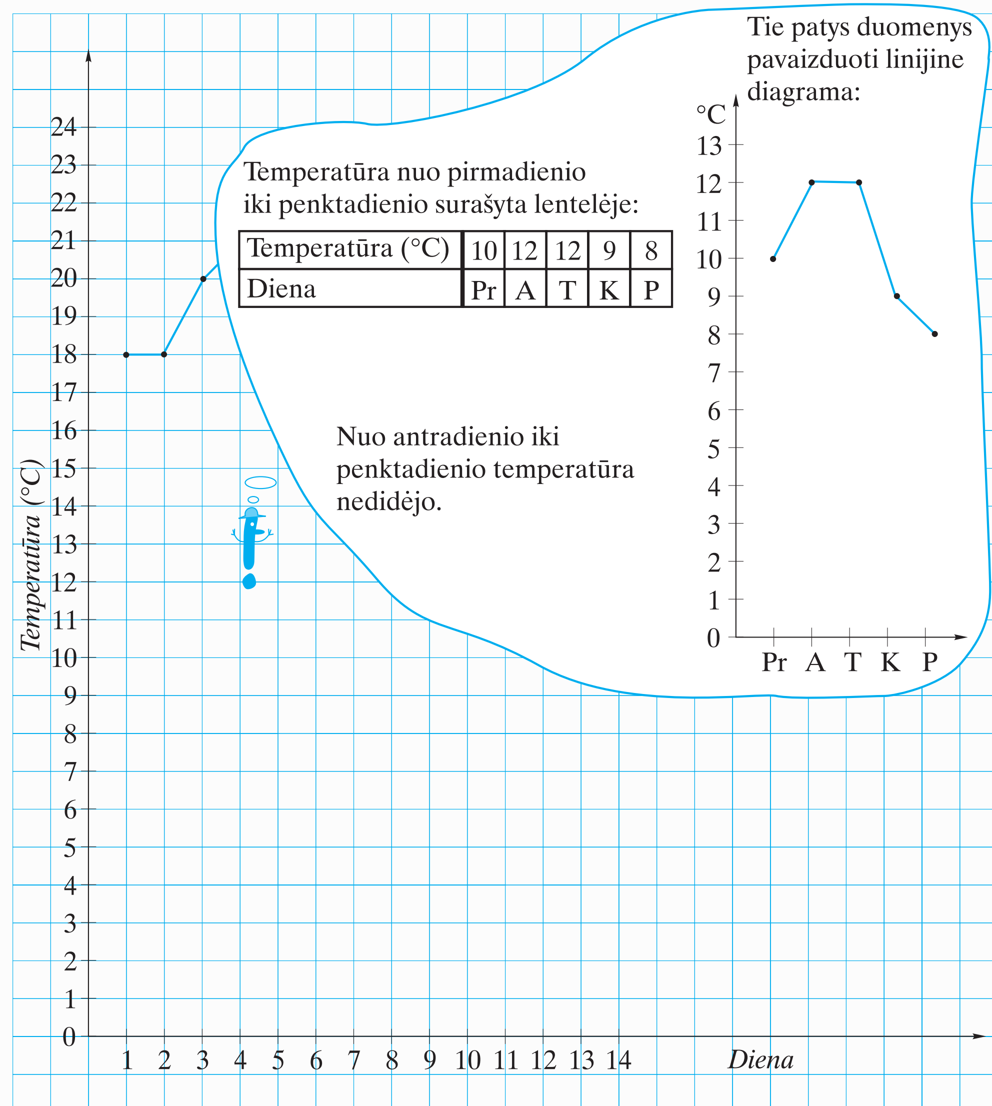
VAIZDUOJAME DUOMENIS

Užduotis. Simona rugpjūčio mėnesio 1–14 dienomis 12 valandą matavo oro temperatūrą. Duomenis ji surašė lentelėje.

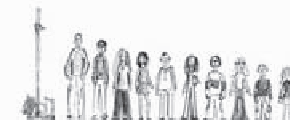
DIENA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
TEMPERATŪRA (°C)	18	18	20	21	16	19	19	19	20	20	15	19	21	23



1) Pavaizduokite duomenis *linijinė* diagrama.



2) Kuriomis dienomis temperatūra nemažėjo (buvo tokia pati arba didėjo)?



3. Romas kas 2 valandas užsirašinėjo vienos dienos oro temperatūrą.

VALANDA	8^{00}	10^{00}	12^{00}	14^{00}	16^{00}	18^{00}
TEMPERATŪRA	5 °C	10 °C	12 °C	15 °C	14 °C	10 °C

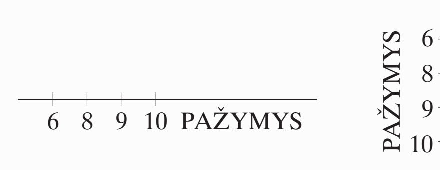
1) Nubraižykite tos dienos temperatūros kitimo linijinę diagramą.
2) Kada temperatūra didėjo? kada mažėjo?

4. Remdamiesi dažnių lentele, nubraižykite stulpelinę diagramą.
Kurią ekskursiją — autobusu, dviračiais ar pėsčiomis — renkiesi?

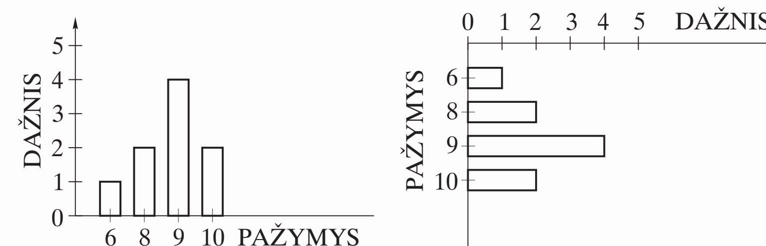
EKSKURSIJA	Autobusu	Dviračiais	Pėsčiomis
PASIRINKUSIŲJŲ SKAIČIUS	10	12	8

PAŽYMYS	6	8	9	10
DAŽNIS	1	2	4	2

1) Stulpelinėje diagramoje bus keturi stulpeliai, nes yra 4 skirtingi pažymiai: 6, 8, 9, 10. Tuos pažymius pasižymime tiesėje (horizontalioje arba vertikalioje).



2) 8-tukų ir 10-tukų stulpeliai bus vienodo ilgio, nes tų pažymių gauta po lygiai (po 2). Trumpiausias bus 6-tukų stulpelis, o aukščiausias 9-tukų. Braižome dažnių ašį (spindulį, statmeną nubrėžtai tiesei).



3) Braižome stulpelius, kurių ilgiai lygūs atitinkamų pažymių dažniams.

5. Pavaizduokite duomenis stačiakampe diagrama.
Pusė pagautų žuvų buvo ešeriai, ketvirtadalis — karšiai, likusios — kuojos.



1) Nubraižykite stačiakampį, pvz., 4 cm × 6 cm.
2) Padalykite jį pusiau.
3) Vieną iš pusių vėl padalykite pusiau.

APIBENDRINAME

Surinkti duomenys vadinami *imtimì*. Duomenų skaičius vadinamas *imtiẽs dydžiù*.

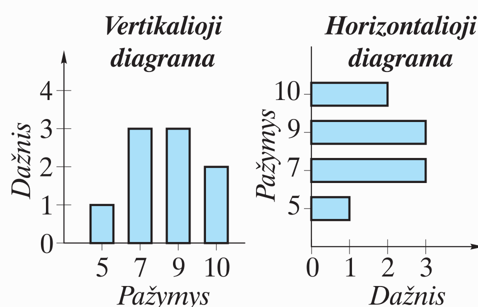
Pažymiai: 5, 7, 9, 10, 9, 9, 7, 7, 10. Pažymių skaičius lygus 9.

Duomenis dažnai patogu būna surašyti nemažėjančia tvarka — *variãcine eilutè*.

5, 7, 7, 7, 9, 9, 9, 10, 10

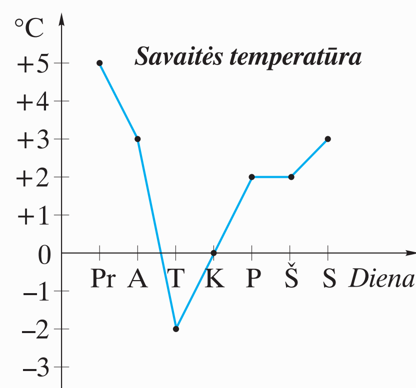
Kai yra pasikartojančių duomenų, tai juos patogu surašyti *dãžnių* lentelėje ir vaizduoti *stulpẽline* diagramà. Stulpẽlinė diagrama gali būti vertikalioji arba horizontalioji. Vertikaliojoje diagramoje dažnių ašis (ir stulpeliai) yra vertikalūs, o horizontaliojoje — horizontalūs.

PAŽYMYS	5	7	9	10
DAŽNIS	1	3	3	2



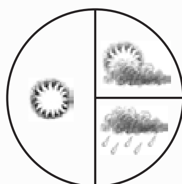
Kaip kinta duomenys bėgant laikui, patogu vaizduoti *linijinè* diagrama. Dažnai linijine diagrama vaizduojamas temperatūros kitimas.

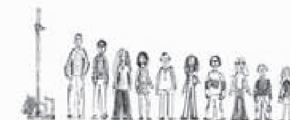
Pr	A	T	K	P	Š	S
+5	+3	–2	0	+2	+2	+3



Duomenų pasiskirstymą patogu vaizduoti *stačiakampè* ar *skritulinè* diagrama.

60% Mergaitės	40% Berniukai





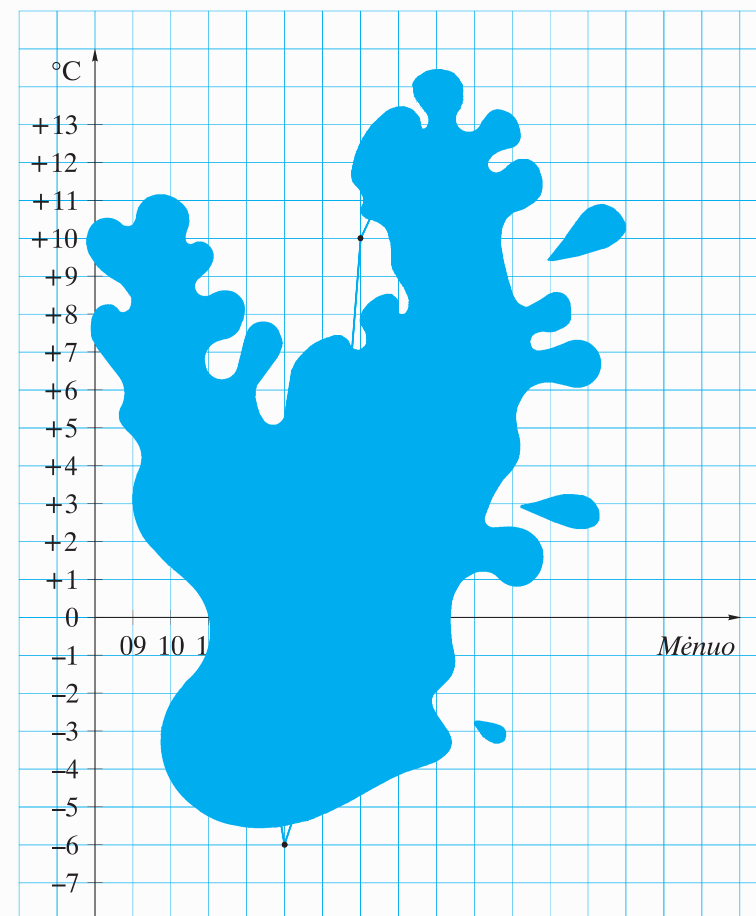
Atstatykite dingusius duomenis

Vaida užsirašė devynių mėnesių vidutines oro temperatūras. Tada surinktus duomenis surašė dažnių lentelėje. Abiejose lentelėse kai kuriuos duomenis ji „paslėpė“.

MĖNUO	09	10	11	12	01	02	03	04	05
°C	10	10		0		–3			

TEMPERATŪRA (°C)	–6	–3	0	5		12
DAŽNIS			1	1	3	2

Pagal turimus duomenis Vaida temperatūrų kitimą pavaizdavo linijine diagrama.



Bet Vaidos brolis Paulius diagramą aptaškė rašalu. Atstatykite dingusius duomenis.

SPRENDŽIAME

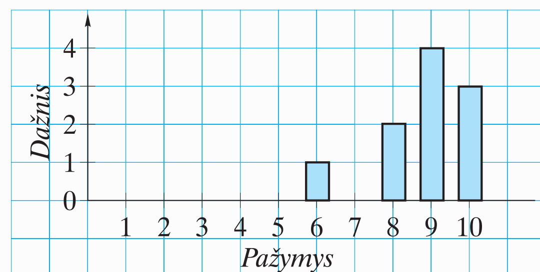
6. Žemiau pateikti vieno mokinio trijų dalykų pažymiai.

Istorija

PAŽYMYS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
DAŽNIS	0	0	0	0	0	0	2	2	1	3

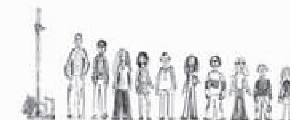
Geografija
10, 9, 10, 9, 10, 10

Matematika



1) Kiek pažymių mokinys gavo iš istorijos? iš matematikos? iš visų trijų dalykų?
2) Istorijos pažymius pavaizduokite stulpeline diagrama, matematikos — dažnių lentele, geografijos — stačiakampe ar skrituline diagrama.
3) Kiek iš viso 9-tukų gavo mokinys iš visų trijų dalykų kartu?
4) Kokį pažymį mokinys gavo dažniausiai iš kiekvieno to dalyko?
5) Kurią visų geografijos gautų pažymių dalį sudaro 10-tukai? Atsakymą parašykite paprastąja trupmena.
6) Kurią visų istorijos gautų pažymių dalį sudaro 7-tukai? Atsakymą parašykite dešimtaine trupmena.
7) Kurią visų matematikos gautų pažymių dalį sudaro 10-tukai? Atsakymą parašykite pròcentais.

Nuspalvinta stačiakampio dalis:
$\frac{1}{4}$ – paprastóji trùpmena,
0,25 – dešimtaĩnė trupmena,
25% – pròcentai.



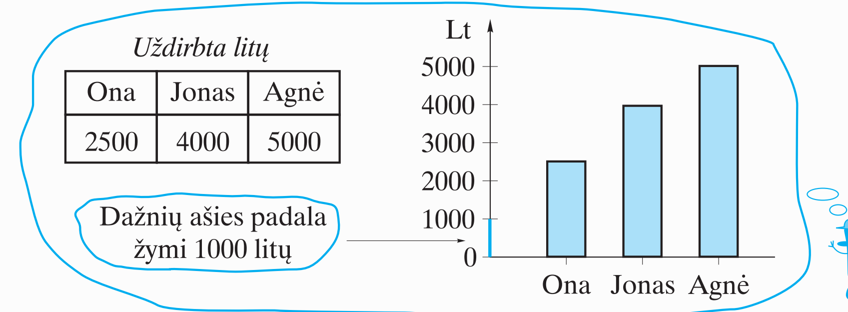
7. Dažnių lentele pateiktus duomenis pavaizduokite stulpeline diagrama.

a) *Pagauta žuvų*

Karšis	Kuoja	Ešerys	Raudė
30	100	50	70

b) *Apsilankė turistų*

Rusai	Lenkai	Vokiečiai
10 000	15 000	3000

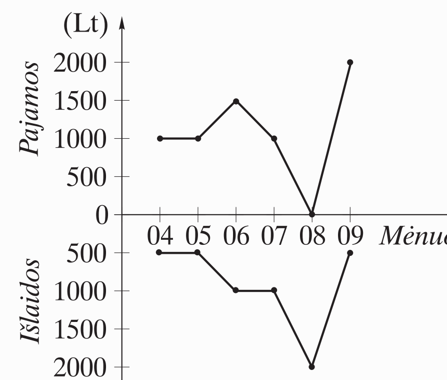


8. Gruodžio mėnesio vienos savaitės vidutinė dienos ir vidutinė nakties temperatūros surašytos lentelėje.

	12.01	12.02	12.03	12.04	12.05	12.06	12.07
NAKTIS (°C)	0	0	−1	−3	−7	−5	−10
DIENA (°C)	+5	+3	+5	0	0	−2	−5

Nubraižykite linijinę diagramą, rodančią, kaip kito tos savaitės:
a) nakties temperatūra; b) dienos temperatūra.


9. Vladas diagrama pavaizdavo šešių mėnesių savo pajamas ir išlaidas.



1) Naudodami teigiamuosius ir neigiamuosius skaičius, užpildykite lentelę.

MĖNUO	04	05	06	07	08	09
PAJAMOS	+1000					
IŠLAIDOS	−500					
BALANSAS	+500					

2) Nubraižykite tų 6 mėnesių balanso linijinę diagramą.

VIDURKIS

1 užduotis. Simas surašė visus gautus matematikos pažymius:

5, 7, 8, 8, 9, 6, 7, 6, 5, 8, 8.

1) Kiek iš viso pažymių iš matematikos gavo Simas?
2) Apskaičiuokite Simo gautų pažymių sumą.
3) Apskaičiuokite Simo gautų pažymių *vidurkį*, t. y. pažymių sumą padalykite iš pažymių skaičiaus.

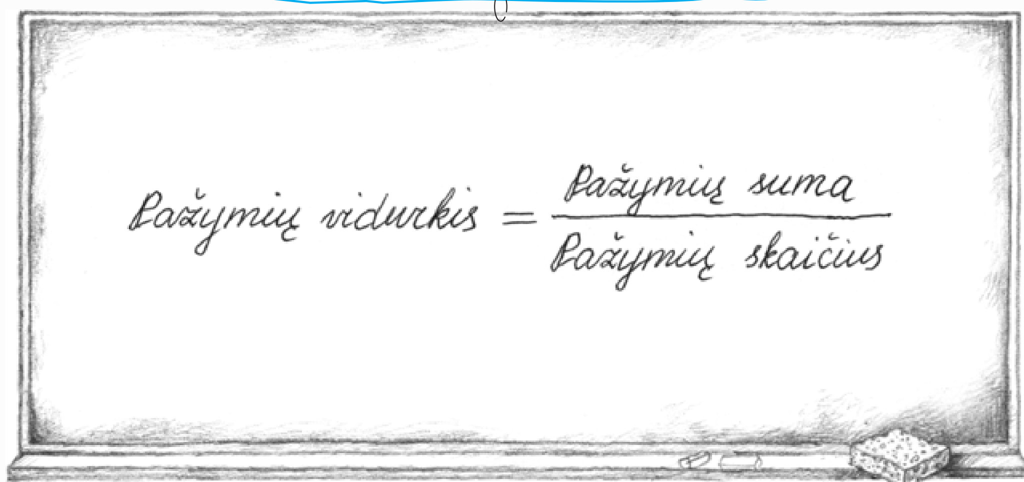
Gauti pažymiai: 6, 10, 8, 7, 9.

Iš viso gauti 5 pažymiai.

Pažymių suma: 6 + 10 + 8 + 7 + 9 = 40

Pažymių vidurkis 40 : 5 = 8

Duomenų ***vidurkį*** randame sudėję visus duomenis ir gautąją sumą padaliję iš duomenų skaičiaus.



2 užduotis. Rima gautus matematikos pažymius surašė dažnių lentele.

PAŽYMYS	4	6	7	10
DAŽNIS	2	1	1	2

1) Apskaičiuokite Rimos pažymių vidurkį.
2) Suapvalinkite Rimos pažymių vidurkį iki vienetų.

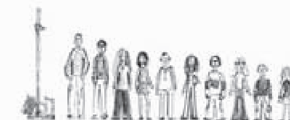
Gautų pažymių dažnių lentelė:

PAŽYMYS	6	7	9
DAŽNIS	1	1	2

Vidurkis:

$$\frac{6 \cdot 1 + 7 \cdot 1 + 9 \cdot 2}{1 + 1 + 2} = \frac{31}{4} = 7{,}75$$

$7{,}75 \approx 8$



10. Kęstas per visus mokslo metus gavo tokius lietuvių kalbos pažymius:

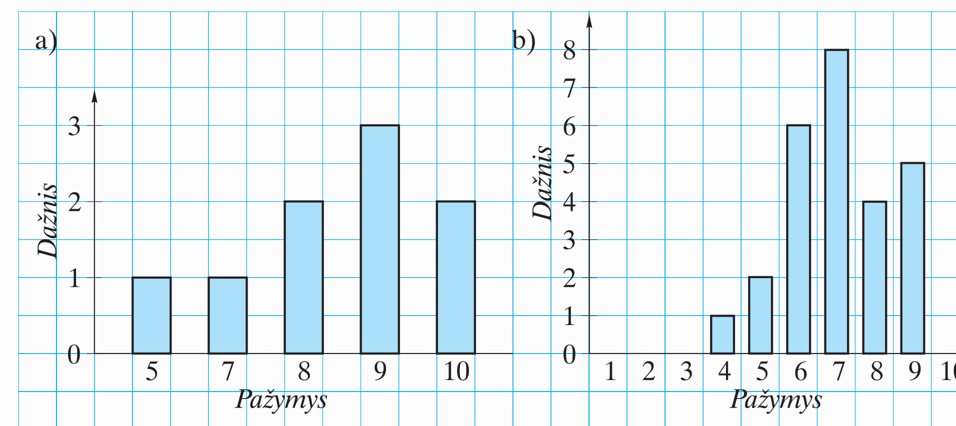
7, 6, 6, 9, 7, 9, 5, 4, 7, 9, 8, 8, 9, 8, 7, 7.

1) Kiek iš viso pažymių per mokslo metus gavo Kęstas iš lietuvių kalbos?
2) Kam lygi visų tų pažymių suma?
3) Apskaičiuokite Kęsto gautų lietuvių kalbos pažymių vidurkį.
4) Koks būtų pažymių vidurkis, jeigu Kęstas nebūtų gavęs dviejų blogiausių pažymių?
5) Koks būtų pažymių vidurkis, jeigu Kęstas vietoj dviejų paskutinių pažymių būtų gavęs 9-tukus?

11. Apskaičiuokite dažnių lentele surašytų duomenų vidurkį.

PAŽYMYS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
DAŽNIS	0	0	1	0	2	3	3	1	2	1

12. Apskaičiuokite stulpeline diagrama pateiktų pažymių vidurkį.



13. Trys bulvių maišai sveria 162 kg. Kiek sveria ketvirtas bulvių maišas, jei vidutiniškai tie keturi maišai sveria po 59 kg?

14. Per dvi dienas Jonas gavo 100 žinučių. Kiek žinučių gavo Jonas pirmąją dieną, jei antrąją dieną jis gavo 4 žinutėmis daugiau negu pirmąją dieną?

15. Lentelėje pateiktos įmonės pirmojo pusmečio pajamos ir išlaidos litais.

MĖNUO	I	II	III	IV	V	VI
PAJAMOS	55 000	46 000	30 000	35 000	38 000	26 000
IŠLAIDOS	17 000	38 000	10 000	50 000	20 000	15 000

1) Kiek vidutiniškai pajamų per mėnesį gavo įmonė?
2) Kiek vidutiniškai išlaidų per mėnesį turėjo įmonė?

MEDIANA

1 užduotis.

1) Surašykite Simo pažymius

5, 7, 8, 8, 9, 6, 7, 6, 5, 8, 8

didėjimo (nemažėjimo) tvarka.

6, 10, 8, 7, 9

6, 7, 8, 9, 10

2) Raskite didėjimo tvarka surašytų Simo pažymių *mediãną*, t. y. *vidurinįjį* pažymį.

2 užduotis.

1) Surašykite *didėjimo* tvarka Rimos pažymius.

PAŽYMYS	4	6	7	10
DAŽNIS	2	1	1	2

PAŽYMYS	6	7	9
DAŽNIS	1	1	2

6, 7, 9, 9

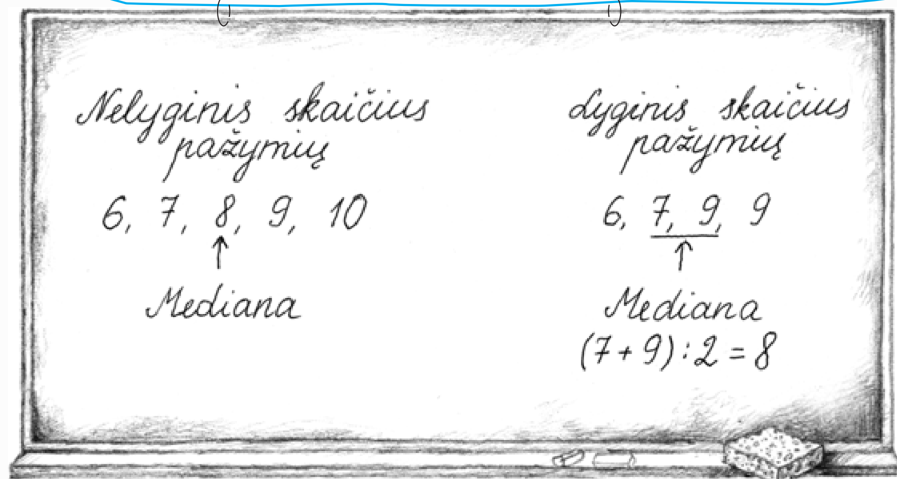
6, 7, 9, 9

$\frac{7+9}{2} = \frac{16}{2} = 8$

2) Raskite didėjimo tvarka surašytų Rimos pažymių *du viduriniuosius* pažymius.

3) Apskaičiuokite tų dviejų viduriniųjų pažymių vidurkį, tai irgi bus *mediana*.

Duomenų ***mediãną*** randame taip:
1) surašome duomenis didėjimo tvarka;
2) jei duomenų skaičius yra:
- *nelyginis*, tai mediana lygi viduriniajam duomeniui;
- *lyginis*, tai mediana lygi dviejų viduriniųjų duomenų vidurkiui.





16. Surašykite duomenis didėjimo tvarka ir raskite jų medianą.
a) 2, 5, 4, 9, 8, 6, 7, 3, 5;
b) 6, 7, 7, 8, 8, 6, 7, 10, 8, 6, 10;
c) 3, 4, 4, 7, 5, 6, 8, 6;
d) 9, 9, 9, 9, 8, 9, 8, 6, 8, 9.

17. Raskite medianą pažymių, pateiktų dažnių lentele.

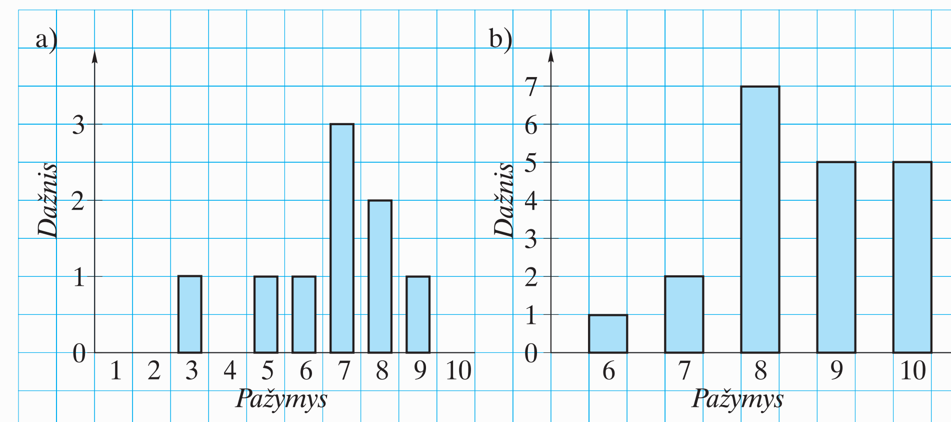
a)

PAŽYMYS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
DAŽNIS	0	0	0	1	0	2	3	4	2	1

b)

PAŽYMYS	2	4	5	6	7	8	9
DAŽNIS	1	1	2	3	3	1	1

18. Raskite medianą pažymių, pateiktų stulpeline diagrama.



19. Ona didėjimo tvarka parašė 9 natūraliuosius skaičius:

8, 8, 10, 12, 14, ?, 18, 25, 35.

Tų skaičių vidurkis lygus 16.

a) Kam lygi tų skaičių medianà?

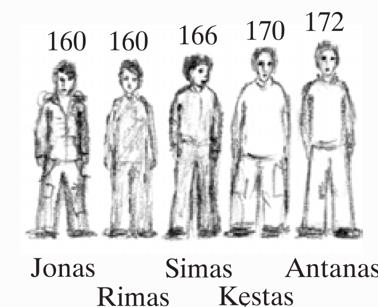
A 12 **B** 13 **C** 14 **D** 15 **E** 16

b) Koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj klaustuko?

20. Penki berniukai išsirikiavo pagal ūgį.

1) Tarp kurių dviejų berniukų turi atsistoti Paulius, jei tų šešių berniukų ūgių mediana lygi 164 cm?

2) Koks Pauliaus ūgis?



MODA

1 užduotis. Simo pažymiai surašyti didėjimo tvarka:

5, 5, 6, 6, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 9.

Raskite pažymių *mòdą*, t. y. nustatykite, kurį pažymį Simas gavo dažniausiai.



Duomenų ***modà*** – *dažniausiai pasikartojantis* duomuo.

Pažymių 6, 7, 9, 9 *moda* lygi 9.

2 užduotis. Raskite Rimos pažymių modas, t. y. nustatykite, kuriuos pažymius Rima gavo daugiausiai kartų.

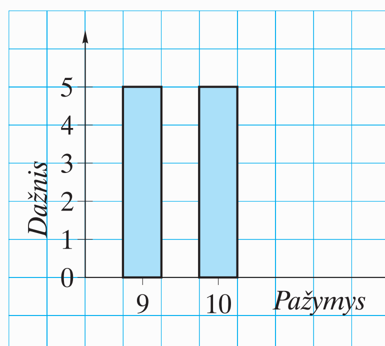
PAŽYMYS	4	6	7	10
DAŽNIS	2	1	1	2



Gali būti ir kelios modos.

Pažymių 6, 6, 7, 9, 9 *mòdos* yra dvi: 6 ir 9.

3 užduotis. Remdamiesi stulpeline diagrama, nustatykite, kiek ir kokių pažymių gavo Ugnė.





Jei visi duomenys kartojasi vienodai dažnai, tai sakysime, kad modos nėra.

Pažymiai 6, 7, 8, 9, 10 *modos* neturi.

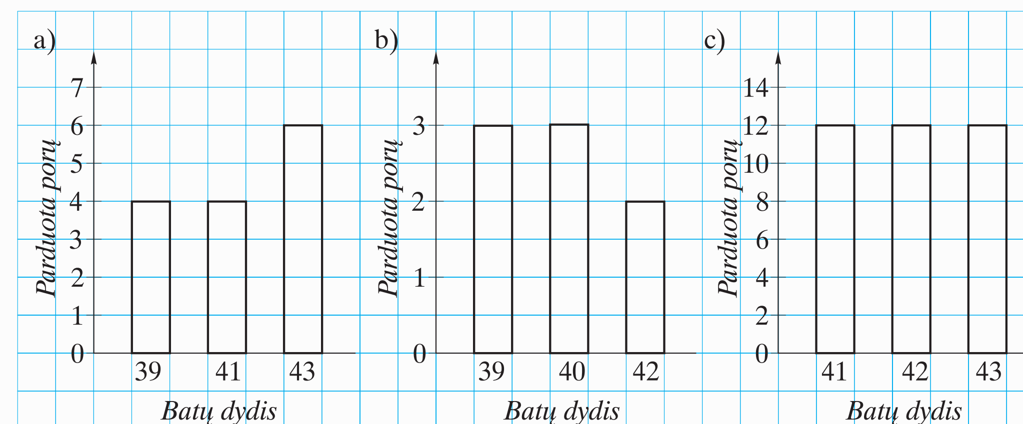


21. Raskite duomenų modą (jei ji yra).
a) 4, 5, 4, 5, 6, 7, 6, 7, 8, 5, 5, 4;
b) 5, 6, 7, 4, 5, 8, 9, 5, 10;
c) 6, 6, 6, 7, 7, 8, 7, 8;
d) 6, 7, 7, 6, 6, 7.

22. Perskaitykite šio uždavinio sąlygą. Suskaičiuokite, kiek skirtingų raidžių prireikė jai užrašyti. Kuri raidė sąlygoje pasikartojo daugiausiai kartų?

23. Surašykite skaičius didėjimo tvarka, sudarykite dažnių lentelę ir nustatykite tų skaičių modą.
a) 2, 3, 4, 2, 3, 4, 2, 2, 3, 3, 4, 3, 4, 3, 2;
b) 2,1; 2,5; 2,7; $2\frac{1}{10}$; $\frac{21}{10}$; $\frac{25}{10}$; $\frac{5}{2}$; 2,50.

24. Kokia diagramoje pavaizduotų duomenų moda?



25. Dažnių lentelėje surašyta, kokia vidutinė temperatūra buvo vienų metų vieno mėnesio kiekvieną dieną.

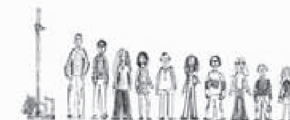
TEMPERATŪRA (°C)	+10	+9	+8	+7	+6	+5	+4	+3	+2
DAŽNIS	2	2	1	1	4	4	6	5	4

1) Kiek dienų tą mėnesį vidutinė temperatūra buvo:
a) +7 °C? b) +2 °C? c) +1 °C?
2) Kokia vidutinė to mėnesio dienos temperatūra buvo:
a) žemiausia? b) aukščiausia?
3) Kaip manote, apie kurį mėnesį čia kalbama?
4) O gal galite nustatyti tuos metus, jei žinoma, kad pateikti duomenys yra ne senesni nei 7 metų?



APIBENDRINAME

Surinkti duomenys vadinami *imtimi̇̀*.	Pažymiai: 6, 5, 7, 5, 5, 10, 7.
Imtį galima apibūdinti tam tikrais skaičiais — skaĩtinėmis charakterìstikomis: • ***imtiẽs dỹdis*** — duomenų skaičius; • ***didžiausias*** duomuo; • ***mažiausias*** duomuo; • ***plõtis*** — skirtumas tarp didžiausio ir mažiausio duomenų;	Imties 6, 5, 7, 5, 5, 10, 7: dydis — 7, didžiausias duomuo yra 10, mažiausias duomuo yra 5, plotis 10 – 5 = 5,
• ***vidur̃kis*** — duomenų suma, padalyta iš duomenų skaičiaus;	vidurkis $\frac{6+5+7+5+5+10+7}{7} \approx 6{,}4$.
• ***medianà*** — skaičius, už kurį ne didesni ne mažiau kaip pusė duomenų ir už kurį ne mažesni ne mažiau kaip pusė duomenų. Imties *mediana* nustatoma taip: 1) duomenys surašomi didėjimo (nemažėjimo) tvarka;	
2) jei duomenų skaičius *nelyginis*, tai mediana lygi viduriniajam duomeniui;	5, 5, 5, 6, 7, 7, 10 mediana lygi 6
3) jei duomenų skaičius *lyginis*, tai mediana lygi dviejų viduriniųjų duomenų sumos pusei (aritmetiniam vidurkiui).	5, 5, 5, 6, 7, 7, 10, 10 mediana lygi $\frac{6+7}{2} = 6{,}5$
• ***modà*** — dažniausiai pasikartojantis imties duomuo.	5, 5, 5, 6, 7, 7, 10 — moda 5.
Imtis gali turėti ir daugiau negu vieną modą (jei imtyje kelios reikšmės kartojasi vienodai dažnai).	5, 5, 6, 7, 7, 10 — modos dvi: 5 ir 7.
Imtis gali modos neturėti (jei imtyje visos reikšmės kartojasi vienodai dažnai).	5, 5, 6, 6, 7, 7 — modos nėra.

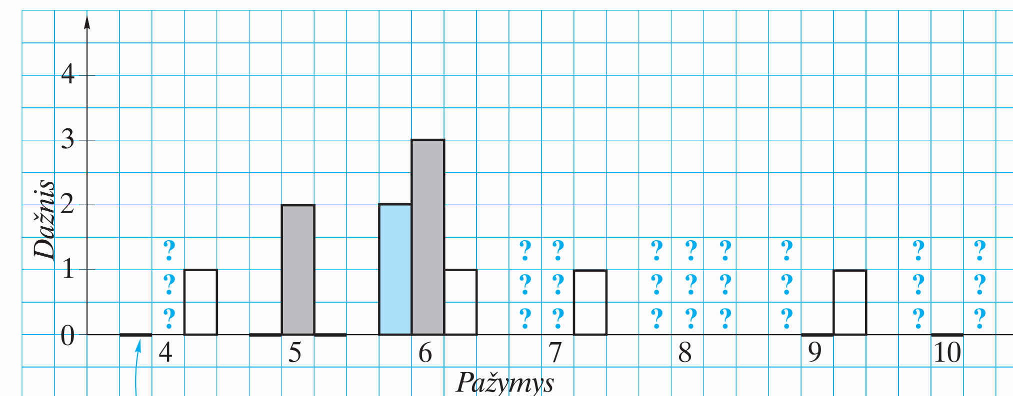


Jono pažymiai

Jonas per pusmetį gautus pažymius iš matematikos (M), iš lietuvių kalbos (L) ir iš istorijos (I)
- surašė didėjimo tvarka;
- sudarė tų trijų dalykų gautų pažymių dažnių lentelę;
- apskaičiavo kiekvieno dalyko pažymių vidurkį (Vid.), medianą (Med.) bei modą (Mod.);
- nubraižė gautų pažymių stulpelinę diagramą.

Tada dalį duomenų Jonas „paslėpė“. Nustatykite Jono paslėptus duomenis.

	Pažymiai	Dažnių lentelė							Vid.	Med.	Mod.
		4	5	6	7	8	9	10			
M	6, ◊, 7, 8, ◊, 9, 9, 10	0	0	◊	◊	◊	◊	1	☁/☁ = ☁	$\frac{8+9}{2} = 8{,}5$	☁
L	◊, ◊, 5, 5, ◊, ◊, ◊, ◊, ◊, ◊, ◊	◊	2	◊	3	◊	0	0	☁/11 ≈ 5,9	☁	☁; ☁
I	4, ◊, 7, ◊, 9, ◊	◊	0	◊	◊	◊	◊	◊	44/☁ ≈ ☁	(◊ + ◊)/◊ = ☁	Nėra



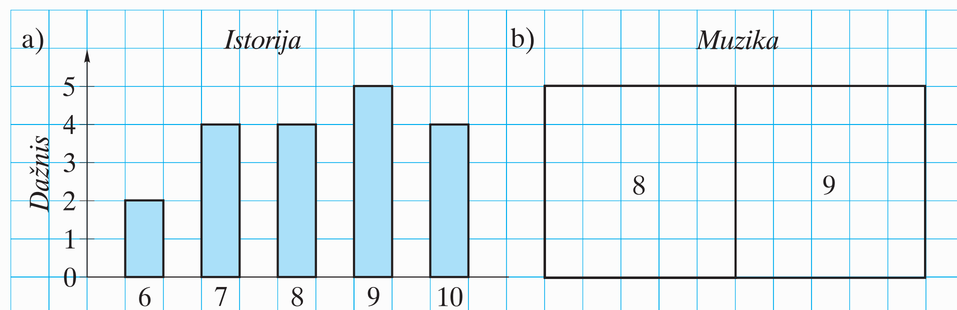


Iš matematikos 4-tukų negauta.

- Matematika (M)
- Lietuvių kalba (L)
- Istorija (I)

SPRENDŽIAME

26. Raskite pažymių vidurkį, medianą ir modą (jei ji yra).



27. Simas iš matematikos turi 9 pažymius. Blogiausias pažymys yra 5, geriausias — 9. Jo pažymių mediana yra lygi 7, moda taip pat lygi 7 (ji viena), vidurkis irgi yra lygiai 7.

1) Kam lygi Simo turimų matematikos pažymių suma?
2) Surašykite Simo turimus matematikos pažymius. (Raskite bent du galimus variantus.)
3) Rytoj bus matematikos kontrolinis darbas. Simas gaus paskutinį pusmečio pažymį. Ar gali Simas:
   a) pasikelti pusmečio pažymį? b) susigadinti pusmečio pažymį?

28. Lentelėje surašytos 8 draugų — 4 berniukų ir 4 mergaičių — masės (kilogramais).

Tomas	Simona	Rimas	Agnė	Justas	Rita	Ona	Petras
70	58	64	56	80	64	60	68

1) Kiek vidutiniškai sveria:
   a) berniukas? b) mergaitė? c) vaikas?
2) Užpildykite lentelę.

	Berniukai	Mergaitės	Visi vaikai
Bendra masė			
Vidutinė vaiko masė			

3) Patikrinkite, ar teisinga lygybė

$$\frac{b+m}{2} = v;$$ čia b — vidutinė berniuko masė, m — vidutinė mergaitės masė, v — vidutinė vaiko masė.

4) Patikrinkite, ar 3) punkto lygybė yra teisinga, sveriant tik 7 draugus — Tomą, Simoną, Rimą, Agnę, Justą, Ritą ir Oną?





29. Nustatykite, kurie natūralieji skaičiai slepiasi po klaustukais:

10, 10, 10, ?, ?, ?, 32, 32, 32, 42,

jei žinoma, kad šių didėjimo tvarka surašytų skaičių vidurkis lygus 24, moda lygi 32, mediana lygi 26.



30. Lentelėje surašyti 7 miestų krepšinio turnyro rezultatai.

	Alytus	Kaunas	Klaipėda	Marijampolė	Panevėžys	Šiauliai	Vilnius
Alytùs		76 : 72	70 : 80	80 : 82	84 : 70	76 : 70	58 : 64
Kaũnas	72 : 76		90 : 85	70 : 60	64 : 80	100 : 101	72 : 70
Klaĩpėda	80 : 70	85 : 90		70 : 52	93 : 83	60 : 72	66 : 67
Marijámpolė	82 : 80	60 : 70	52 : 70		66 : 56	90 : 84	76 : 88
Panevėžỹs	70 : 84	80 : 64	83 : 93	56 : 66		94 : 90	91 : 75
Šiauliaĩ	70 : 76	100 : 101	72 : 60	84 : 90	90 : 94		66 : 60
Vìlnius	64 : 58	70 : 72	67 : 66	88 : 76	75 : 91	60 : 66	

Alytus pralaimėjo Vilniui

Kaunas laimėjo prieš Vilnių



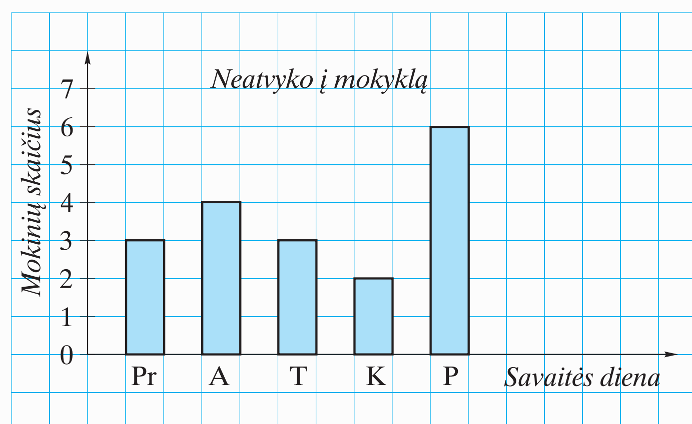
Vilnius laimėjo prieš Alytų



1) Kiek iš viso į varžovų krepšį taškų įmetė Alytaus komanda?
2) Kiek iš viso taškų į Alytaus krepšį įmetė varžovai?
3) Kiek vidutiniškai taškų per vienerias rungtynes pelnydavo alytiškiai?
4) Kiek vidutiniškai taškų per vienerias rungtynes alytiškiams įmesdavo varžovai?
5) Kurios komandos per rungtynes pelnytų taškų vidurkis yra didžiausias?
6) Kuriai komandai per rungtynes vidutiniškai varžovai įmesdavo mažiausiai taškų?
7) Pabandykite nustatyti komandų vietas, užimtas tame turnyre.

PASITIKRINAME

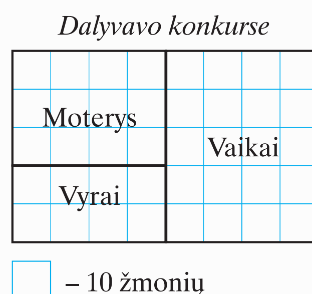
31. Remdamiesi diagrama, atsakykite į klausimus.



1) Kiek mokinių neatvyko į mokyklą pirmadienį (Pr)? antradienį (A)? trečiadienį (T)?
2) Kurią savaitės dieną į mokyklą neatvyko daugiausiai mokinių? mažiausiai mokinių?
3) Kuri vaikų dalis neatvyko į mokyklą penktadienį (P), jei mokykloje iš viso mokosi 200 vaikų? Atsakymą parašykite:
   a) paprastąja trupmena; b) dešimtaine trupmena; c) procentais.

32. Remdamiesi diagrama, atsakykite į klausimus.

1) Kurių — vyrų, moterų ar vaikų — konkurse dalyvavo daugiausiai? mažiausiai?
2) Kiek iš viso žmonių dalyvavo konkurse?
3) Kiek konkurse dalyvavo moterų?
4) Kiek procentų visų konkurso dalyvių sudarė vaikai?
5) Duomenis pateikite dažnių lentele.
6) Nubraižykite duomenų stulpelinę diagramą.



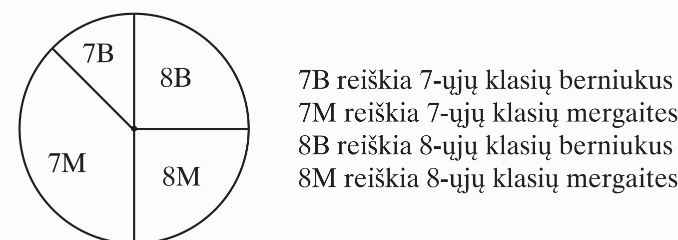
33. Jonė sirgdama matavo savo kūno temperatūrą (ryte, dieną, vakare). Temperatūras ji surašė lentelėje.

Antradienis			Trečiadienis			Ketvirtadienis			Penktadienis		
8^{00}	13^{00}	20^{00}	8^{00}	13^{00}	20^{00}	8^{00}	13^{00}	20^{00}	8^{00}	13^{00}	20^{00}
37,5	37,7	38,0	36,9	37,5	37,3	37,0	37,3	37,0	36,6	37,0	36,6

Nubraižykite temperatūros kitimo linijinę diagramą.



34. Kengūros konkurso VII–VIII klasių grupės dalyvių skaičius pavaizduotas skrituline diagrama.



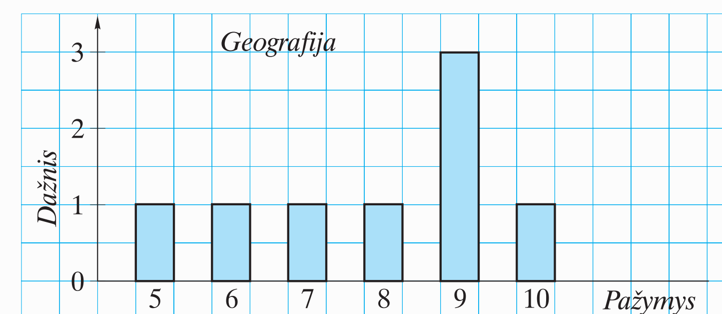
1) Kurių konkurse dalyvavo daugiau:
   a) septintokų ar aštuntokų?
   b) berniukų ar mergaičių?
   c) septintokų berniukų ar aštuntokių mergaičių?
2) Konkurse dalyvavo 200 septintokų berniukų ir jie sudarė ketvirtadalį konkurse dalyvavusių septintokų. Kiek konkurse dalyvavo:
   a) septintokų? b) aštuntokų? c) mergaičių?
3) Pavaizduokite duomenis stačiakampe diagrama.

35. Žemiau surašyti Kęsto trijų dalykų pusmečio pažymiai.

Matematika: 6, 10, 4, 7, 8, 4, 9, 10, 6, 8, 5, 9, 10

Anglų:

Pažymys	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Dažnis	0	0	0	1	0	3	2	4	4	2



1) Kokį pažymį vestumėte Kęstui iš matematikos, kokį iš anglų kalbos ir kokį iš geografijos?
2) Kęstą matematikos mokytojas pakvietė atsakinėti paskutinę pamoką. Ar gali Kęstas susigadinti pusmečio pažymį? Ar gali Kęstas pagerinti pusmečio pažymį?
3) Raskite kiekvieno dalyko Kęsto pažymių medianą.
4) Raskite kiekvieno dalyko Kęsto pažymių modą.



Informacija ir jos pateikimo būdai

Kai yra daug duomenų ir beveik visi jie skirtingi, tai braižyti stulpelinę, skritulinę ar stačiakampę diagramas yra netikslinga, nes jos būtų neinformatyvios. Tokiu atveju duomenis patogu grupuoti.

Panagrinėkite tokį pavyzdį.

30 septintokų dalyvavo 100 m bėgimo varžybose. Užfiksuoti tokie rezultatai (sekundėmis):

12,3	13,3	14,4	13,5	15,2	14,8	13,4	16,6	14,1	14,7
13,0	15,2	12,6	14,4	12,7	13,9	14,9	15,5	15,6	16,1
14,1	14,2	13,8	13,8	15,4	12,1	15,3	13,2	15,3	16,2

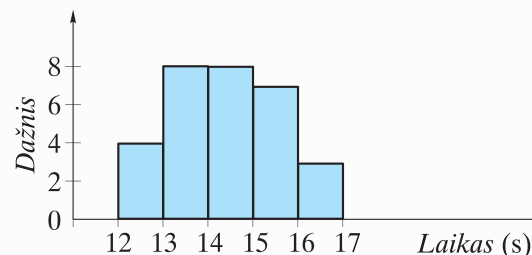
Pabandykime šiuos duomenis sugrupuoti į intervalus. Matome, kad visi duomenys yra didesni už 12,0 s ir mažesni už 17,0 s. Padalykime šį 5 sekundžių intervalą į penkis vienos sekundės ilgio intervaliukus ir duomenis surašykime tokioje *sugrupuotų duomenų dažnių lentelėje*:

Intervalas	[12; 13]	[13; 14)	[14; 15)	[15; 16)	[16; 17)
Dažnis					

1 užduotis.
1) Suskaičiuokite, kiek duomenų yra:
tarp 12,0 s ir 13,0 s, įskaitant ir 12,0 s; tarp 13,0 s ir 14,0 s, įskaitant ir 13,0 s; tarp 14,0 s ir 15,0 s, įskaitant ir 14,0 s; tarp 15,0 s ir 16,0 s, įskaitant ir 15,0 s; tarp 16,0 s ir 17,0 s, įskaitant ir 16,0 s.

2) Persibraižykite sugrupuotų duomenų dažnių lentelę ir pabaikite ją pildyti.

Nubraižykime *sugrupuotų duomenų stulpelinę diagramą*.



2 užduotis. Aptarkite, kaip braižoma sugrupuotų duomenų stulpelinė diagrama.

KARTOJAME

36. 1) Surašykite didėjimo tvarka skaičius:

25; $-13{,}1$; $+3\frac{1}{2}$; $-\frac{3}{4}$; $3{,}6$; $-13\frac{1}{2}$; -25; 0; $\frac{2}{5}$;

2) Kurie iš tų skaičių yra:
a) teigiami? b) neigiami?



Prieš neigiamuosius skaičius rašomas ženklas „–“.
Prieš teigiamuosius skaičius rašomas ženklas „+“ arba joks ženklas nerašomas.
Skaičius 0 nėra nei teigiamas, nei neigiamas.

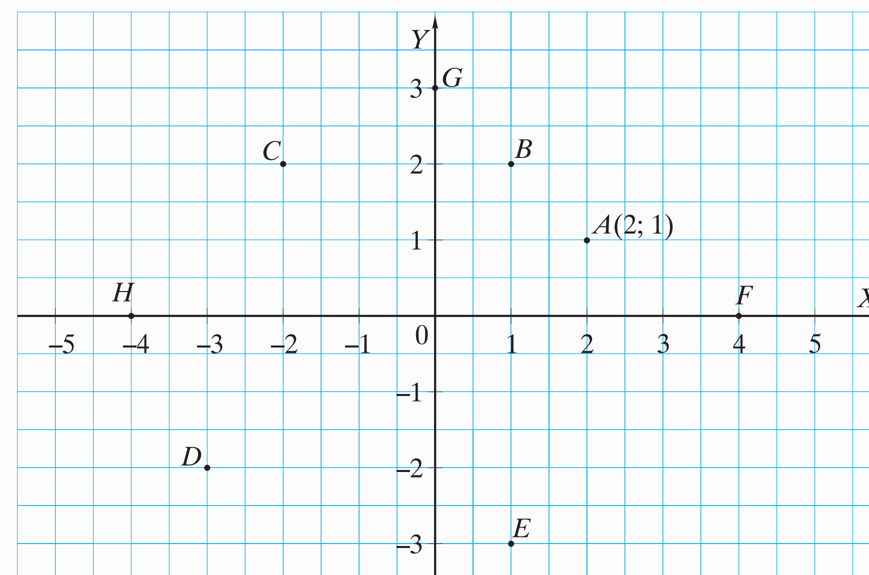
3) Kurie iš tų skaičių yra:
a) natūralieji?
b) trupmeniniai?

Natūralieji skaičiai: 1, 2, 3, 4, 5, ...

Trupmeniniai skaičiai: $2{,}3$; $-\frac{1}{3}$; $3\frac{1}{5}$; ...



37. 1) Surašykite koordinačių plokštumoje pažymėtų taškų koordinates.



b) Nubraižykite koordinačių plokštumą. Pasirinkę vienetine atkarpa 1 cm, koordinačių plokštumoje pažymėkite taškus:
$A(3; 3)$, $B(-2; 3)$, $C(-4; 0)$, $D(-3; -1)$,
$E(0; -2)$, $F(4; -3)$, $G(3; 0)$, $H(0; 1)$.

Galvosūkis

Agnė knygelėje surado tokius du galvosūkius.

Į skritulėlius įrašykite tokius skaičius, kad būtų teisingos visos šešios lygybės.

A

10	+	○	=	13
+		+		+
○	+	○	=	○
=		=		=
12	+	○	=	19

B

○	·	3	=	12
·		·		·
○	·	○	=	○
=		=		=
8	·	○	=	48

Užduotis. Išspręskite Agnės surastus galvosūkius.

Agnei patiko tokie galvosūkiai su skaičiais ir ji sugalvojo panašius galvosūkius.

1)

–8	+	○	=	–10
+		+		+
○	+	–6	=	○
=		=		=
–4	+	○	=	○

2)

–5	·	○	=	–15
·		·		·
○	·	2	=	○
=		=		=
–10	·	○	=	–60

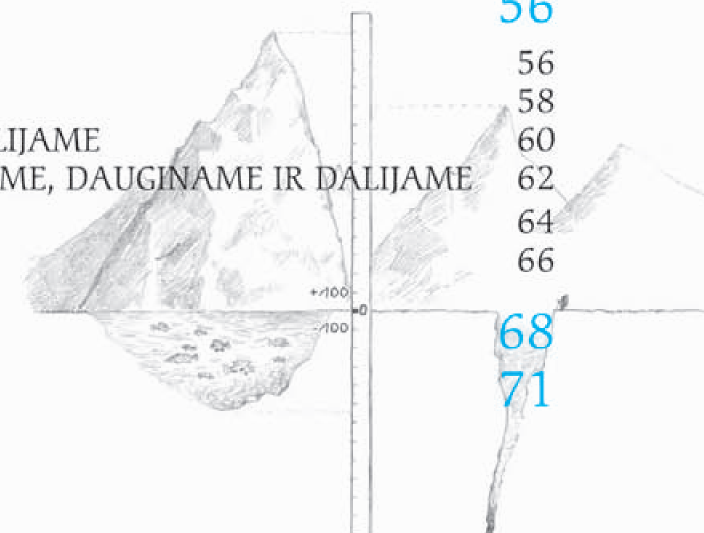
O kaip išspręsti Agnės sugalvotus galvosūkius? Juk čia yra veiksmai su neigiamaisiais skaičiais.

Kaip spręsti šiuos galvosūkius, sužinosite skyriuje „Veiksmai su teigiamaisiais ir neigiamaisiais skaičiais“.

***Šiame skyriuje*:**

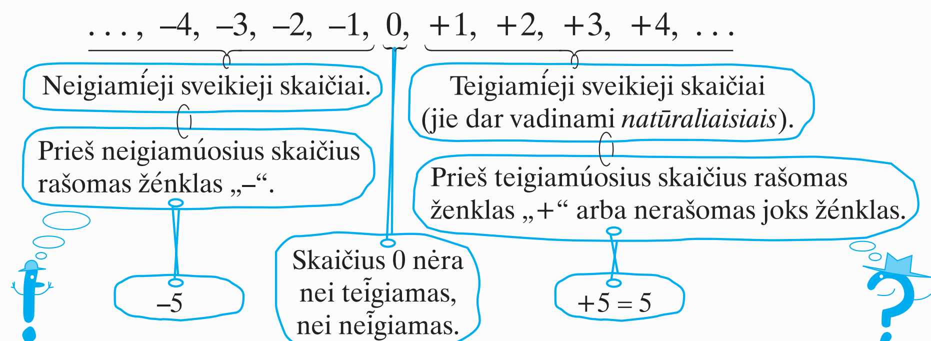
- pakartosite natūraliuosius, sveikuosius ir trupmeninius skaičius;
- prisiminsite teigiamuosius ir neigiamuosius skaičius bei pakartosite veiksmus su teigiamaisiais skaičiais;
- sužinosite, kokie skaičiai vadinami vienas kitam priešingais, o kokie — vienas kitam atvirkštiniais;
- sužinosite, kas yra skaičiaus modulis;
- susipažinsite su begalinėmis dešimtainėmis periodinėmis trupmenomis;
- išmoksite atlikti veiksmus su neigiamaisiais skaičiais.

2 VEIKSMAI SU TEIGIAMAISIAIS IR NEIGIAMAISIAIS SKAIČIAIS



4 SVEIKIEJI SKAIČIAI. VIENAS KITAM PRIEŠINGI SKAIČIAI

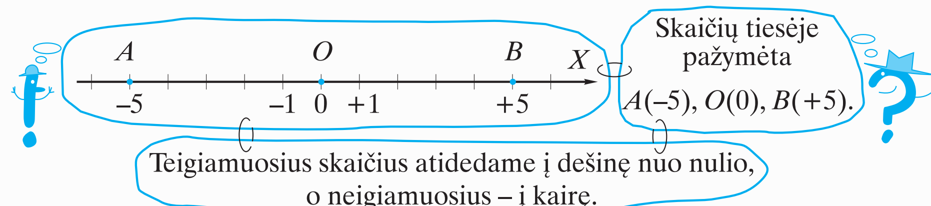
Sveikaisiais skaičiais vadinami skaičiai:



1 užduotis.

1) Sakinį užrašykite vartodami teigiamuosius ir neigiamuosius skaičius.
Lauke yra dešimt laipsnių šalčio, o kambaryje — dešimt laipsnių šilumos.

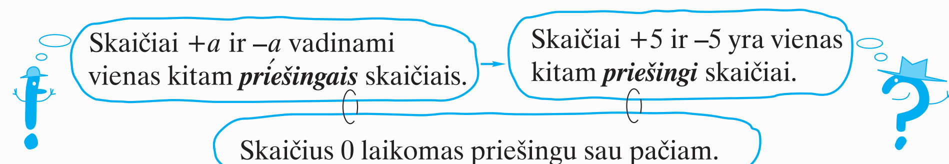
2) Tuos skaičius pažymėkite skaičių tiesėje taškais.



2 užduotis.

1) Perskaitykite skaičius:
-10; $+2$; -4; -3; 10; 0; 3.

2) Kurie iš šių skaičių yra vienas kitam priešingi?



3) Užrašykite skaičius, priešingus skaičiams $+2$ ir -4.

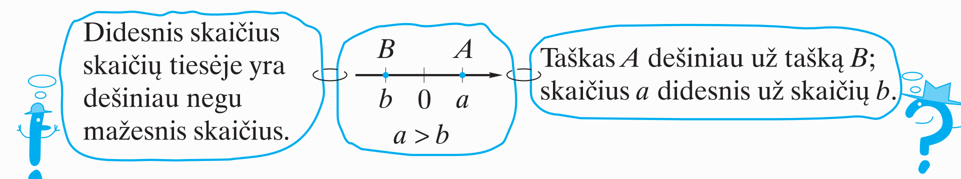
4) Skaičių tiesėje taškais pažymėkite skaičius $+2$ ir -4 bei jiems priešingus skaičius.

38. Iš skaičių
$+7$; -15; 6; -21; $+38$; 0; -1
išrinkite ir surašykite tuos skaičius, kurie:
a) yra teigiamieji;
b) yra neigiamieji;
c) nėra nei teigiamieji, nei neigiamieji.

39. 1) Skaičių tiesėje pažymėkite taškus, kurie atitinka skaičius
-6; 3; 0; -2; -1; 4; 1.

2) Koks ženklas ($>$, $<$ ar $=$) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio?

a) 3 □ 4; b) 3 □ 1; c) -6 □ -2; d) -1 □ -2;
e) -2 □ 3; f) 1 □ -1; g) 0 □ -6; h) 4 □ 0.



40. 1) Nusibrėžkite skaičių tiesę OX ir joje pažymėkite taškus:
$O(0)$, $A(+1)$, $B(+2)$, $C(+5)$, $D(-2)$, $E(-5)$, $F(-3)$.

2) Surašykite poras vienas kitam priešingų skaičių, kuriuos pažymėjote taškais tiesėje OX.

3) Pažymėkite skaičių tiesės taškus, kurie atitinka skaičius, priešingus skaičiams $+1$ ir -3.

41. Skaičiui priešingą skaičių galima gauti prieš duotąjį skaičių parašius minuso ženklą. Pavyzdžiui:
- skaičiui $+5$ priešingas yra skaičius $-(+5) = -5$;
- skaičiui -5 priešingas yra skaičius $-(-5) = +5$;
- skaičiui 5 priešingas yra skaičius -5.

1) Koks skaičiaus ženklas (+ ar −) turėtų būti parašytas vietoj skritulėlio, kad būtų teisinga lygybė:

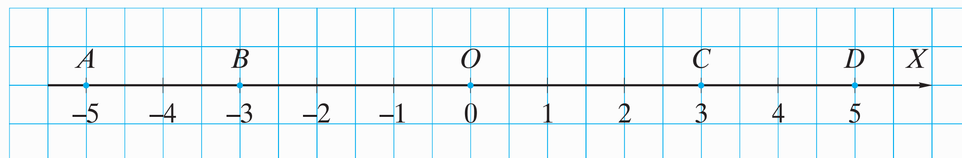
a) $-(-6) =$ ○ 6? b) $-(+6) =$ ○ 6?
c) $-(-1) =$ ○ 1? d) $-(+1) =$ ○ 1?
e) $-(+15) =$ ○ 15? f) $-(-15) =$ ○ 15?

2) Koks ženklas ($>$, $<$ ar $=$) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio?

a) $-(-2)$ □ $+2$; b) $-(-4)$ □ $+4$;
c) $-(-2)$ □ -2; d) $-(-4)$ □ -4;
e) $-(+2)$ □ -2; f) $-(+4)$ □ $+4$;
g) $-(+2)$ □ $+2$; h) $-(+4)$ □ -4.

SKAIČIAUS MODULIS

Užduotis. Skaičių tiesėje penki skaičiai pažymėti taškais A, B, O, C, D.



1) Užrašykite taškus A, B, O, C ir D atitinkančius skaičius.
A(?), B(?), O(?), C(?), D(?).

Tašką C atitinka skaičius 3.

Rašome: $C(3)$.

2) Užrašykite atkarpų OA, OB, OC ir OD ilgius.
$OA = ?$, $OB = ?$, $OC = ?$, $OD = ?$.

Atkarpos OB ilgis lygus atstumui tarp taškų O ir B.

Rašome: $OB = 3$.

Skaičiaus ***mòduliu*** vadiname tą skaičių atitinkančio skaičių tiesės taško atstumą iki 0 žyminčio taško.

Skaičiaus 3 modulis lygus 3, nes atstumas tarp taškų $C(3)$ ir $O(0)$ lygus 3.

Rašome: $|3| = 3$.

Skaičiaus –3 modulis lygus 3, nes atstumas tarp taškų $B(-3)$ ir $O(0)$ lygus 3.

Rašome: $|-3| = 3$.

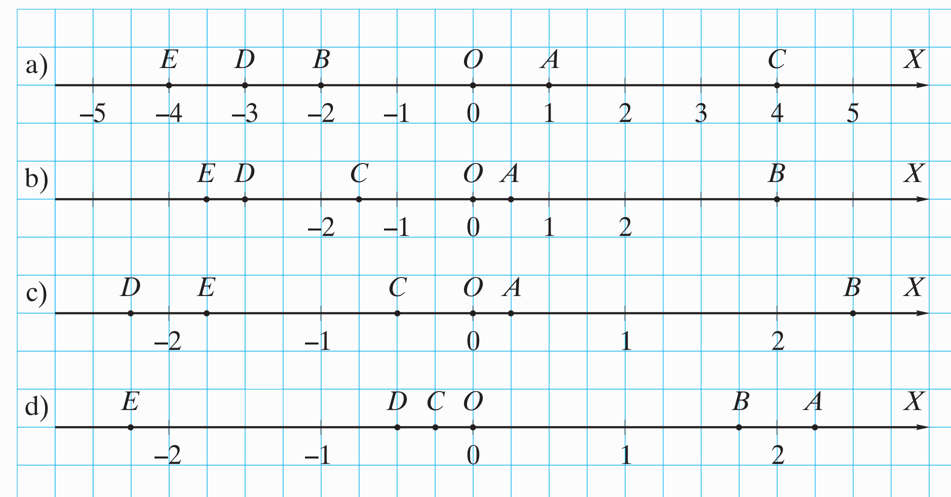
$|-3| = 3$ $|3| = 3$
–3 –2 –1 0 1 2 3

3) Parašykite, kam lygūs skaičių -5, -3, 3, 5 ir 0 moduliai.
$|-5| = ?$, $|-3| = ?$, $|3| = ?$, $|5| = ?$, $|0| = ?$.

4) Koks ženklas ($>$, $<$ ar $=$) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio?
$|-5|$ □ $|5|$; $|-3|$ □ $|3|$.

5) Pabaikite sakinį:
Vienas kitam priešingų skaičių moduliai yra ....

42. Raskite atstumą nuo kiekvieno iš taškų A, B, C, D ir E iki taško O.



43. Užrašykite, kam lygus taškų $A(6)$, $B(-5)$, $C(2{,}3)$, $D\left(-2\frac{1}{3}\right)$ ir $E\left(-\frac{1}{4}\right)$ atstumas iki taško $O(0)$.

44. Raskite kiekvieno duotojo skaičiaus modulį.
8; 13,7; $-3\frac{1}{2}$; $-27{,}2$; 20; 0.

45. Skaičių tiesėje pažymėkite taškus, kuriuos atitinkančių skaičių moduliai yra:
a) 7; b) 1,5; c) $\frac{1}{2}$; d) $1\frac{3}{4}$.

$|4| = |-4| = 4$

46. Užrašykite skaičius, kurių moduliai yra:
a) 2; b) 2,6; c) 47; d) $\frac{3}{5}$.

47. Iš duotųjų skaičių išrinkite ir surašykite tuos skaičius, kurių moduliai yra lygūs.

5,3 42 $-3\frac{1}{5}$ $-7{,}0$ $-8{,}1$ 3 $-\frac{3}{3}$ 7 1 $8\frac{1}{10}$ -42

48. Apskaičiuokite reiškinio $|x|$ reikšmę, kai:
a) $x = -6$; b) $x = -21{,}8$; c) $x = 11$; d) $x = 0$.

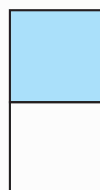
49. 1) Koks ženklas ($>$ ar $<$) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio?
a) 4 □ 6, $|4|$ □ $|6|$; b) 1,1 □ $1\frac{1}{2}$, $|1{,}1|$ □ $\left|1\frac{1}{2}\right|$;
c) -4 □ -6, $|-4|$ □ $|-6|$; d) $-1{,}1$ □ $-1\frac{1}{2}$, $|-1{,}1|$ □ $\left|-1\frac{1}{2}\right|$.

2) Pabaikite sakinius:
- Iš dviejų *teigiamų* skaičių didesnis yra tas, kurio modulis ....
- Iš dviejų *neigiamų* skaičių didesnis yra tas, kurio modulis ....



TRUPMENINIAI SKAIČIAI. VIENAS KITAM ATVIRKŠTINIAI SKAIČIAI

Dydžių dalys reiškiamos ***trupmeniniais skaičiais***.
Pavyzdžiui, kad nuspalvinta pusė stačiakampio, galima užrašyti taip:



0,5 – dešimtainė trupmena
Skaitome: nulis sveikų ir penkios dešimtosios

$\frac{1}{2}$ – paprastoji trupmena
Skaitome: viena antroji

$0{,}5 = \frac{1}{2}$

1 užduotis.
1) Dešimtainę trupmeną užrašykite jai lygia paprastąja trupmena.
a) 0,3; b) 0,25; c) –0,001; d) 1,02.

Dešimtainę trupmeną versdami paprastąja:
- skaitiklyje rašome po kablelio esantį skaičių;
- vardiklyje rašome 1 su tiek nulių, kiek skaitmenų yra po kablelio.

$0{,}7 = \frac{7}{10}$

$0{,}06 = \frac{6}{100}$

Trupmeną $\frac{6}{100}$ galima suprastinti. → $\frac{6}{100} = \frac{6:2}{100:2} = \frac{3}{50}$

2) Sveikąjį skaičių užrašykite jam lygia paprastąja trupmena, kurios vardiklis yra 1.
a) 3; b) 101; c) –3; d) –52.

$4 = \frac{4}{1}$ $-17 = -\frac{17}{1}$

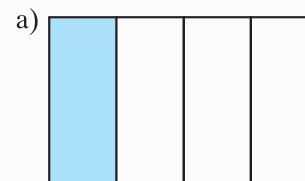
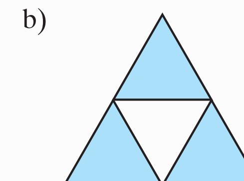
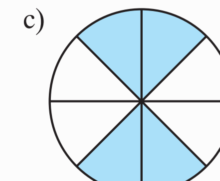
2 užduotis. Raskite kiekvienam duotajam skaičiui atvirkštinį skaičių:
$\frac{2}{5}$; $\frac{1}{3}$; 0,3; 3; –5.

Skaičiai $\frac{a}{b}$ ir $\frac{b}{a}$ vadinami vienas kitam ***atvirkštiniais*** skaičiais.

$\frac{2}{7}$ ir $\frac{7}{2}$ – vienas kitam atvirkštiniai skaičiai.

Raskime skaičiui 0,7 atvirkštinį skaičių.
- Duotąjį skaičių parašome paprastąja trupmena. → $0{,}7 = \frac{7}{10}$
- Paprastąją trupmeną apverčiame. → $\frac{10}{7}$ ir 0,7 yra vienas kitam atvirkštiniai skaičiai.

50. 1) Į kiek lygių dalių padalyta figūra?

a)  b)  c) 

2) Kiek dalių nuspalvinta?
3) Nuspalvintą figūros dalį užrašykite paprastąja trupmena; dešimtaine trupmena.

Paprastąją trupmeną versdami dešimtaine, skaitiklį dalijame iš vardiklio. → $\frac{4}{5} = 4 : 5 = 0{,}8$

51. Tarp surašytų skaičių tik du yra vienas kitam atvirkštiniai. Kurie?
a) $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{5}$; $-\frac{1}{5}$; $\frac{5}{5}$; $-\frac{2}{5}$; $\frac{5}{2}$.
b) 5; –5; $\frac{1}{5}$; 1; 0; $-\frac{5}{1}$.
c) –0,2; 2; 5; 20; –5; –1.

Skaičius 0 neturi sau atvirkštinio.

Skaičius 1 laikomas atvirkštiniu sau pačiam.

Skaičius –1 laikomas atvirkštiniu sau pačiam.

52. Kiekvienam duotajam skaičiui raskite atvirkštinį.
a) $\frac{3}{7}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{10}{3}$; $-\frac{11}{15}$; $-\frac{3}{4}$;
b) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $-\frac{1}{7}$; $-\frac{1}{100}$; $-\frac{1}{1000}$;
c) 3; 5; 14; 100; –10.

53. Mišrųjį skaičių užrašykite netaisyklingąja trupmena ir raskite jam atvirkštinį skaičių.
a) $3\frac{1}{2}$; b) $-2\frac{3}{7}$; c) $4\frac{1}{5}$; d) $-6\frac{2}{3}$; e) $11\frac{1}{9}$; f) $-7\frac{2}{3}$.

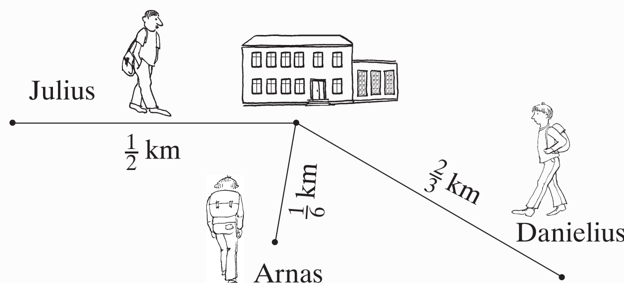
$2\frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 2 + 1}{3} = \frac{7}{3}$ – netaisyklingoji trupmena

$\frac{3}{7}$ ir $2\frac{1}{3}$ yra vienas kitam atvirkštiniai skaičiai

54. Dešimtainę trupmeną parašę paprastąja, raskite duotajam skaičiui atvirkštinį skaičių.
a) –0,1; b) 0,3; c) –0,9; d) 4,5; e) –3,2.

BEGALINĖS DEŠIMTAINĖS PERIODINĖS TRUPMENOS

Paveikslėlyje pavaizduota, kaip toli nuo mokyklos gyvena Julius, Arnas ir Danielius.



Užduotis.

1) Užrašykite dešimtaine trupmena skaičių $\frac{1}{2}$.

2) Užrašykime dešimtaine trupmena skaičių $\frac{1}{6}$.

$\frac{1}{6} = 1 : 6$

$$\begin{array}{r|l} 1 & 6 \\ \hline -0 & 0{,}1666\ldots \\ 10 & \\ -6 & \\ 40 & \\ -36 & \\ 40 & \\ -36 & \\ 40 & \\ -36 & \\ 4\ldots & \end{array}$$

Ar pastebite, kad dalijant liekana 4 pradėjo kartotis? Tęsdami dalybos veiksmą toliau, vis gausime tą pačią liekaną 4, o dalmenyje – tą patį skaičių 6.
0,1666... – *begalìnė* dešimtaĩnė trùpmena.

Begalinė dešimtainė trupmena, kurios trupmeninėje dalyje be galo daug kartų kartojasi tas pats skaitmuo arba kelių skaitmenų grupė, vadinama ***peri̇̀odine***.

0,1666... – begalinė dešimtainė *periodìnė* trupmena.

Rašome: $\frac{1}{6} = 0{,}1666\ldots = 0{,}1(6)$.

Skaitome: 0,1(6) – nulis sveikų, viena dešimtoji ir šeši periode.

3) Trupmeną $\frac{2}{3}$ užrašykite begaline dešimtaine periodine trupmena su periodu skliausteliuose ir perskaitykite užrašytą trupmeną.

4) Trupmenas 0,5; 0,1(6); 0,(6) surašykite didėjimo tvarka ir pasakykite, kuris — Julius, Arnas ar Danielius — gyvena arčiausiai mokyklos.

55. Iš dešimtainių trupmenų
0,1; 1,666...; 3,08(3); 7,0625; 8,636363...; 10,222
išrinkite ir surašykite periodines trupmenas.

56. Dalydami nustatykite, kuris atsakymas — **A**, **B** ar **C** — yra teisingas.

a) $\frac{1}{3} =$ **A** 0,3 **B** 0,33 **C** 0,(3)

b) $\frac{5}{11} =$ **A** 0,(45) **B** 0,45 **C** 0,4(5)

c) $\frac{16}{9} =$ **A** 0,1(7) **B** 1,(7) **C** 0,(17)

57. Periodinę trupmeną užrašykite su periodù skliausteliuose.

1,2131313... = 1,2(13)

a) 0,55555...; b) 3,154545454...;
c) 2,00583333...; d) 7,0351351351...;
e) 9,009009009...; f) 17,0513131313....

58. Perskaitykite periodinę trupmeną.
a) 0,(2); b) 3,0(9); c) 7,1(36); d) 6,(009); e) 12,05(13).

59. Periodinę trupmeną užrašykite be periodo skliausteliuose, po kablelio parašydami 6 skaitmenis.
a) 0,(4); b) 4,(12); c) 5,1(6); d) 8,08(6); e) 13,11(09).

60. Surašykite trupmenas didėjimo tvarka:
2,6; 2,(6); 2,66; 2,0(6).

61. Surašykite trupmenas mažėjimo tvarka:
2,36; 2,0(6); 2,(36); 2,06.

62. Paprastąją trupmeną užrašykite dešimtaine. Jei gausite begalinę periodinę trupmeną, tai periodą užrašykite skliausteliuose.
a) $\frac{15}{2}$; b) $\frac{2}{15}$; c) $\frac{8}{3}$; d) $\frac{3}{8}$; e) $\frac{7}{11}$; f) $\frac{11}{7}$.

63. Paprastąją trupmeną užrašykite dešimtaine, o tada palyginkite, vietoj kvadratėlio parašydami ženklą >, < arba =.

a) $\frac{3}{8}$ ☐ 0,8; b) $\frac{7}{3}$ ☐ 2,3; c) 0,(2) ☐ $\frac{2}{9}$;

d) 0,(42) ☐ $\frac{3}{7}$; e) $\frac{11}{6}$ ☐ 1,8(3); f) $\frac{1}{1000}$ ☐ 0,01(6).

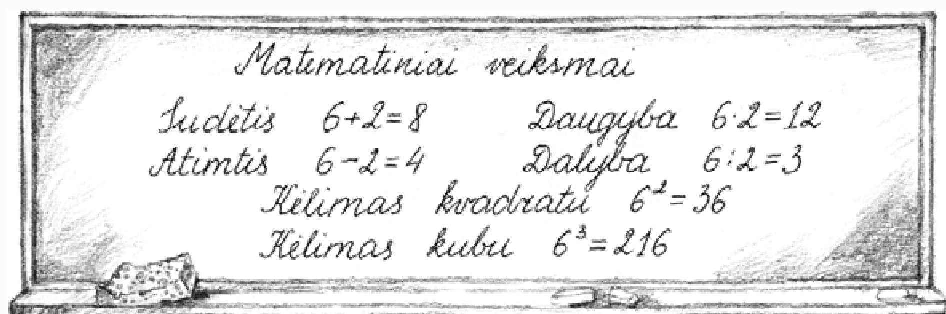
64. Paprastąją trupmeną užrašykite dešimtaine ir suapvalinkite:

a) iki dešimtųjų: $\frac{1}{9}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{11}{12}$;

b) iki šimtųjų: $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{11}$, $\frac{7}{9}$.

65. 3 bananai kainuoja 1,6 Lt. Kiek kainuoja vienas bananas? Atsakymą suapvalinkite iki šimtųjų.

VEIKSMAI SU NENEIGIAMAISIAIS SKAIČIAIS



6 ***1 užduotis.*** Sudėkite: a) $1,28+3,92$; b) $\frac{7}{3}+\frac{2}{3}$; c) $\frac{4}{5}+\frac{2}{3}$; d) $1,25+2\frac{5}{6}$.

$$\begin{array}{r} 23,04 \\ +\ 177,2 \\ \hline 200,24 \end{array}$$

$\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=\frac{1+3}{4}=\frac{4}{4}=1$

$\frac{2^{\backslash 2}}{5}+\frac{1^{\backslash 5}}{2}=\frac{4}{10}+\frac{5}{10}=\frac{4+5}{10}=\frac{9}{10}$

$2,5+\frac{1}{3}=\frac{25}{10}+\frac{1}{3}=\frac{5^{\backslash 3}}{2}+\frac{1^{\backslash 2}}{3}=\frac{15}{6}+\frac{2}{6}=\frac{17}{6}=2\frac{5}{6}$

7 ***2 užduotis.*** Atimkite: a) $7,08-1,2$; b) $\frac{7}{3}-\frac{2}{3}$; c) $\frac{4}{5}-\frac{2}{3}$; d) $2\frac{5}{6}-1,25$.

8 ***3 užduotis.*** Sudauginkite: a) $7,08\cdot 1,2$; b) $\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{6}$; c) $2\frac{1}{3}\cdot\frac{9}{14}$; d) $1,1\cdot\frac{2}{7}$.

$$\begin{array}{r} 2,01 \\ \times\ 1,7 \\ \hline 1407 \\ +\ 201 \\ \hline 3,417 \end{array}$$

$2\frac{1}{5}\cdot\frac{10}{3}=\frac{11}{5}\cdot\frac{10}{3}=\frac{11\cdot \cancel{10}^{2}}{\cancel{5}_{1}\cdot 3}=\frac{11\cdot 2}{1\cdot 3}=\frac{22}{3}=7\frac{1}{3}$

$2,4\cdot\frac{1}{3}=\frac{24}{10}\cdot\frac{1}{3}=\frac{\cancel{24}^{8}\cdot 1}{10\cdot\cancel{3}_{1}}=\frac{\cancel{8}^{4}\cdot 1}{\cancel{10}_{5}\cdot 1}=\frac{4}{5}$

9 ***4 užduotis.*** Padalykite: a) $3,417:2,01$; b) $\frac{4}{3}:\frac{5}{6}$; c) $1\frac{1}{2}:\frac{21}{24}$; d) $5\frac{2}{3}:3$.

$6,262:3,1=62,62:31=2,02$

$$\begin{array}{r|l} 62,62 & 31 \\ \cline{2-2} -\,62 & 2,02 \\ \cline{1-1} -\,62 & \\ 62 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

$2\frac{1}{3}:3=\frac{3\cdot 2+1}{3}:\frac{3}{1}=\frac{7}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{7\cdot 1}{3\cdot 3}=\frac{7}{9}$

10 ***5 užduotis.*** Pakelkite kvadratu ar kubu:
a) 2^2; b) $0,2^3$; c) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$; d) $\left(2\frac{1}{2}\right)^3$.

$\left(1\frac{2}{7}\right)^2=\left(\frac{9}{7}\right)^2=\frac{9}{7}\cdot\frac{9}{7}=\frac{81}{49}=1\frac{32}{49}$

$\left(1\frac{2}{7}\right)^3=\left(\frac{9}{7}\right)^3=\frac{9}{7}\cdot\frac{9}{7}\cdot\frac{9}{7}=\frac{729}{343}=2\frac{43}{343}$

66. Sudėkite.
a) $123,1+15,92$; b) $23,95+101,5$; c) $\frac{3}{5}+\frac{4}{5}$; d) $\frac{6}{7}+\frac{1}{3}$;
e) $2\frac{1}{2}+\frac{5}{6}$; f) $0,2+\frac{3}{5}$; g) $1,25+3\frac{1}{6}$; h) $14\frac{1}{4}+5\frac{4}{5}$.

67. Atimkite.
a) $66,66-27,19$; b) $13-2,23$; c) $\frac{7}{8}-\frac{1}{8}$; d) $\frac{9}{7}-\frac{1}{3}$;
e) $2\frac{1}{3}-1\frac{2}{3}$; f) $14,1-\frac{7}{8}$; g) $10\frac{1}{7}-3,3$; h) $9\frac{9}{10}-7\frac{1}{7}$.

68. Sudėdami patikrinkite, ar teisingai atimta.
a) $23-1,09=21,91$; b) $\frac{57}{7}-\frac{1}{7}=8$; c) $2\frac{1}{3}-1\frac{1}{2}=1\frac{1}{6}$.
Jei radote klaidų, tai ištaisykite jas.

Ar teisingai atimta, galima patikrinti sudedant.
Prie skirtumo pridėję atėminį, turime gauti turinį.

$6-2=4$,
nes $4+2=6$

69. Sudauginkite.
a) $25,1\cdot 0,3$; b) $2,2\cdot 13,02$; c) $\frac{3}{5}\cdot\frac{4}{11}$; d) $\frac{7}{5}\cdot\frac{10}{3}$;
e) $36\cdot\frac{11}{12}$; f) $4\frac{1}{2}\cdot 1\frac{1}{6}$; g) $5\frac{2}{7}\cdot 35$; h) $2,5\cdot 2\frac{1}{3}$.

70. Padalykite.
a) $12,1:11$; b) $152:2,5$; c) $86,1:2,46$; d) $\frac{4}{5}:\frac{2}{7}$;
e) $3:\frac{12}{7}$; f) $\frac{6}{7}:3\frac{3}{14}$; g) $2\frac{4}{5}:3\frac{1}{10}$; h) $12,2:1\frac{1}{3}$.

71. Daugindami patikrinkite, ar teisingai padalyta.
a) $26,855:2,05=13,01$; b) $\frac{13}{7}:\frac{3}{7}=4,3$; c) $0:12\frac{1}{12}=0$.
Jei radote klaidų, tai ištaisykite jas.

Ar teisingai padalyta, galima patikrinti dauginant.
Dalmenį padauginę iš daliklio, turime gauti dalinį.

$6:2=3$,
nes $3\cdot 2=6$

72. Pakelkite kvadratu: a) 3^2; b) $\left(\frac{1}{2}\right)^2$; c) $0,1^2$; d) $\left(1\frac{1}{3}\right)^2$.

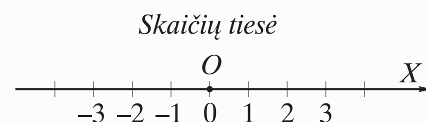
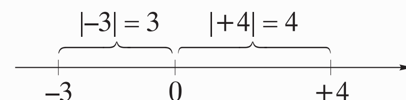
73. Pakelkite kubu: a) 3^3; b) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$; c) $0,1^3$; d) $\left(1\frac{1}{3}\right)^3$.

74. Atlikite veiksmus su skaičių moduliais.
a) $|+3|+|-5|$; b) $|+5|-|-3|$;
c) $|-5|\cdot|-3|$; d) $|-5|:|3|$.

$|3|:|-7|=3:7=\frac{3}{7}$

75. a) Kam lygi skaičių 2 ir $-\frac{3}{4}$ modulių suma? modulių sandauga?
b) Kam lygus skaičių $-1\frac{1}{3}$ ir $-\frac{2}{3}$ modulių skirtumas? modulių dalmuo?

APIBENDRINAME

Natūralieji skaičiai: 1, 2, 3, 4, ... *Sveikieji* skaičiai: ..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...	*Skaičių tiesė* 
Trupmeniniai skaičiai: • dešimtainės trupmenos; • paprastosios trupmenos; • mišrieji skaičiai.	2,3; $-2,(3)$ $\frac{2}{5}$; $-\frac{7}{2}$ $2\frac{3}{4}$; $-1\frac{1}{2}$
Jei $a > 0$, tai a — teigiamas.	$5 > 0$, $+7 > 0$
Jei $a < 0$, tai a — neigiamas.	$-2 < 0$, $-\frac{3}{4} < 0$
Jei $a \geqslant 0$, tai a — neneigiamas.	$\frac{1}{2} \geqslant 0$, $0,1 \geqslant 0$
Jei $a \leqslant 0$, tai a — neteigiamas.	$-2,4 \leqslant 0$, $-0,1 \leqslant 0$
Skaičiai $+a$ ir $-a$ yra vienas kitam *priešingi*. Skaičius 0 laikomas priešingu sau pačiam.	Skaičiai $+5$ ir -5, $-2\frac{1}{2}$ ir $2\frac{1}{2}$ yra vienas kitam priešingi.
Prieš skaičių parašę ženklą „–“, gauname tam skaičiui priešingą skaičių. Skaičiui $+a$ priešingas yra $-(+a) = -a$. Skaičiui $-a$ priešingas yra $-(-a) = +a$. Skaičiui a priešingas yra $-a$.	Skaičiui: $+5$ priešingas yra $-(+5) = -5$, -5 priešingas yra $-(-5) = +5$, 5 priešingas yra -5.
Skaičiaus a *mòdulis* parodo, kiek skaičius a skaičių tiesėje yra nutolęs nuo 0. Modulis — neneigiamas dydis: $\lvert a\rvert \geqslant 0$.	
Priešingųjų skaičių moduliai yra lygūs.	$\lvert +5\rvert = \lvert -5\rvert = 5$
Skaičiai $\frac{a}{b}$ ir $\frac{b}{a}$ yra vienas kitam *atvirkštiniai* ($a \neq 0$, $b \neq 0$). Skaičius 1 laikomas atvirkštiniu sau pačiam. Skaičius -1 laikomas atvirkštiniu sau pačiam. Skaičius 0 neturi atvirkštinio.	Skaičiai $\frac{3}{2}$ ir $\frac{2}{3}$, $-\frac{5}{7}$ ir $-\frac{7}{5}$ yra vienas kitam atvirkštiniai.
Skaičių parašę paprastąja trupmena ir ją apvertę, gauname tam skaičiui atvirkštinį skaičių.	$0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ apverčiame: $\frac{5}{1} = 5$ 0,2 ir 5 — vienas kitam atvirkštiniai skaičiai
Paprastąją trupmeną versdami dešimtaine, skaitiklį dalijame iš vardiklio.	$\frac{3}{4} = 3 : 4 = 0,75$

Kiekvieną paprastąją trupmeną galima užrašyti jai lygia dešimtaine trupmena: • arba baigtinè; • arba begalinè periòdine.	$\frac{3}{4} = 0,75$ — baigtinė trupmena $\frac{7}{3} = 2,333...$ — begalinė periodinė trupmena
Begalinė dešimtainė trupmena, kurios vienas ar keli skaitmenys nuolat pasikartoja ta pačia tvarka, vadinama begaline dešimtaine *periòdine* trupmena. Pasikartojanti dalis vadinama trupmenos *periodù*.	2,53636... — periodinė trupmena 2,53636... periodas
Begalinę dešimtainę periodinę trupmeną galima užrašyti trumpiau — periodą suskliaučiant.	*Rašome*: $2,53636... = 2,5(36)$ *Skaitome*: 2,5(36) — du sveiki, penkios dešimtosios ir trisdešimt šeši periode
Veiksmai su skaičiais: • sudėtis; • atimtis; • daugyba; • dalyba; • kėlimas kvadratu; • kėlimas kubu.	$2 + 3 = 5$, $7 - 2 = 5$ $7 \cdot 3 = 21$, $7 : 3 = \frac{7}{3}$ $3^2 = 9$, $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$

Suraskite klaidą

Vartydama matematinę knygelę, Agnė surado tokią užduotį.

Užrašykime tokią teisingą lygybę:

$\underbrace{20 - 15 - 5}_{0} = \underbrace{16 - 12 - 4}_{0}$.

Kiekvieną skaičių parašykime kaip dviejų skaičių sandaugą:

$5 \cdot 4 - 5 \cdot 3 - 5 \cdot 1 = 4 \cdot 4 - 4 \cdot 3 - 4 \cdot 1$.

Kairėje lygybės pusėje iškelkime prieš skliaustus bendrąjį dauginamąjį 5, o dešinėje pusėje prieš skliaustus iškelkime 4:

$5 \cdot (4 - 3 - 1) = 4 \cdot (4 - 3 - 1)$.

Skliaustuose esantys reiškiniai $(4 - 3 - 1)$ yra vienodi. Vadinasi,

$5 = 4$.

Agnė niekaip nesuprato, kodėl taip išėjo.
1) Padėkite Agnei surasti klaidą.
2) Sugalvokite panašų uždavinį „įrodyti lygybei“ $6 = 7$.

SPRENDŽIAME

76. a) Nurodykite *mažiausią teigiamąjį* sveikąjį skaičių.
b) Nurodykite *didžiausią neigiamąjį* sveikąjį skaičių.
c) Nurodykite *didžiausią neteigiamąjį* sveikąjį skaičių.

77. 1) Skaičių tiesėje pažymėkite taškus, atitinkančius skaičius:
$+2$; -7; $-0{,}5$; $3{,}5$; $4\frac{1}{2}$; $-\frac{3}{2}$.
2) Surašykite duotiesiems skaičiams priešingus skaičius ir pažymėkite juos toje pačioje skaičių tiesėje taškais.

78. Raskite $-m$ reikšmę, kai:
a) $m=+11$; b) $m=-11$; c) $m=-\frac{5}{7}$; d) $m=2\frac{1}{3}$; e) $m=0$.

79. Raskite k reikšmę, kai:
a) $-k=8$; b) $-k=-4$; c) $-k=3$; d) $-k=-12$; e) $-k=0$.

80. 1) Ar yra toks skaičius, kurio modulis lygus:
a) 6? b) 8,5? c) $\frac{9}{13}$? d) 0? e) $2\frac{3}{7}$? f) -2?
2) Jei taip, tai užrašykite tą skaičių.

81. Persibraižykite į sąsiuvinį lentelę ir pabaikite ją pildyti.

$m=$	7	13		-4	-12		
$-m=$	-7		-15	4		10	
$\lvert m\rvert=$	7						0
$\lvert -m\rvert=$	7						

82. Ar duotieji skaičiai yra vienas kitam atvirkštiniai?
a) 12 ir $\frac{1}{12}$; b) $-\frac{1}{7}$ ir -7; c) $\frac{2}{5}$ ir $-\frac{2}{5}$;
d) $\frac{2}{5}$ ir $\frac{5}{2}$; e) $-\frac{2}{3}$ ir $-\frac{3}{2}$; f) 0,1 ir -10.

83. Raskite duotajam skaičiui atvirkštinį skaičių.
a) -14; b) $\frac{3}{7}$; c) 20; d) $-\frac{2}{11}$; e) $-\frac{7}{12}$; f) 3,3; g) $-1\frac{3}{5}$; h) $10\frac{1}{10}$.

84. Raskite kiekvienam iš skaičių -17; $\frac{5}{8}$; $-2\frac{1}{3}$; $3\frac{2}{5}$; 2,5; $-5{,}4$:
a) priešingą skaičių; b) atvirkštinį skaičių.

85. Surašykite skaičius didėjimo tvarka:
7,(18); 7,1(8); 7,18; 7,(81); 7,8(1); 7,81.

86. Surašykite skaičius mažėjimo tvarka:
3,14; 3,1(4); 3,(41); 3,4(1); 3,41.

87. Nustatykite, koks būtų dvidešimtas skaitmuo po kablelio, jei duotąją periodinę trupmeną užrašytume be skliaustelių.
a) 1,2(7); b) 7,(12); c) 2,(375); d) 4,(714285).

88. Apskaičiuokite.
a) $24{,}5+0{,}51$, $24{,}5-0{,}5$, $24{,}5\cdot 0{,}51$, $24{,}5:0{,}5$;
b) $1\frac{2}{7}+\frac{3}{7}$, $1\frac{2}{7}-\frac{3}{7}$, $\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}:1\frac{2}{7}$;
c) $4\frac{4}{5}+2\frac{1}{8}$, $4\frac{4}{5}-2\frac{1}{8}$, $4\frac{4}{5}\cdot 2\frac{1}{8}$, $4\frac{4}{5}:2\frac{1}{8}$.

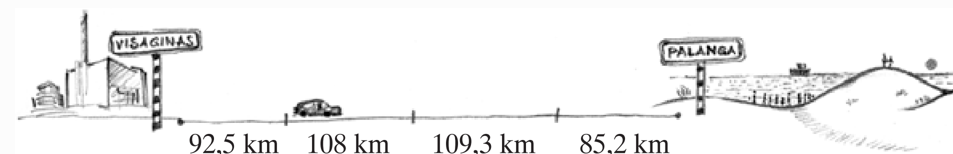
89. Pakelkite kvadratu. a) 11^2; b) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$; c) $0{,}12^2$; d) $\left(2\frac{1}{4}\right)^2$.

90. Pakelkite kubu. a) 7^3; b) $\left(\frac{1}{4}\right)^3$; c) $0{,}2^3$; d) $\left(1\frac{1}{2}\right)^3$.

91. Apskaičiuokite reiškinių su moduliais reikšmes.
a) $\lvert -18\rvert+\lvert +3\rvert$, $\lvert 18\rvert-\lvert 3\rvert$, $\lvert 18\rvert\cdot\lvert -3\rvert$, $\lvert -18\rvert:\lvert -3\rvert$;
b) $\lvert +20{,}4\rvert+\lvert -0{,}4\rvert$, $\lvert -20{,}4\rvert-\lvert +0{,}4\rvert$, $\lvert -20{,}4\rvert\cdot\lvert 0{,}4\rvert$, $\lvert 20{,}4\rvert:\lvert -0{,}4\rvert$;
c) $\lvert +7\rvert+\left\lvert +3\frac{1}{2}\right\rvert$, $\lvert -7\rvert-\left\lvert -3\frac{1}{2}\right\rvert$, $\lvert -7\rvert\cdot\left\lvert 3\frac{1}{2}\right\rvert$, $\lvert 7\rvert:\left\lvert -3\frac{1}{2}\right\rvert$.

92. Pirkdamas prekes, pirklys pirmąją dieną išleido 35 dukatus, o antrąją — 46 dukatais daugiau negu pirmąją. Pardavęs tas prekes kitoje šalyje, jis gavo 194 dukatus. Koks pirklio pelnas?

93. Aloyzas važiavo automobiliu iš Visagino į Palangą. Piešinyje pavaizduota, kiek kilometrų jis nuvažiavo per kiekvieną valandą.



1) Kiek iš viso valandų važiavo Aloyzas?
2) Kiek iš viso kilometrų nuvažiavo Aloyzas?
3) Kiek vidutiniškai kilometrų nuvažiuodavo Aloyzas per valandą?


94. Už debesėlių slepiasi vienas ir tas pats skaičius. Koks?
☁ + ☁ = ☁ · ☁.


95. Už kvadratėlių slepiasi vienas ir tas pats skaičius. Koks?
$\square^3-\square^2=0$.



SUDEDAME

1 užduotis. Sudėkite skaičius su *vienódais* žeñklais.
a) $(+7)+(+3)$; b) $(-7)+(-3)$.

	Uždirbau 4 litus		Uždirbau 5 litus		Abu kartu uždirbome 9 litus
Rašome:	(+4)	+	(+5)	=	(+9)
Trumpiau:	4	+	5	=	9

Kai dėmenys ***teigiami***, tai ir sumà ***teigiamà***.

	Išleidau 4 litus		Išleidau 5 litus		Abu kartu išleidome 9 litus
Rašome:	(–4)	+	(–5)	=	(–9)
Trumpiau:	–4	+	(–5)	=	–9

Kai dėmenys ***neigiami***, tai ir suma ***neigiamà***.

Sudėdami skaičius su *vienodais* ženklais:
- parašome bendrąjį dėmenų ženklą;
- sudedame tų skaičių modulius.

2 užduotis. Sudėkite skaičius su *skirtingais* ženklais.
a) $(+7)+(-3)$; b) $(-7)+(+3)$.

	Uždirbau 4 litus		Išleidau 5 litus		Abu kartu išleidome 1 litą
Rašome:	(+4)	+	(–5)	=	(–1)
Trumpiau:	4	+	(–5)	=	–1

Kai dėmenų ženklai ***skirtingi***, tai suma turi ženklą to dėmens, kurio ***mòdulis didèsnis***.

	Išleidau 4 litus		Uždirbau 5 litus		Abu kartu uždirbome 1 litą
Rašome:	(–4)	+	(+5)	=	(+1)
Trumpiau:	–4	+	5	=	1

Sudėdami skaičius su *skirtingais* ženklais:
- parašome ženklą to dėmens, kurio modulis didesnis;
- iš didesniojo modulio atimame mažesnįjį.

96. Nustatykite sumos ženklą ir apskaičiuokite sumą.

a) $(+5)+(+3)$,
$(+6)+(+4)$,
$3{,}3+2{,}7$,
$2\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$;

$(+11)+(+4)=+15$
(+), nes abu dėmenys teigiami
(15), nes $|+11|+|+4|=11+4=15$

b) $(-5)+(-3)$,
$(-6)+(-4)$,
$-3{,}3+(-2{,}7)$,
$-2\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{2}\right)$;

$(-11)+(-4)=-15$
(–), nes abu dėmenys neigiami
(15), nes $|-11|+|-4|=11+4=15$

c) $(-5)+(+3)$,
$(+4)+(-6)$,
$-3{,}3+2{,}7$,
$\frac{1}{2}+\left(-2\frac{1}{2}\right)$;

$(-11)+(+4)=-7$
(–), nes $|-11|>|+4|$
(7), nes $|-11|-|+4|=11-4=7$

d) $(+5)+(-3)$,
$(-4)+(+6)$,
$3{,}3+(-2{,}7)$,
$-\frac{1}{2}+2\frac{1}{2}$.

$(+11)+(-4)=+7$
(+), nes $|+11|>|-4|$
(7), nes $|+11|-|-4|=11-4=7$

97. Sudėkite.
a) $(+25)+(+113)$, $(+41)+(+19)$, $3{,}6+4{,}4$, $1\frac{1}{3}+2\frac{2}{3}$;
b) $(-25)+(-113)$, $(-41)+(-19)$, $-3{,}6+(-4{,}4)$, $-1\frac{1}{3}+\left(-2\frac{2}{3}\right)$;
c) $(+25)+(-113)$, $(+41)+(-19)$, $3{,}6+(-4{,}4)$, $1\frac{1}{3}+\left(-2\frac{2}{3}\right)$;
d) $(-25)+(+113)$, $(-41)+(+19)$, $-3{,}6+4{,}4$, $-1\frac{1}{3}+2\frac{2}{3}$.

98. 1) Apskaičiuokite vienas kitam priešingų skaičių sumą.
a) $(+5)+(-5)$; b) $(-2{,}5)+(+2{,}5)$; c) $\left(-3\frac{1}{3}\right)+3\frac{1}{3}$.
2) Pabaikite sakinį:
Vienas kitam priešingų skaičių suma lygi ...
3) Koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj debesėlio, kad būtų teisinga lygybė:
a) $(+9)+$ ☁ $=0$? b) $(-11)+$ ☁ $=0$? c) ☁ $+(+4)=0$?
d) ☁ $+(-2)=0$? e) $6+$ ☁ $=0$? f) ☁ $+15=0$?

99. Kokį skaičių reikia pridėti prie:
a) 5, kad gautume 0? 10? –10? b) –5, kad gautume 0? 10? –10?
c) 23, kad gautume 0? 13? –13? d) –17, kad gautume 0? 20? –20?

12 ATIMAME

1 užduotis. Sudėdami patikrinkite, ar teisingai atimta.

a) $(+11) - (+5) = (+6)$; b) $(-11) - (+5) = (-16)$;
c) $(+11) - (-5) = (+16)$; d) $(-11) - (-5) = (-6)$.

Atimtis – veiksmas, priešingas sudėčiai. Ar teisingai atimta, galima patikrinti sudedant. Prie skirtumo pridėję atėminį, turime gauti turinį: $a - b = c$, kai $c + b = a$.

$(+8) - (+2) = (+6)$, nes $(+6) + (+2) = (+8)$
$(-8) - (+2) = (-10)$, nes $(-10) + (+2) = (-8)$
$8 - (-2) = 10$, nes $10 + (-2) = 8$
$-8 - (-2) = -6$, nes $-6 + (-2) = -8$

2 užduotis.

1) Koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj debesėlio, kad būtų teisinga lygybė:

a) $(+11) - (+5) =$ ☁? b) $(+11) + (-5) =$ ☁?

2) Koks ženklas ($>$, $<$, $=$) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio?

$(+11) - (+5)$ □ $(+11) + (-5)$.

Atimtį galima keisti sudėtimi su atėminiui priešingu skaičiumi.

$a - (+b) = a + (-b)$
$a - (-b) = a + (+b)$
$a - b = a + (-b)$

$8 - (+2) = 8 + (-2)$
$8 - (-2) = 8 + (+2)$
$8 - 2 = 8 + (-2)$

3 užduotis. Atimtį pakeitę sudėtimi, apskaičiuokite skirtumą.

a) $(+9) - (+15)$; b) $(-9) - (+15)$; c) $(+9) - (-15)$; d) $(-9) - (-15)$.

$(+2) - (+5) = (+2) + (-5) = (-3)$
$(-2) - (+5) = (-2) + (-5) = (-7)$
$(+2) - (-5) = (+2) + (+5) = (+7)$
$(-2) - (-5) = (-2) + (+5) = (+3)$

$2 - 5 = 2 + (-5) = -3$
$-2 - 5 = -2 + (-5) = -7$
$2 - (-5) = 2 + 5 = 7$
$-2 - (-5) = -2 + 5 = 3$

Atimant vieną skaičių iš kito, galima prie turinio pridėti skaičių, priešingą atėminiui.

100. Atimtį pakeitę sudėtimi, apskaičiuokite, kam lygus skirtumas.

a) $(+14) - (+3)$, $-14 - (+3)$, $-14 - (-3)$, $14 - (-3)$;
b) $(+27{,}2) - (+2{,}2)$, $-27{,}2 - (+2{,}2)$, $-27{,}2 - (-2{,}2)$, $27{,}2 - (-2{,}2)$;
c) $(+\frac{5}{7}) - (+\frac{1}{7})$, $-\frac{5}{7} - (+\frac{1}{7})$, $-\frac{5}{7} - (-\frac{1}{7})$, $\frac{5}{7} - (-\frac{1}{7})$.

101. Atimkite. Sudėtimi pasitikrinkite, ar nesuklydote.

a) $(+5) - (+8)$, $10 - 23$, $2{,}5 - 3{,}7$, $\frac{1}{5} - 2\frac{4}{5}$;
b) $(+5) - (-8)$, $10 - (-23)$, $2{,}5 - (-3{,}7)$, $\frac{1}{5} - (-2\frac{4}{5})$;
c) $(-5) - (+8)$, $-10 - 23$, $-2{,}5 - 3{,}7$, $-\frac{1}{5} - 2\frac{4}{5}$;
d) $(-5) - (-8)$, $-10 - (-23)$, $-2{,}5 - (-3{,}7)$, $-\frac{1}{5} - (-2\frac{4}{5})$.

$13 - 19 = -6$,
$-6 + 19 = 13$

102. Apskaičiuokite.

a) $(-48) - (+27)$; b) $(+75) - (-34)$; c) $-3{,}5 - (-6{,}5)$;
d) $5{,}01 - (-5{,}1)$; e) $-\frac{2}{3} - \frac{4}{5}$; f) $2\frac{5}{7} - (-1\frac{1}{14})$.

103. Kambaryje yra $+16\,°C$. Keliais laipsniais kambario temperatūra yra aukštesnė už lauko temperatūrą, jei lauke yra:
a) $+12\,°C$? b) $0\,°C$? c) $-3\,°C$? d) $-16\,°C$?

104. Lauke yra $-12\,°C$. Keliais laipsniais lauko temperatūra yra žemesnė už kambario temperatūrą, jei kambaryje yra:
a) $-1\,°C$? b) $0\,°C$? c) $12\,°C$? d) $20\,°C$?

105. Raskite x reikšmę, su kuria būtų teisinga lygybė:

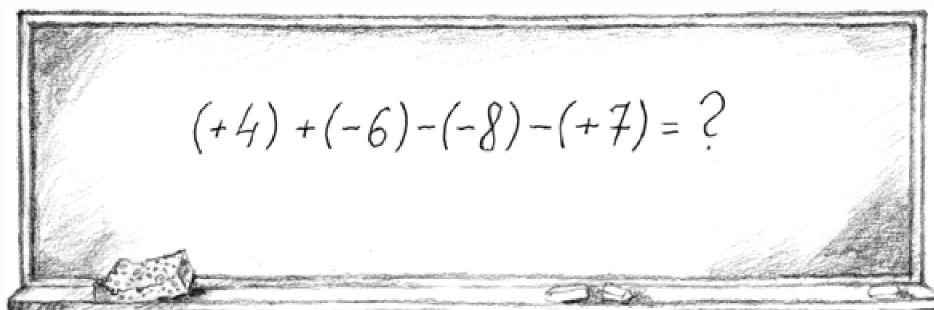
a) $5 + x = -5$, $10 + x = 0$, $x + 3\frac{1}{3} = 4$;
b) $x - 9 = 10$, $x - 8 = -11$, $x - 4\frac{1}{5} = 0$;
c) $8 - x = 2$, $7 - x = -5$, $2\frac{1}{5} - x = 0$.

$x + 10 = -13$,
$x = -13 - 10$,
$x = -13 + (-10)$,
$x = -23$.
Pasitikriname:
$-23 + 10 = -13$.

$x - 10 = -13$,
$x = -13 + 10$,
$x = -3$.
Pasitikriname:
$-3 - 10 = -13$.

$10 - x = -13$,
$x = 10 - (-13)$,
$x = 10 + 13$,
$x = 23$.
Pasitikriname:
$10 - 23 = -13$.

13 SUDEDAME IR ATIMAME



Užduotis.

1) Lentoje užrašytas reiškinys. Išvardykite šį reiškinį sudarančius:
   a) skaičius; b) veiksmus.
2) Apskaičiuokite reiškinio (+4) + (−6) − (−8) − (+7) reikšmę, atlikdami veiksmus iš eilės.

Kaip apskaičiuoti reikšmę reiškinio, kuriame yra keli sudėties ir atimties veiksmai, pvz., (+2) + (−3) − (−4) − (+1)?

Kai reiškinyje yra keli sudėties ir atimties veiksmai, tai veiksmus atliekame iš kairės į dešinę ta tvarka, kuria jie yra surašyti.

(+2) + (−3) − (−4) − (+1) = ?
1) (+2) + (−3) = (−1);
2) (−1) − (−4) = (+3);
3) (+3) − (+1) = (+2);
(+2) + (−3) − (−4) − (+1) = 2

3) Apskaičiuokite reiškinio (+4) + (−6) − (−8) − (+7) reikšmę, prieš tai užrašę reiškinį suma.

Reiškinio (+2) + (−3) − (−4) − (+1) reikšmę galima apskaičiuoti ir taip.

Atimtį pakeičiame sudėtimi, t. y. reiškinį užrašome kaip sumą. → (+2) + (−3) − (−4) − (+1) = = (+2) + (−3) + (+4) + (−1)

Atskirai sudedame teigiamuosius dėmenis ir atskirai – neigiamuosius. → (+2) + (+4) = (+6); (−3) + (−1) = (−4)

Sudedame gautus du skaičius. → (+6) + (−4) = (+2)

106. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę, atlikdami iš eilės veiksmus.

a) (+3) − (+7) + (+5); b) (−2) − (−2) + (−3);
c) 4 + (−5) − (−6); d) −3 − (−6) + (−2).

107. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę ir pasirinkite teisingą atsakymą.

a) (+3) − (+7) + (+13) − (+4) =	**A** 19	**B** 5	**C** 27
b) (−1) + (+3) − (+5) + (+6) =	**A** 13	**B** 5	**C** 3
c) 3 + 2 − 3 − 4 =	**A** −2	**B** 5	**C** −7
d) 3,2 + 4,5 − 6,1 − 5,4 =	**A** −3,8	**B** 19,2	**C** −19,2
e) $1\frac{1}{2} - 3\frac{3}{5} - \left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{2}{5} =$	**A** $-2\frac{1}{5}$	**B** −2	**C** $-1\frac{4}{5}$

108. Reiškinį užrašykite suma ir apskaičiuokite jo reikšmę.

a) (+1) − (+5) + (−3) − (−4) + (+2);
b) (−2) − (−3) + (−4) − (+7) + (+4);
c) 17 + (−9) − 12 − (−3);
d) −27 − (−13) + 7 − (−6).

$a - (-b) = a + (+b)$
$a - (+b) = a + (-b)$

109. Reiškinį parašykite be skliaustų ir apskaičiuokite jo reikšmę.

a) (−3) + (−1) − (+2) − (−7);
b) (+4) + (+7) − (−2) − (+3);
c) 4 + (−13) − 2 − (−1);
d) 5 − 3 + (−23) − (−2) − 100;
e) −8 − 12 + (−20) − (−12) + 5;
f) −18 − 20 + 2 + (−2) − 20;
g) 15 − (−15) − 15 + (−15) − 15.

$(+a) + (+b) = a + b$
$(-a) + (-b) = -a - b$
$(-a) - (+b) = -a - b$
$(+a) - (-b) = a + b$

(−1) + (−2) − (−3) − (+4) =
= −1 − 2 + 3 − 4 =
= −3 + 3 − 4 = 0 − 4 = −4

110. Apskaičiuokite mintinai.

a) 1 − 2 + 3 − 4 + 5 − 6 + 7 − 8 + 9 − 10;
b) −23 + 25 − 27 + 29 − 31 + 33 − 35 + 37 − 39 + 41;
c) −1 − 2 − 3 − 4 − 5 − 6 − 7 − 8 − 9.

+30; +30; 0; 0
−11 + 12 − 13 + 14 − 15 + 16 − 17 + 18 − 19 = −30 + 30 − 30 + 30 − 15 = −15
− 30; − 30

1; 1; 1; 1
−11 + 12 − 13 + 14 − 15 + 16 − 17 + 18 − 19 = 1 + 1 + 1 + 1 − 19 = −15

APIBENDRINAME

Sudėdami skaičius su vienodais ženklais:
- parašome bendrąjį dėmenų ženklą;
- sudedame tų skaičių modulius.

Kai dėmenys *teigiami*, tai ir sumà *teigiamà*.
Kai dėmenys *neigiami*, tai ir suma *neigiamà*.

$(+5) + (+3) = +8 \quad |+5| + |+3| = 8$

$(-5) + (-3) = -8 \quad |-5| + |-3| = 8$

Sudėdami skaičius su skirtingais ženklais:
- parašome ženklą to dėmens, kurio modulis didesnis;
- iš didesniojo modulio, atimame mažesnįjį modulį.

Kai dėmenų̃ ženklaĩ skirtingi, tai suma turi ženklą to dėmeñs, kurio modulis didesnis.

$(+5) + (-3) = +2 \quad |+5| - |-3| = 2$
$|+5| > |-3|$

$(-5) + (+3) = -2 \quad |-5| - |+3| = 2$
$|-5| > |+3|$

Priešingųjų skaičių suma lygi 0. $(+5) + (-5) = 0$

Atimtìs — tai veiksmas, atvirkščias sùdėčiai. Ar teisingai atimta, galima patikrinti sudedant: jei $a - b = c$, tai $c + b = a$.

$5 - 3 = 2$, nes $2 + 3 = 5$

Ãtimtį galima keisti sudėtimì su ãtėminiui priešingu skaičiumi:
$a - (+b) = a + (-b)$,
$a - (-b) = a + (+b)$,
$a - b = a + (-b)$.

$5 - (+3) = 5 + (-3)$
$5 - (-3) = 5 + (+3) = 5 + 3$
$5 - 3 = 5 + (-3)$

Skaičiuodami reikšmę réiškinio, kuriame yra tik sudėtiẽs ir atimtiẽs veiksmai, veiksmus atliekame iš kairės į dešinę ta tvarka, kuria jie yra surašyti.

$(+3) - (+2) - (-1) + (-5) =$
$= (+1) - (-1) + (-5) =$
$= (+2) + (-5) = (-3)$

Galima skaičiuoti ir taip. Tą reiškinį užrašyti kaip sumą, tada:
- atskirai sudėti teigiamuosius skaičius;
- atskirai sudėti neigiamuosius skaičius;
- rasti dviejų gautų skaičių sumą.

$(+3) - (+2) - (-1) + (-5) =$
$= (+3) + (-2) + (+1) + (-5);$
$(+3) + (+1) = (+4);$
$(-2) + (-5) = (-7);$
$(+4) + (-7) = (-3)$

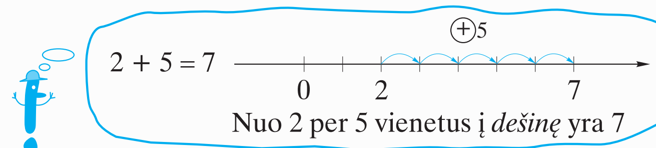
Arba taip: reiškinį parašyti be skliaustų ir tada apskaičiuoti jo reikšmę.
$a + (+b) = a + b$,
$a + (-b) = a - b$,
$a - (+b) = a - b$,
$a - (-b) = a + b$.

$(+3) - (+2) - (-1) + (-5) =$
$= 3 - 2 + 1 - 5 = -3$

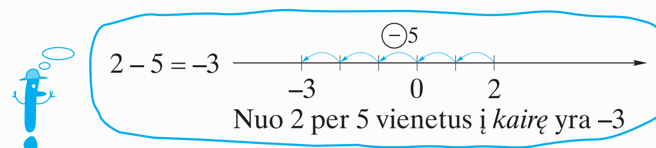
14 Sudėtis, atimtis ir skaičių tiesė

Apskaičiuokite remdamiesi skaičių tiese.

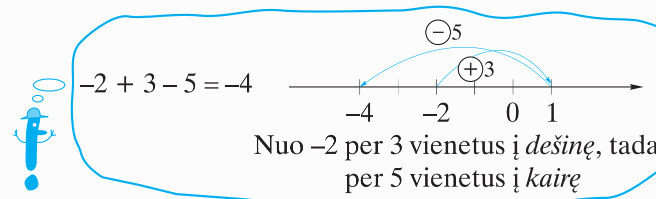
1) Sudėkite.
a) $3 + 4$; b) $1 + 2 + 3$; c) $-7 + 3 + 8$.



2) Atimkite.
a) $3 - 4$; b) $10 - 2 - 3$; c) $-2 - 1 - 2$.



3) Apskaičiuokite.
a) $3 - 4 + 5$; b) $-1 + 2 - 3 + 4$; c) $-3 + 3 - 5 + 5$.



Indų matematikai teigiamuosius skaičius aiškino kaip turtą, o neigiamuosius — kaip skolą. VII mūsų eros amžiuje indų matematikas Brahmagupta pateikė tokias sudėties ir atimties taisykles.

Dabartinis užrašas	Brahmaguptos taisyklės
$a + b = c$	Dviejų turtų suma yra turtas.
$(-a) + (-b) = -c$	Dviejų skolų suma yra skola.
$a + (-b) = a - b$	Turto ir skolos suma lygi jų skirtumui.
$a + (-a) = 0$	Turto ir jam lygios skolos suma lygi nuliui.
$0 + (-a) = -a$	Nulio ir skolos suma yra skola.
$0 + a = a$	Nulio ir turto suma yra turtas.
$0 - (-a) = a$	Iš nulio atimama skola tampa turtu.
$0 - a = -a$	Iš nulio atimamas turtas tampa skola.

SPRENDŽIAME

111. Nustatykite sumos ženklą ir apskaičiuokite sumą.

a) $(+21)+(+4)$, $(+21)+(-4)$, $-21+4$, $-21+(-4)$;

b) $(+3{,}2)+(+1{,}8)$, $(-3{,}2)+(-1{,}8)$, $3{,}2+(-1{,}8)$, $-3{,}2+1{,}8$;

c) $\left(+2\frac{3}{5}\right)+\left(+1\frac{1}{3}\right)$, $\left(+2\frac{3}{5}\right)+\left(-1\frac{1}{3}\right)$, $-2\frac{3}{5}+1\frac{1}{3}$, $-2\frac{3}{5}+\left(-1\frac{1}{3}\right)$.

112. Raskite sumą.

a) $10+(-4{,}2)$; b) $-1{,}8+(-3{,}4)$;

c) $-2\frac{1}{2}+\left(-2\frac{5}{6}\right)$; d) $-4\frac{2}{5}+3\frac{1}{3}$.

113. Koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj debesėlio, kad būtų teisinga lygybė:

a) $(+14)+$ ___ $=0$? b) $(-2{,}7)+$ ___ $=0$?

c) ___ $+\left(-8\frac{1}{2}\right)=0$? d) ___ $+4\frac{3}{5}=0$?

114. Apskaičiuokite, atimtį pakeitę sudėtimi.

a) $19-(+3{,}4)$, $-19-(+3{,}4)$, $19-(-3{,}4)$, $-19-(-3{,}4)$;

b) $4{,}3-\left(-\frac{1}{3}\right)$, $-4{,}3-\left(-\frac{1}{3}\right)$, $4{,}3-\left(+\frac{1}{3}\right)$, $-4{,}3-\left(+\frac{1}{3}\right)$;

c) $1\frac{1}{6}-\left(+2\frac{1}{5}\right)$, $-1\frac{1}{6}-\left(-2\frac{1}{5}\right)$, $1\frac{1}{6}-\left(-2\frac{1}{5}\right)$, $-1\frac{1}{6}-\left(+2\frac{1}{5}\right)$.

115. Raskite skirtumą.

a) $3{,}7-4$; b) $-8{,}3-0{,}82$; c) $1\frac{4}{5}-2\frac{3}{7}$; d) $-3\frac{7}{15}-2\frac{1}{3}$.

116. Parašykite duotąjį reiškinį suma ir apskaičiuokite jo reikšmę.

a) $-20{,}5+3{,}7-(-4{,}2)+\left(-3\frac{1}{2}\right)$;

b) $-64+\left(-3\frac{1}{2}\right)-(-2{,}9)+0{,}1$;

c) $1{,}2-2{,}6-\left(-1\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)$;

d) $4\frac{1}{2}-\left(-\frac{3}{2}\right)-2{,}2+(-1{,}3)$.

117. Apskaičiuokite.

a) $0{,}6-2{,}2+3{,}6-8{,}1$; b) $-2{,}17+0{,}21-4{,}7+4{,}3$;

c) $-7\frac{1}{6}+4\frac{1}{3}-2\frac{2}{3}-1\frac{5}{6}$; d) $6\frac{2}{7}-3\frac{4}{5}+9\frac{1}{10}-5\frac{1}{4}$.

118. Kokį skaičių gausime:

a) prie skaičių $-2\frac{3}{5}$ ir $5\frac{2}{15}$ sumos pridėję skaičių, priešingą skaičiui $3\frac{2}{3}$?

b) prie skaičių $4\frac{3}{7}$ ir $-2\frac{1}{14}$ sumos pridėję skaičių, priešingą skaičiui $-1\frac{1}{10}$?

c) prie skaičių $-1\frac{1}{15}$ ir $3\frac{2}{45}$ skirtumo pridėję skaičių $2\frac{1}{9}$ ir $-4\frac{1}{5}$ sumą?

d) prie skaičių $8\frac{5}{11}$ ir $-4\frac{3}{5}$ sumos pridėję skaičių $-2\frac{3}{22}$ ir $-5\frac{1}{10}$ skirtumą?

119. Raskite skaičių $-8\frac{3}{7}$ ir $-\frac{2}{3}$:

a) sumą;
b) skirtumą;
c) modulių sumą;
d) modulių skirtumą;
e) sumos modulį;
f) skirtumo modulį.

Skaičių a ir b:
suma $a+b$;
sumos modulis $|a+b|$;
modulių suma $|a|+|b|$.

120. Nustatyti, kuris skaičius didesnis — a ar b — galima radus tų skaičių skirtumą.

Jei $a-b>0$, *tai* $a>b$;
jei $a-b<0$, *tai* $a<b$;
jei $a-b=0$, *tai* $a=b$.

Nustatykite, kokie ženklai ($>$, $<$, $=$) turėtų būti parašyti vietoj kvadratėlių.

a) $(+5)-(+2)$ □ 0, $(+5)$ □ $(+2)$;
b) $5-(-7)$ □ 0, 5 □ -7;
c) $-14-(-3)$ □ 0, -14 □ -3;
d) $-13-16$ □ 0, -13 □ 16;
e) $-13-(-13)$ □ 0, -13 □ -13.

Kadangi
$(-7)-(-4)=-7+4=-3<0$,
tai $-7<-4$.

121. Radę duotųjų skaičių skirtumą, nustatykite, koks ženklas ($>$, $<$, $=$) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio.

a) $-3{,}1$ □ $4{,}2$; b) $3{,}8$ □ $-4{,}1$; c) $-4{,}01$ □ $-4{,}24$;

d) $-7{,}45$ □ $-7{,}06$; e) $\frac{5}{8}$ □ $\frac{3}{7}$; f) $-\frac{3}{17}$ □ $\frac{1}{3}$.



122. Nustatykite, ar duotasis kvadratas yra magiškasis.

a)

5	–8	3
–2	–4	6
–3	12	–9

b)

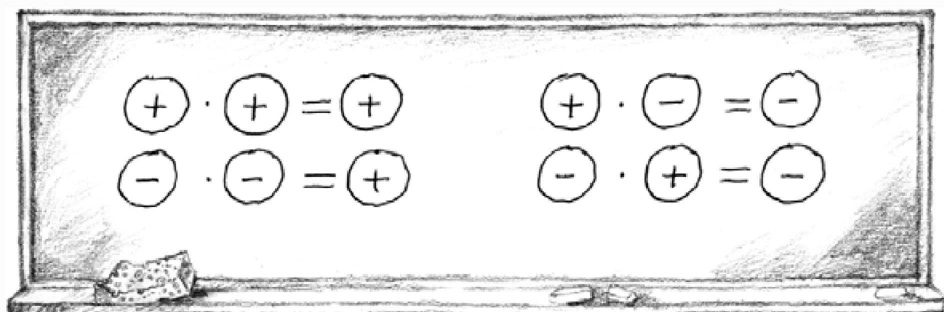
–6	–1	–8
–7	–5	–3
–2	–9	–4

c)

–4	–2	–9
–3	–7	–5
–8	–6	–1



DAUGINAME



1 užduotis. Apskaičiuokite sandaugą, kai abu dauginamieji yra *teigiami*.
a) $(+3) \cdot (+2)$; b) $5 \cdot 3$; c) $1 \cdot 4$.

Kai abu dauginamieji yra ***teigiami***, tai sandauga yra teigiama. → $(+4) \cdot (+3) = (+12)$

2 užduotis. Apskaičiuokite sandaugą, kai abu dauginamieji yra *skirtingų ženklų*.
a) $(-3) \cdot (+2)$; $-5 \cdot 3$; $-1 \cdot 4$;
b) $(+3) \cdot (-2)$; $5 \cdot (-3)$; $1 \cdot (-4)$.

Kai abu dauginamieji yra ***skirtingų*** ženklų, tai sandauga yra ***neigiama***. → $(-3) \cdot (+2) = (-6)$; $(+3) \cdot (-2) = (-6)$

Dauginami du skaičius su *skirtingais* ženklais:
- parašome minuso ženklą;
- sudauginame tų skaičių modulius.

3 užduotis. Apskaičiuokite sandaugą, kai abu dauginamieji yra *neigiami*.
a) $(-3) \cdot (-2)$; b) $-5 \cdot (-3)$; c) $-1 \cdot (-4)$.

Kai abu dauginamieji yra ***neigiami***, tai sandauga yra ***teigiama***. → $(-2) \cdot (-3) = (+6)$

Daugindami du *neigiamuosius* skaičius:
- parašome pliuso ženklą;
- sudauginame tų skaičių modulius.

123. Koks ženklas (>, <, =) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio?
a) $(+7) \cdot (+10) \square 0$; b) $(-7) \cdot (+10) \square 0$;
c) $(+7) \cdot (-10) \square 0$; d) $(-7) \cdot (-10) \square 0$.

124. Apskaičiuokite sandaugas.

a)	b)	c)	d)
$(+4) \cdot (+8)$,	$5 \cdot 0{,}2$,	$3 \cdot \frac{1}{6}$,	$1\frac{1}{2} \cdot 1{,}4$,
$(-4) \cdot (+8)$,	$-5 \cdot 0{,}2$,	$-3 \cdot \frac{1}{6}$,	$-1\frac{1}{2} \cdot 1{,}4$,
$(+4) \cdot (-8)$,	$5 \cdot (-0{,}2)$,	$3 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)$,	$1\frac{1}{2} \cdot (-1{,}4)$,
$(-4) \cdot (-8)$;	$-5 \cdot (-0{,}2)$;	$-3 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)$;	$-1\frac{1}{2} \cdot (-1{,}4)$.

125. Sudauginkite.
a) $28 \cdot 1$, $-28 \cdot 1$; b) $28 \cdot 0$, $-28 \cdot 0$; c) $28 \cdot (-1)$, $-28 \cdot (-1)$.

$a \cdot 1 = a$, $a \cdot 0 = 0$, $a \cdot (-1) = -a$.

126. Kokie skaičiai turėtų būti parašyti vietoj debesėlių, kad būtų teisingos lygybės:

a)	b)	c)
$15 \cdot ☁ = 60$,	$☁ \cdot 7{,}2 = 72$,	$\frac{3}{5} \cdot ☁ = 3$,
$15 \cdot ☁ = -60$,	$☁ \cdot 7{,}2 = -72$,	$☁ \cdot \frac{3}{5} = -3$,
$-15 \cdot ☁ = -60$,	$☁ \cdot (-7{,}2) = -72$,	$-\frac{3}{5} \cdot ☁ = -3$,
$-15 \cdot ☁ = 60$?	$☁ \cdot (-7{,}2) = 72$?	$☁ \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) = 3$?

127. Apskaičiuokite reiškinio $5 \cdot n$ reikšmę, kai:
a) $n = +9$; b) $n = -8$; c) $n = 12$; d) $n = -0{,}2$; e) $n = -\frac{8}{15}$.

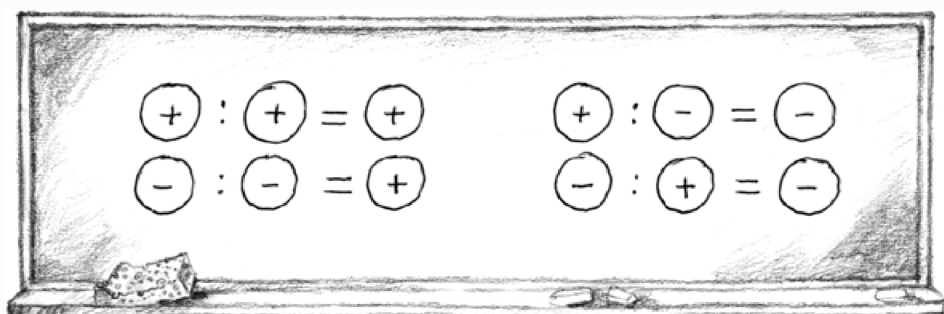
128. Apskaičiuokite reiškinio $-12 \cdot x$ reikšmę, kai:
a) $x = +5$; b) $x = -3$; c) $x = 8$; d) $x = -0{,}1$; e) $x = -\frac{5}{6}$.

129. Apskaičiuokite duotojo reiškinio reikšmę, kai $y = -4$.
a) $15 \cdot y$; b) $-\frac{3}{4} \cdot y$; c) $y \cdot 23$; d) $y \cdot (-3{,}5)$; e) $y \cdot \left(-\frac{7}{8}\right)$.

130. 1) Sudauginkite vienas kitam atvirkštinius skaičius.
a) 5 ir $\frac{1}{5}$; b) $\frac{2}{3}$ ir $\frac{3}{2}$; c) $-\frac{7}{5}$ ir $-\frac{5}{7}$; d) $-5{,}1$ ir $-\frac{10}{51}$.
2) Pabaikite sakinį: *Vienas kitam atvirkštinių skaičių sandauga lygi...*

131. a) Kiekvieną iš skaičių
12; 6; -3; -30; -15; $0{,}3$; $\frac{1}{3}$; $-\frac{1}{9}$
užrašykite sandauga dviejų dauginamųjų, kurių vienas lygus 3.
b) Kiekvieną iš skaičių
-16; -12; -8; 0; 4; 20; $0{,}4$; $\frac{1}{4}$; $-\frac{1}{8}$
užrašykite sandauga dviejų dauginamųjų, kurių vienas lygus -4.

16 DALIJAME



1 užduotis. Daugindami patikrinkite, ar teisingai padalyta.

a) $(+6) : (+2) = (+3)$; b) $(-6) : (+2) = (-3)$;
c) $(+6) : (-2) = (-3)$; d) $(-6) : (-2) = (+3)$.

Dalýba – veiksmas, atvirkščias daugýbai. Ar teisingai padalyta, galima patikrinti dauginant. Dálmenį padauginę iš daliklio, turime gauti dalinį:
$a : b = c$, kai $c \cdot b = a$.

$8 : 2 = 4$, nes $4 \cdot 2 = 8$
$-8 : 2 = -4$, nes $-4 \cdot 2 = -8$
$8 : (-2) = -4$, nes $-4 \cdot (-2) = 8$
$-8 : (-2) = 4$, nes $4 \cdot (-2) = -8$

2 užduotis. Padalykite.

a) $(+24) : (+6)$; b) $(+24) : (-6)$; c) $(-24) : (+6)$; d) $(-24) : (-6)$.

Dalijant rezultatas yra:

- ***teigiamas***, kai dalinys ir daliklis yra ***vienodų ženklų*** (arba abu teigiami, arba abu neigiami);
  $(+8) : (+2) = (+4)$
  $(-8) : (-2) = (+4)$
- ***neigiamas***, kai dalinys ir daliklis yra ***skirtingų ženklų***.
  $(+8) : (-2) = (-4)$
  $(-8) : (+2) = (-4)$

3 užduotis. Apskaičiuokite duotųjų reiškinių reikšmes ir pasakykite, koks ženklas (>, < ar =) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio.

a) $10 : 2 \,\square\, 10 \cdot \frac{1}{2}$; b) $-28 : 4 \,\square\, -28 \cdot \frac{1}{4}$; c) $30 : (-5) \,\square\, 30 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)$.

Dalybą galima keisti daugyba su dalikliui atvirkštiniu skaičiumi.

$m : a = m \cdot \frac{1}{a}$
(a ir $\frac{1}{a}$ – vienas kitam atvirkštiniai skaičiai).

$-12 : 3 = -12 \cdot \frac{1}{3}$

132. Nustatykite, koks ženklas (>, <, =) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio.

a) $(+14) : (+7) \,\square\, 0$; b) $(-14) : (+7) \,\square\, 0$;
c) $(+14) : (-7) \,\square\, 0$; d) $(-14) : (-7) \,\square\, 0$.

133. Apskaičiuokite.

a) $(+8) : (+4)$, $(-8) : (+4)$, $(+8) : (-4)$, $(-8) : (-4)$;
b) $10 : 0{,}2$, $-10 : 0{,}2$, $10 : (-0{,}2)$, $-10 : -0{,}2$;
c) $\frac{3}{4} : 1\frac{1}{2}$, $-\frac{3}{4} : 1\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4} : \left(-1\frac{1}{2}\right)$, $-\frac{3}{4} : \left(-1\frac{1}{2}\right)$;
d) $2{,}5 : \frac{1}{6}$, $-2{,}5 : \frac{1}{6}$, $2{,}5 : \left(-\frac{1}{6}\right)$, $-2{,}5 : \left(-\frac{1}{6}\right)$.

134. Padalykite.

a) $52 : 1$, $-52 : 1$, b) $0 : 52$, $0 : (-52)$, c) $52 : (-1)$, $-52 : (-1)$.

$a : 1 = a$,
$0 : a = 0$,
$a : (-1) = -a$.

135. Kokie skaičiai turėtų būti parašyti vietoj debesėlių, kad būtų teisingos lygybės:

a) $48 : ☁ = -6$, $-48 : ☁ = -6$, $-48 : ☁ = 6$, $48 : ☁ = 6$?
b) $\frac{1}{2} : ☁ = -1$, $-\frac{1}{2} : ☁ = -1$, $-\frac{1}{2} : ☁ = 1$, $\frac{1}{2} : ☁ = 1$?
c) $☁ : 10 = 4{,}4$, $☁ : 10 = -4{,}4$, $☁ : (-10) = 4{,}4$, $☁ : (-10) = -4{,}4$?

136. Apskaičiuokite reiškinio $-10 : m$ reikšmę, kai:

a) $m = +20$; b) $m = -5$; c) $m = 10$; d) $m = -0{,}5$; e) $m = \frac{1}{7}$.

137. Apskaičiuokite reiškinio $x : (-5)$ reikšmę, kai:

a) $x = -30$; b) $x = 25$; c) $x = -12$; d) $x = -0{,}5$; e) $x = \frac{1}{10}$.

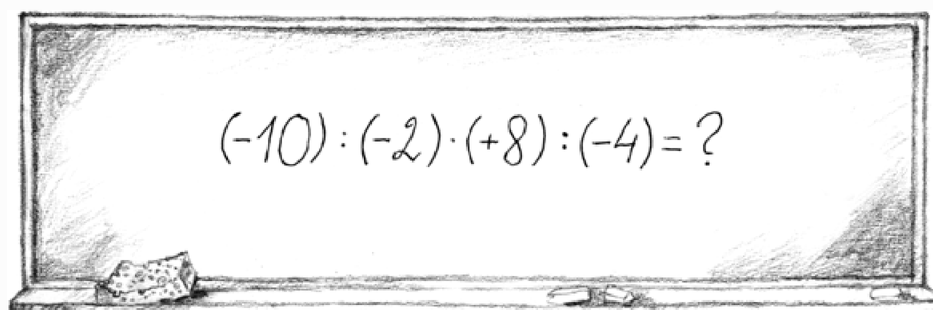
138. Koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj x, kad būtų teisinga lygybė:

a) $(+100) \cdot x = -200$? $(+9) \cdot x = -63$? $(-8) \cdot x = +160$?
b) $x : 9 = 2$? $x : (-8) = 40$? $x : (-25) = -4$?
c) $-64 : x = 0{,}8$? $-120 : x = -6$? $45 : x = -1{,}5$?

139. Dalybą pakeiskite daugyba su dalikliui atvirkštiniu skaičiumi ir apskaičiuokite.

a) $25 : \frac{1}{4}$, $-2{,}5 : \frac{1}{4}$, $-0{,}25 : \left(-\frac{1}{4}\right)$;
b) $-\frac{7}{90} : \frac{1}{9}$, $-\frac{7}{900} : \left(-\frac{1}{9}\right)$, $\frac{7}{9000} : \left(-\frac{1}{9}\right)$;
c) $2\frac{1}{4} : \left(-\frac{1}{8}\right)$, $-2\frac{1}{4} : \left(-\frac{1}{80}\right)$, $2\frac{1}{4} : \left(-\frac{1}{800}\right)$.

17 DAUGINAME IR DALIJAME



Užduotis.

1) Lentoje užrašytas reiškinys. Išvardykite šį reiškinį sudarančius:
   a) skaičius; b) veiksmus.
2) Apskaičiuokite reiškinio

$$(-10) : (-2) \cdot (+8) : (-4)$$

reikšmę, atlikdami iš eilės veiksmus.

Kaip apskaičiuoti reikšmę reiškinio, kuriame yra keli daugybos ir dalybos veiksmai, pvz., $(-10) : (-5) \cdot (+3)$?

Kai reiškinyje yra keli daugybos ir dalybos veiksmai, tai veiksmus atliekame iš kairės į dešinę ta tvarka, kuria jie yra surašyti.

$(-10) : (-5) \cdot (+3) = ?$
1) $(-10) : (-5) = (+2)$
2) $(+2) \cdot (+3) = (+6)$
$(-10) : (-5) \cdot (+3) = 6$

3) Apskaičiuokite lentoje užrašyto reiškinio reikšmę, dalybą keisdami daugyba.

Apskaičiuokime reiškinio $(-10) : (-5) \cdot (+3)$ reikšmę, dalybą keisdami daugyba.

$(-10) : (-5) \cdot (+3) = (-10) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot (+3) =$
$= (+2) \cdot (+3) = (+6)$

$a : b = a \cdot \frac{1}{b}$

140. Perskaitykite reiškinį.
a) $(-100) : (-2) \cdot (+5)$; b) $(+100) \cdot (-2) : (-5)$;
c) $(-100) \cdot (-2) \cdot (-5)$; d) $(-100) : (+2) : (+5)$.

1) Suskaičiavę, kiek reiškinyje yra neigiamųjų skaičių, nustatykite reiškinio reikšmės ženklą.

Jei reiškinyje yra tik daugybos ir dalybos veiksmai, tai reiškinio reikšmė yra:
- ***teigiama***, kai reiškinyje yra lyginis skaičius (2, 4, 6, ...) neigiamųjų skaičių;
- ***neigiama***, kai reiškinyje yra nelyginis skaičius (1, 3, 5, ...) neigiamųjų skaičių.

2) Apskaičiuokite kiekvieno reiškinio reikšmę.

$(-5) \cdot (-4) : (-2) = (-10)$
⊖, nes reiškinyje yra 3 neigiamieji skaičiai
$5 \cdot 4 : 2 = 10$ – reikšmės modulis

$(-5) \cdot (-4) \cdot (+2) = (+40)$
⊕, nes reiškinyje yra 2 neigiamieji skaičiai
$5 \cdot 4 \cdot 2 = 40$ – reikšmės modulis

141. Sudauginkite mintinai.
a) $(-25) \cdot (+50) \cdot (-4) \cdot (+2)$;
b) $0{,}5 \cdot 5 \cdot (-10) \cdot 4$;
c) $\frac{1}{2} \cdot (-7) \cdot 8 \cdot \left(-\frac{1}{7}\right)$;
d) $-\frac{23}{4} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 8 \cdot \left(-\frac{1}{23}\right)$.

Kai reiškinyje yra tik daugybos veiksmai, tai dauginti galima norima tvarka – nebūtinai iš eilės.

$-2 \cdot 17 \cdot (-5) =$
$= \big(-2 \cdot (-5)\big) \cdot 17 = 10 \cdot 17 = 170$

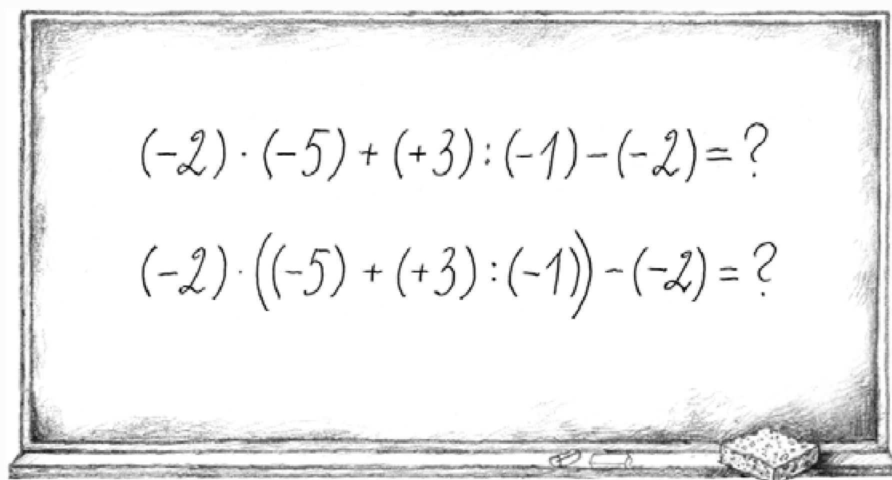
142. Sudauginkite.
a) $0{,}6 \cdot (-5) \cdot 3{,}4 \cdot (-2)$; b) $(-2{,}5) \cdot (-4) \cdot 7 \cdot (-3)$;
c) $\frac{2}{5} \cdot \left(-2\frac{1}{2}\right) \cdot (-1) \cdot 4\frac{3}{5}$; d) $\left(-\frac{3}{7}\right) \cdot (-7) \cdot (-2) \cdot (-5{,}2)$.

143. Padalykite.
a) $100 : 2 : (-10) : 5$; b) $(-240) : 8 : (-1) : 6$;
c) $35 : (-0{,}7) : (-2) : (-5)$; d) $(-4) : \left(-\frac{3}{8}\right) : (-1) : \left(-\frac{3}{4}\right)$.

144. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę.
a) $100 : (-50) \cdot 30 \cdot (-5) : (-15)$; b) $-72 : (-24) : 3 \cdot (-3) \cdot (-24)$;
c) $13{,}2 : (-10) \cdot 0{,}1 \cdot 50 : (-3{,}3)$; d) $\frac{1}{2} : \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{15}{8} : (-5) : \left(-\frac{1}{4}\right)$;
e) $-3\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} : 2\frac{2}{3} \cdot (-10)$; f) $0{,}25 \cdot \left(-1\frac{3}{5}\right) : (-4) \cdot (-20)$.



SUDEDAME, ATIMAME, DAUGINAME IR DALIJAME



1 užduotis.

1) Išvardykite reiškinį $(-2) \cdot (-5) + (+3) : (-1) - (-2)$ sudarančius:
   a) skaičius; b) veiksmus.
2) Kokia tvarka reikės atlikti veiksmus, skaičiuojant šio reiškinio reikšmę?
3) Apskaičiuokite reiškinio reikšmę.

Apskaičiuokime reikšmę reiškinio, kuriame yra ne tik sudėties ir atimties arba ne tik daugybos ir dalybos veiksmai, pvz.,
$(+4) - (-1) \cdot (-30) : (+10)$.

- Pirmiausia dauginame ir dalijame iš kairės į dešinę ta tvarka, kuria veiksmai yra surašyti;
- tada sudedame ir atimame iš kairės į dešinę ta tvarka, kuria veiksmai yra surašyti.

$(+4) \overset{③}{-} (-1) \overset{①}{\cdot} (-30) \overset{②}{:} (+10) =$
$= (+4) - (+30) : (+10) =$
$= (+4) - (+3) =$
$= (+1)$

2 užduotis.

1) Išvardykite reiškinio $(-2) \cdot \big((-5) + (+3) : (-1)\big) - (-2)$ veiksmus, kurie yra apskliausti.
2) Kokia tvarka reikės atlikti veiksmus, skaičiuojant šio reiškinio reikšmę?
3) Apskaičiuokite reiškinio reikšmę.



Kai reiškinyje yra apskliaustų veiksmų, tai pirmiausia atliekame skliaustuose esančius veiksmus.

$\big((+4) \overset{②}{-} (-1) \overset{①}{\cdot} (-30)\big) \overset{③}{:} (+10) = \big((+4) - (+30)\big) : (+10) = (-26) : (+10) = (-2{,}6)$

145. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę.

a) $(+2) \cdot (+4) - (+5) \cdot (+3)$;
b) $(-7) \cdot (+3) + (-20) : (+5)$;
c) $7 \cdot (-3) + 4 - 10 \cdot 5$;
d) $4 \cdot (-2) : (-1) - 10 \cdot 0$;
e) $-100 \cdot 2 + 5 \cdot (-20) : 2 + 5$;
f) $-3 \cdot (-2) + (-1) - 1 \cdot 2$.

146. Apskaičiuokite.

a) $(+0{,}5) \cdot (-4) + (-2{,}2) : (+1{,}1) - (-3) \cdot (+0{,}15)$;
b) $(-2{,}25) : (+1{,}5) \cdot (-4) + (+1{,}2) \cdot (+5) - (-3{,}3)$;
c) $20{,}5 \cdot (-10) + 10 : (-0{,}4) - 1{,}1 : 10$;
d) $2{,}5 : (-5) \cdot (-0{,}5) - 1{,}21 : 1{,}1 + (-20{,}02)$.

147. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę.

a) $\frac{1}{2} + \left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{2}{9} - \left(-\frac{3}{8}\right) : \left(-\frac{1}{2}\right)$;
b) $-2\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) : \frac{2}{3} + \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \frac{125}{16}$;
c) $\frac{3}{7} - \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) + \frac{49}{12} : \left(-\frac{7}{6}\right)$;
d) $-5\frac{1}{2} : \frac{121}{6} \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) - \frac{2}{3} : (-2)$.

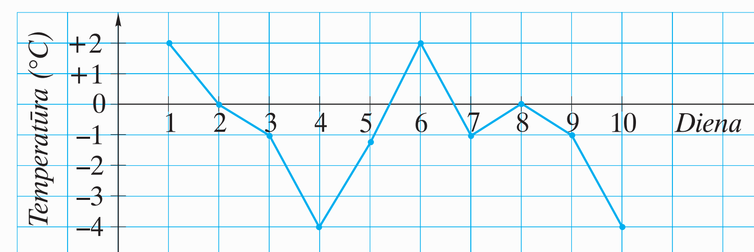
148. Koks ženklas (>, <, =) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio?

a) $-8 + 4 \cdot (-3) - 9$ ☐ $7 \cdot (-3) + 2 : (-1)$;
b) $44 : (-11) - 2 - 2 \cdot 3$ ☐ $12 \cdot (-2) - 6 - 6 : (-2)$;
c) $-0{,}1 \cdot (-100) + 25 : (-5) - 5$ ☐ $130 \cdot (-0{,}1) - 7 + 7 \cdot (-1)$;
d) $14 : (-7) + 2 \cdot (-6) + 10$ ☐ $7 - 3 \cdot 2 + 24 : (-6)$.

149. Apskaičiuokite reiškinio, kuriame yra apskliaustų veiksmų, reikšmę.

a) $6 - (-4 + 7 \cdot 2{,}4)$;
b) $9 - 7 \cdot (8 - 0{,}6 : 0{,}06)$;
c) $\big(9 + 4 \cdot (-1{,}2) - 8\big) \cdot (1 + 4{,}5 \cdot 2 - 3{,}5 : 0{,}5)$;
d) $\big(-6 - 2 \cdot (-0{,}8) - 4{,}6\big) \cdot \big(-11 - 0{,}5 \cdot (-9)\big)$;
e) $(-2 - 3 \cdot 0{,}4 - 1) : \big(-1 - 5 \cdot (-0{,}6) - 4\big)$;
f) $\big(-4 - 6 \cdot (-0{,}3) - 2\big) : (-8 \cdot 0{,}5 + 2 - 5)$.

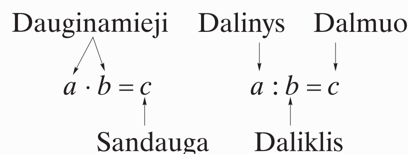
150. Neringa dešimt dienų stebėjo, kokia yra oro temperatūra 6 valandą ryto kiekvieną dieną. Gautus duomenis ji pavaizdavo linijine diagrama.



Apskaičiuokite vidutinę dienos 6 valandos ryto oro temperatūrą.

APIBENDRINAME

Sándaugos ženklas priklauso nuo daugina-mųjų, o dalmeñs — nuo dãlinio ir dalìklio ženklų:



- kai abu skaičiai vienodų ženklų, tai rezultatas yra teigiamas;
  (+) · (+) = (+), (−) · (−) = (+),
  (+) : (+) = (+), (−) : (−) = (+).

$(+6) \cdot (+2) = (+12)$
$(-6) \cdot (-2) = (+12)$
$(+6) : (+2) = (+3)$
$(-6) : (-2) = (+3)$

- kai abu skaičiai skirtingų ženklų, tai rezultatas yra neigiamas;
  (−) · (+) = (−), (+) · (−) = (−),
  (−) : (+) = (−), (+) : (−) = (−).

$(-6) \cdot (+2) = (-12)$
$(+6) \cdot (-2) = (-12)$
$(-6) : (+2) = (-3)$
$(+6) : (-2) = (-3)$

Daugindami (dalydami) du skaičius su vienodais ženklais, dauginame (dalijame) tų skaičių modulius.

$-6 \cdot (-2) = 12$
$-6 : (-2) = 3$

Daugindami (dalydami) du skaičius su skirtingais ženklais:
- parašome minuso ženklą;
- dauginame (dalijame) tų skaičių modulius.

$-6 \cdot 2 = -12$
$-6 : 2 = -3$

Atvirkštinių skaičių sandauga lygi 1.

$5 \cdot \frac{1}{5} = 1; \quad -2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 1$

Dalýba — veiksmas, atvirkščias daugýbai. Ar teisingai padalyta, galima patikrinti dauginant: jei $a : b = c$, tai $c \cdot b = a$.

$-6 : 2 = -3$, nes $-3 \cdot 2 = -6$

Dalybą galima keisti daugyba su dalikliui atvirkštiniu skaičiumi: $a : b = a \cdot \frac{1}{b}$.

$-6 : (-2) = -6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$

Kai reiškinyjè yra tik daugybos ir dalybos veiksmai, tai jie atliekami iš kairės į dešinę ta tvarka, kuria yra surašyti.

① ② ③
$-5 \cdot (-3) : (-1) \cdot 4 =$
$= 15 : (-1) \cdot 4 = -15 \cdot 4 = -60$

Réiškinio, kurį sudaro tik daugybos ir dalybos veiksmai, reikšmė yra:
- *teigiama*, kai reiškinyje yra lyginis skaičius (2, 4, 6, ...) neigiamųjų skaičių;
- *neigiama*, kai reiškinyje yra nelyginis skaičius (1, 3, 5, ...) neigiamųjų skaičių.

$(-4) \cdot (-8) : 16 > 0$, nes yra 2 neigiamieji skaičiai;
$(-4) \cdot (-8) : (-16) < 0$, nes yra 3 neigiamieji skaičiai.

Kai reiškinyje yra sudėties, atimties, daugybos, dalybos veiksmai, tai pirmiausia dauginame ir dalijame iš kairės į dešinę ta tvarka, kuria veiksmai yra surašyti, o tada sudedame ir atimame iš kairės į dešinę ta tvarka, kuria veiksmai yra surašyti.

② ① ③
$-5 - 3 \cdot 2 + (-1) =$
$= -5 - 6 + (-1) =$
$= -11 + (-1) = -12$

Kai reiškinyje yra apskliaustų veiksmų, tai pirmiausia atliekami skliaustuose esantys veiksmai.

③ ① ②
$-5 - \big(3 \cdot 2 + (-1)\big) =$
$= -5 - \big(6 + (-1)\big) =$
$= -5 - 5 = -10$

Skaičiai, skaičiai, skaičiai...

Padėkite Agnei atlikti užduotį iš galvosūkių knygelės.

Pirmųjų penkių reiškinių reikšmes apskaičiuokite, o kitas dvi užrašykite neskaičiavę.

a)
$-4 \cdot 4 - 1$,
$-44 \cdot 4 - 1$,
$-444 \cdot 4 - 1$,
$-4444 \cdot 4 - 1$,
$-44444 \cdot 4 - 1$,
$\underbrace{-4\ldots\ldots4}_{9\text{ skaitmenys}} \cdot 4 - 1$,
$\underbrace{-4\ldots\ldots4}_{15\text{ skaitmenų}} \cdot 4 - 1$;

b)
$-7 \cdot 7 - 1$,
$-77 \cdot 7 - 1$,
$-777 \cdot 7 - 1$,
$-7777 \cdot 7 - 1$,
$-77777 \cdot 7 - 1$,
$\underbrace{-7\ldots\ldots7}_{8\text{ skaitmenys}} \cdot 7 - 1$,
$\underbrace{-7\ldots\ldots7}_{12\text{ skaitmenų}} \cdot 7 - 1$;

c)
$-6 \cdot 6 - 4$,
$-66 \cdot 6 - 4$,
$-666 \cdot 6 - 4$,
$-6666 \cdot 6 - 4$,
$-66666 \cdot 6 - 4$,
$\underbrace{-6\ldots\ldots6}_{10\text{ skaitmenų}} \cdot 6 - 4$,
$\underbrace{-6\ldots\ldots6}_{13\text{ skaitmenų}} \cdot 6 - 4$;

d)
$-8 \cdot 8 - 13$,
$-88 \cdot 8 - 13$,
$-888 \cdot 8 - 13$,
$-8888 \cdot 8 - 13$,
$-88888 \cdot 8 - 13$,
$\underbrace{-8\ldots\ldots8}_{11\text{ skaitmenų}} \cdot 8 - 13$,
$\underbrace{-8\ldots\ldots8}_{20\text{ skaitmenų}} \cdot 8 - 13$.

SPRENDŽIAME

151. Sudauginkite.

a) $-7 \cdot (-2{,}3)$; b) $0{,}24 \cdot (-5{,}2)$; c) $-\frac{5}{21} \cdot \left(-\frac{28}{45}\right)$;

d) $-\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{2}$; e) $3\frac{1}{4} \cdot (-0{,}25)$; f) $-3\frac{7}{13} \cdot \left(-5\frac{15}{23}\right)$.

152. a) Kiekvieną iš skaičių

-1; -25; -49; -81; -100

užrašykite dviejų priešingųjų skaičių sandauga.

b) Kiekvieną iš skaičių

9; 16; 64; $\frac{1}{4}$; $1\frac{7}{9}$

užrašykite dviejų lygių dauginamųjų sandauga (dviem būdais).

153. Padalykite.

a) $-200 : (-0{,}1)$; b) $-50 : 2{,}5$; c) $3\frac{1}{3} : (-10)$;

d) $0 : (-5)$; e) $-0{,}35 : \left(-1\frac{9}{40}\right)$; f) $2\frac{4}{11} : \left(-1\frac{17}{22}\right)$.

154. Apskaičiuokite x reikšmę, su kuria būtų teisinga lygybė:

a) $-50 \cdot x = 150$; b) $x \cdot (-0{,}1) = -15$; c) $x \cdot \frac{3}{4} = -30$;

d) $x : (-5) = -1$; e) $x : 0{,}1 = -13$; f) $x : \left(-\frac{3}{5}\right) = 6$;

g) $-15 : x = 7{,}5$; h) $2{,}1 : x = -7$; i) $-\frac{4}{9} : x = -40$.

155. Dalybą pakeiskite daugyba su dalikliui atvirkštiniu skaičiumi ir apskaičiuokite.

a) $12{,}5 : \left(-\frac{1}{2}\right)$; b) $-3{,}04 : \frac{1}{5}$; c) $-0{,}075 : \left(-\frac{1}{9}\right)$;

d) $-8{,}1 : \left(-\frac{3}{5}\right)$; e) $-\frac{4}{28} : \frac{5}{7}$; f) $3\frac{1}{9} : \left(-2\frac{1}{3}\right)$.

156. Sudauginkite.

a) $0{,}25 \cdot (-7{,}2) \cdot (-4) \cdot 5$; b) $0{,}8 \cdot (-6) \cdot (-4{,}3) \cdot (-1{,}25)$;

c) $-\frac{2}{5} \cdot (-3) \cdot \left(-3\frac{1}{3}\right) \cdot (-15)$; d) $-4\frac{1}{2} \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right) \cdot 1\frac{11}{49} \cdot \left(-1\frac{17}{18}\right)$.

157. Padalykite.

a) $22{,}5 : (-5) : 0{,}9$; b) $-29{,}47 : (-3{,}5) : 4$;

c) $-\frac{5}{6} : (-0{,}4) : (-1{,}2)$; d) $-4\frac{2}{9} : 4\frac{1}{2} : \left(-6\frac{1}{3}\right)$.

158. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę.

a) $-2{,}6 \cdot 5 : (-2) : (-4{,}2) : \frac{1}{2}$; b) $3{,}5 : (-0{,}7) \cdot 10 : \frac{1}{2} \cdot (-0{,}1)$;

c) $\frac{5}{7} : \left(-\frac{3}{4}\right) : \left(-1\frac{7}{9}\right) \cdot (-21)$; d) $3\frac{1}{5} : \left(-1\frac{3}{5}\right) \cdot \left(-2\frac{7}{9}\right) : \left(-1\frac{5}{11}\right)$.

159. Apskaičiuokite ir nustatykite, kurio reiškinio — **A** ar **B** — reikšmė yra mažesnė.

a) **A** $-240 : (12 : 4)$ **B** $(-240 : 12) : 4$

b) **A** $\left(-8{,}1 : (-2{,}7)\right) : (-6)$ **B** $-8{,}1 : \left(-2{,}7 : (-6)\right)$

160. Raskite reiškinio reikšmę.

a) $10 + 8 : \left(-\frac{1}{3}\right) - \frac{1}{3} : 8 + 7$; b) $-5 - 6 : \frac{1}{5} + \frac{1}{5} : (-6) - 6$;

c) $-0{,}768 : 0{,}8 - 5{,}6 \cdot (-0{,}35)$; d) $-2{,}448 : (-0{,}6) - 1{,}4 \cdot 7{,}5$;

e) $3{,}4 \cdot (-0{,}25) + 0{,}046 : (-2{,}3)$; f) $6{,}25 \cdot (-0{,}6) - 7{,}74 : (-3{,}6)$.

161. Apskaičiuokite ir įsitikinkite, kad **A** + **B** + **C** + **D** = 0, kai:

A $9 - 3 \cdot \left(1{,}4 + 2{,}4 \cdot (-6)\right) - 22{,}2$ **B** $-4 + 4 \cdot \left(-6 - \frac{3}{4} \cdot (-5)\right) - 7{,}8$

C $(-2{,}1 : 0{,}7 - 1{,}2) \cdot \left(\frac{5}{14} - \frac{2}{7}\right)$ **D** $3{,}5 \cdot (-0{,}2) - 2 + 2 \cdot \left(-\frac{5}{7} : \frac{2}{7}\right) + 3$

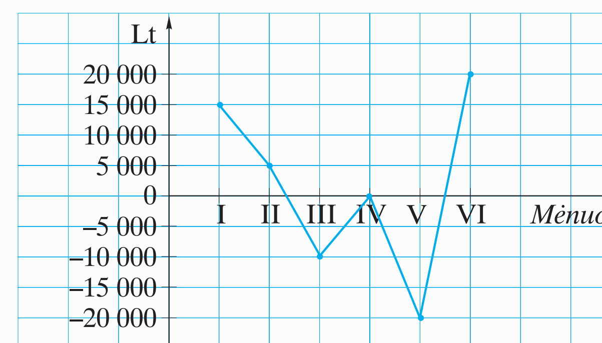
162. Lentelėje pateikta vienos savaitės oro temperatūra dieną (12 val.) ir naktį (24 val.).

SAVAITĖS DIENA	Pr	A	T	K	P	Š	S
DIENA (°C)	+10	+8	+7	+7	+7	+9	+15
NAKTIS (°C)	+1	0	−1	−3	−2	−1	−1

Apskaičiuokite tos savaitės vidutinę temperatūrą:

a) dienos; b) nakties; c) paros.

163. Diagramoje pavaizduota, kiek pelno (nuostolio) turėjo įmonė kiekvieną pirmojo pusmečio mėnesį.



Kiek vidutiniškai pelno (nuostolio) turėjo įmonė per mėnesį? Atsakymą parašykite dešimčių tikslumu.


164. Tarp skaičių įrašykite veiksmų ženklus (+, −, ·, :) taip, kad būtų teisinga lygybė:

a) 1 2 3 4 = 1; b) 1 2 3 4 = −8; c) 1 2 3 4 = −9; d) 1 2 3 4 = −2.


165. Apskaičiuokite sandaugą $(-25) \cdot (-24) \cdot (-23) \cdot \ldots \cdot 23 \cdot 24 \cdot 25$.

PASITIKRINAME

166. Užrašykite duotajam skaičiui priešingą skaičių.
a) 18; b) -20; c) $\frac{3}{4}$; d) $-\frac{8}{5}$; e) $0{,}5$; f) $-3{,}2$.

167. Užrašykite, kam lygus duotojo skaičiaus modulis.
a) 15; b) -8; c) $-2{,}5$; d) $1\frac{2}{3}$; e) 0.

168. Raskite duotajam skaičiui atvirkštinį skaičių.
a) 18; b) -24; c) $\frac{5}{9}$; d) $-\frac{7}{15}$; e) $0{,}4$; f) $-0{,}12$.

169. Surašykite skaičius didėjimo tvarka:
$0{,}2(3)$; $0{,}23$; $0{,}(23)$; $0{,}3(2)$; $0{,}(32)$; $0{,}32$.

170. Paprastąją trupmeną paverskite dešimtaine ir suapvalinkite iki šimtųjų.
a) $\frac{1}{3}$; b) $\frac{2}{3}$; c) $\frac{5}{9}$; d) $\frac{7}{11}$; e) $\frac{31}{33}$.

171. Apskaičiuokite.

a) $28 + 0{,}7$,
$28 - 0{,}7$,
$28 \cdot 0{,}7$,
$28 : 0{,}7$;

b) $4{,}6 + 0{,}23$,
$4{,}6 - 0{,}23$,
$4{,}6 \cdot 0{,}23$,
$4{,}6 : 0{,}23$;

c) $2\frac{2}{5} + \frac{1}{3}$,
$2\frac{2}{5} - \frac{1}{3}$,
$2\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3}$,
$2\frac{2}{5} : \frac{1}{3}$.

172. Apskaičiuokite reiškinio su moduliais reikšmę.
a) $|+20| + |-10|$; b) $|-121| - |+15|$; c) $|23| - |-120|$;
d) $|+7| \cdot |-6|$; e) $|-13| \cdot |-1|$; f) $|-24| : |-6|$.

173. Sudėkite.
a) $(-6) + (-6)$; b) $-15 + (-15)$; c) $10 + (-5)$;
d) $13{,}4 + (-13{,}3)$; e) $0{,}5 + (-0{,}5)$; f) $-\frac{4}{5} + \frac{4}{5}$;
g) $-\frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right)$; h) $\frac{2}{3} + \left(-1\frac{2}{3}\right)$; i) $\frac{9}{6} + \left(-1\frac{1}{2}\right)$.

174. Atimkite.
a) $(-6) - (-6)$; b) $-15 - (-15)$; c) $10 - (-5)$;
d) $13{,}4 - (-13{,}3)$; e) $0{,}5 - (-0{,}5)$; f) $-\frac{4}{5} - \frac{4}{5}$;
g) $-\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)$; h) $\frac{2}{3} - \left(-1\frac{2}{3}\right)$; i) $\frac{9}{6} - \left(-1\frac{1}{2}\right)$.

175. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę, paeiliui atlikdami surašytus veiksmus.
a) $(+8) - (+4) + (-7) + (+10)$; b) $(-11) - (-4) + (+9) - (+7)$;
c) $28 - 14 + 7 - 1$; d) $7{,}5 + (-4{,}5) - (+2{,}3) + (-0{,}7)$.

176. Parašykite reiškinį be skliaustų ir apskaičiuokite jo reikšmę.
a) $-6 + (-4) - (+7) - (+1)$; b) $19 - (-9) + (-8) - 3$;
c) $-3{,}8 - (-4{,}2) + 3{,}2 + (-2{,}6)$; d) $-\frac{3}{5} + \left(-\frac{2}{5}\right) - \frac{7}{11} + \left(-\frac{4}{11}\right)$.

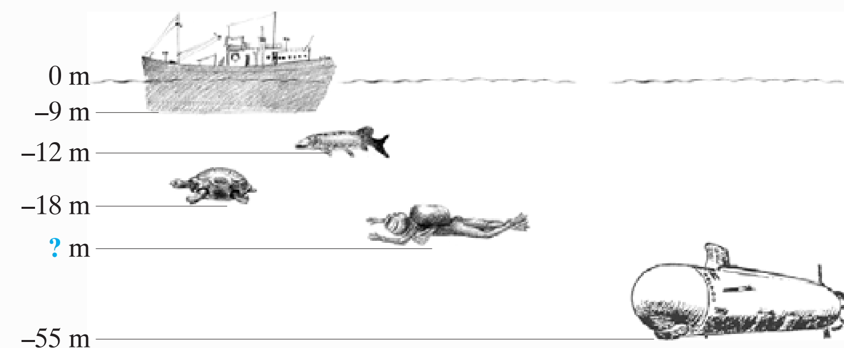
177. Sudauginkite.
a) $(+6) \cdot (-5)$; b) $0{,}5 \cdot (-2)$; c) $-7 \cdot (-0{,}1)$;
d) $-\frac{3}{7} \cdot \left(-\frac{49}{9}\right)$; e) $-1\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{5}$; f) $-3{,}13 \cdot 0$.

178. Padalykite.
a) $(-144) : (-12)$; b) $-2{,}8 : (-0{,}7)$; c) $10 : (-100)$;
d) $-\frac{8}{15} : \frac{4}{5}$; e) $\left(-\frac{1}{2}\right) : \left(-\frac{1}{6}\right)$; f) $0 : (-10)$.

179. Apskaičiuokite sandaugą, grupuodami dauginamuosius.
a) $-25 \cdot (-4) \cdot 3 \cdot (-1)$; b) $50 \cdot (-1{,}3) \cdot 2 \cdot (-10)$;
c) $-3{,}5 \cdot (-2) \cdot 5 \cdot (-1)$; d) $(-20) \cdot (-11) \cdot (-5) \cdot (-6)$.

180. Apskaičiuokite kiekvieno duotojo reiškinio reikšmę ir pasakykite, koks ženklas ($>$, $<$ ar $=$) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio.
a) $-120 : 6 \cdot (-2)$ ▢ $4 \cdot (-30) : (-6)$;
b) $36 \cdot (-2) : (-9) \cdot (-1)$ ▢ $-80 : 8 \cdot (-4) : (-5)$;
c) $5{,}4 \cdot (-5) : (-9) \cdot 8$ ▢ $3{,}6 : 6 \cdot (-10) \cdot (-8)$;
d) $\frac{8}{15} : \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{15}{23} : \frac{4}{23}$ ▢ $\frac{3}{7} \cdot \frac{4}{11} : \left(-\frac{7}{11}\right) \cdot \frac{1}{4}$.

181. Atstumas nuo vandens paviršiaus iki naro lygus paveikslėlyje nurodytų kitų keturių atstumų vidurkiui. Koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj klaustuko?



182. Apskaičiuokite reiškinio, kuriame yra apskliaustų veiksmų, reikšmę.
a) $2 - 2 \cdot \big(8 \cdot (-5) + 4\big)$; b) $-10 + 10 \cdot (2 - 5 : 0{,}2)$;
c) $(-3{,}8 \cdot 0{,}1 + 0{,}68) \cdot \frac{3}{5} - \frac{3}{5}$; d) $\big(-2{,}7 : (-0{,}9) - 5\big) : \frac{1}{8} - \frac{1}{8}$.

Galvosūkis

Nustatykite, kokie skaičiai turėtų būti parašyti tuščiuose skritulėliuose, kad visos šešios lygybės būtų teisingos.

1)

−8	+	○	=	−10
+		+		+
○	+	−6	=	○
‖		‖		‖
−4	+	○	=	○

2)

−5	·	○	=	−15
·		·		·
○	·	2	=	○
‖		‖		‖
−10	·	○	=	−60

3)

−12	−	○	=	○
−		−		−
○	−	−2	=	−3
‖		‖		‖
○	−	−1	=	○

4)

○	:	−8	=	−8
:		:		:
−4	:	○	=	−2
‖		‖		‖
○	:	○	=	○

Užduotis.
1) Išspręskite Agnės sugalvotus galvosūkius.
2) Sugalvokite ir jūs panašų galvosūkį.

Poreikis skaičiuoti įvairius daiktus padėjo atsirasti natūraliesiems skaičiams. Matuojant ilgius, matavimo rezultatas ne visuomet būdavo natūralusis skaičius — taip atsirado trupmeniniai skaičiai. Tačiau ne visuomet skaičiaus sąvokos išplėtimo priežastis buvo praktiniai poreikiai. Skaičiaus sąvoka būdavo išplečiama ir siekiant pačios matematikos išbaigtumo. Taip atsitiko su neigiamaisiais skaičiais, kurių samprata atsirado sprendžiant lygtis.

KARTOJAME

183. Vienodų dauginamųjų sandaugą užrašykite kvadratu; kubu.
a) $5 \cdot 5$; $5 \cdot 5 \cdot 5$;
b) $0,3 \cdot 0,3$; $0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,3$;
c) $\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7}$; $\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7}$;
d) $2\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{3}$; $2\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{3}$.

$a \cdot a = a^2$
$a \cdot a \cdot a = a^3$
$4 \cdot 4 = 4^2$
$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$

184. Apskaičiuokite.
a) 4^2; 4^3; b) 5^2; 5^3; c) $0,3^2$; $0,3^3$;
d) $2,1^2$; $2,1^3$; e) $\left(\frac{1}{6}\right)^2$; $\left(\frac{1}{6}\right)^3$; f) $\left(1\frac{1}{2}\right)^2$; $\left(1\frac{1}{2}\right)^3$.

185. Koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj debesėlio, kad būtų teisinga lygybė:
a) $10^{☁} = 100$? b) $7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^{☁}$? c) $3^3 = ☁$?
d) $8^{☁} = 64$? e) $6 \cdot 6 \cdot 6 = ☁^3$? f) $☁^2 = 16$?

186. Užpildykite lentelę; čia a — kvadrato kraštinės ilgis, S — jo plotas, P — perimetras.

$a =$	6 m			11 cm		
$S =$		25 cm^2			4 cm^2	
$P =$			20 mm			4 dm

a
$S = a \cdot a = a^2$
$P = 4 \cdot a$

187. Kubo briauna lygi m. Apskaičiuokite kubo tūrį, kai:
a) $m = 5$ cm; b) $m = 0,2$ m;
c) $m = \frac{1}{3}$ dm; d) $m = 1\frac{1}{2}$ m.

a a a
$S_{pav} = 6 \cdot a^2$
$V = a^3$

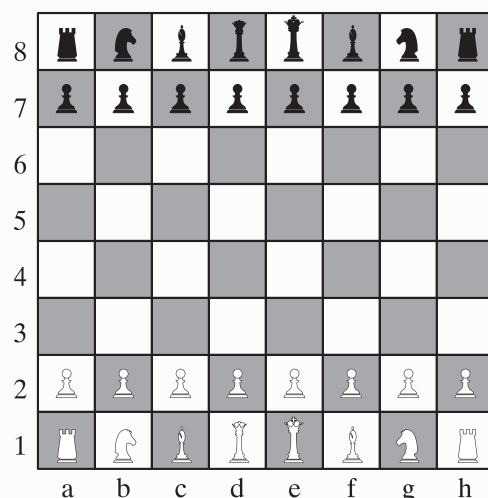
188. Kubo briaunos ilgis yra 7 m. Apskaičiuokite kubo:
1) vienos sienos plotą S;
2) viso paviršiaus plotą S_{pav};
3) tūrį V.

189. Koks ženklas ($>$, $<$ ar $=$) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio?
a) $2 + 2 + 2 \,□\, 2^3$; b) $5^3 \,□\, 5 \cdot 3$; c) $3^2 \,□\, 3 \cdot 2$;
d) $3^2 \,□\, 2^3$; e) $1^3 \,□\, 1^2$; f) $1^3 \,□\, 3 \cdot 1$.

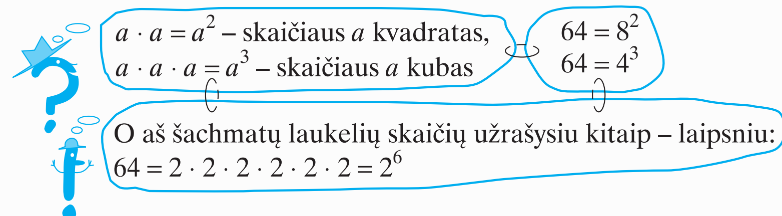


Šachmatai

Sakoma, kad geras matematikas yra ir geras žaidėjas šachmatais. Manoma, kad šachmatai buvo atrasti šiaurės vakarų Indijoje VI amžiuje. Šachmatai — stalo žaidimas ir intelektualus sportas, kuriame rungiasi du priešininkai. Žaidimas vyksta specialioje lentoje, kurioje varžovai kovoja turėdami po 16 skirtingų spalvų figūrų.

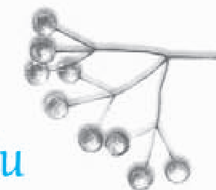


Užduotis.
1) Skaičių 16 užrašykite dviejų vienodų skaičių sandauga, o tada tą sandaugą parašykite skaičiaus kvadratu.
2) Kiek šachmatų lentoje yra laukelių?
3) Šachmatų lentos laukelių skaičių užrašykite:
   a) skaičiaus kvadratu; b) skaičiaus kubu.

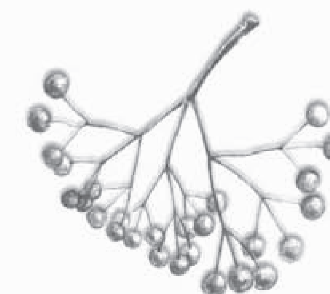


***Šiame skyriuje*:**
- išmoksite apskaičiuoti neigiamojo skaičiaus kvadratą; kubą;
- sužinosite, koks reiškinys matematikoje vadinamas laipsniu;
- išmoksite atlikti veiksmus su laipsniais.

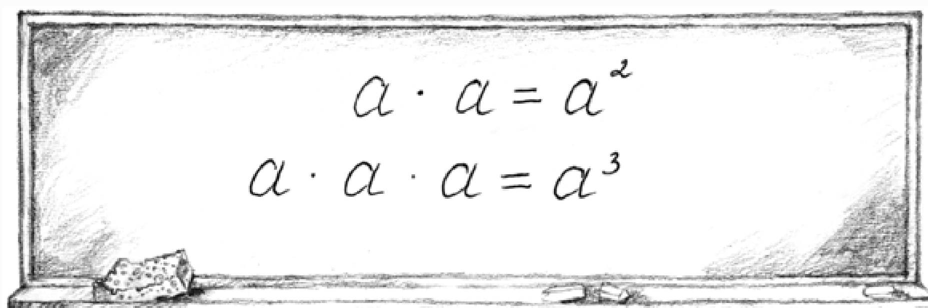
3 LAIPSNIAI







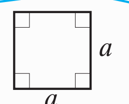
KELIAME KVADRATU IR KUBU



1 užduotis.

1) Apskaičiuokite kvadrato, kurio kraštinė $a = 3$ cm, plotą S.

Sandauga dviejų dauginamųjų, kurių kiekvienas lygus a, vadinama skaičiaus a ***kvadratù*** (skaičiaus a *antrúoju láipsniu*).

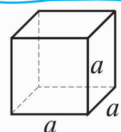


$S = a^2 = a \cdot a$

Rašome: a^2
Skaitome: a kvadratu *arba* a pakėlta kvadratu

2) Apskaičiuokite kubo, kurio briauna $a = 3$ cm, tūrį V.

Sandauga trijų dauginamųjų, kurių kiekvienas lygus a, vadinama skaičiaus a ***kubù*** (skaičiaus a *trečiúoju láipsniu*).



$V = a^3 = a \cdot a \cdot a$

Rašome: a^3
Skaitome: a kubu *arba* a pakėlta kubu

2 užduotis.

1) Apskaičiuokite teigiamųjų skaičių kvadratus; kubus.

a) $(+5)^2$; $0{,}4^2$; $\left(\frac{2}{5}\right)^2$; b) $(+2)^3$; $0{,}1^3$; $\left(\frac{2}{3}\right)^3$.

2) Apskaičiuokite neigiamųjų skaičių kvadratus; kubus.

a) $(-7)^2$; $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$; $(-0{,}7)^2$; b) $(-2)^3$; $(-0{,}3)^3$; $\left(-\frac{1}{5}\right)^3$.

Neigiamojo skaičiaus kvadratas yra teigiamasis skaičius. → $(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = (+9)$

Neigiamojo skaičiaus kubas yra neigiamasis skaičius. → $(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = (-27)$

190. Pakelkite kvadratu.

a) $(+7)^2$; b) $0{,}6^2$; c) $\left(\frac{2}{9}\right)^2$; d) $\left(1\frac{3}{4}\right)^2$;
e) $(-8)^2$; f) $(-0{,}4)^2$; g) $\left(-\frac{3}{7}\right)^2$; h) $\left(-2\frac{1}{3}\right)^2$.

$\left(-2\frac{2}{5}\right)^2 = \left(-2\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-2\frac{2}{5}\right) = \frac{12}{5} \cdot \frac{12}{5} = \frac{144}{25} = 5\frac{19}{25}$

191. Pakelkite kubu.

a) $(+5)^3$; b) $0{,}2^3$; c) $\left(\frac{1}{3}\right)^3$; d) $\left(1\frac{1}{3}\right)^3$;
e) $(-4)^3$; f) $(-0{,}3)^3$; g) $\left(-\frac{3}{4}\right)^3$; h) $\left(-1\frac{1}{2}\right)^3$.

192. Neskaičiuodami nustatykite, koks ženklas ($>$, $<$ ar $=$) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio.

a) $(-10)^2$ ▢ 0; b) $(+19)^2$ ▢ 0; c) $(-45)^3$ ▢ 0;
d) 38^3 ▢ 0; e) $(-24)^2$ ▢ 24^2; f) 17^3 ▢ $(-17)^3$.

193. Apskaičiuokite ir pasakykite, kurio laipsnio reikšmė didesnė:

a) $(-2)^3$ ar $(-3)^3$; b) $(-0{,}2)^3$ ar $(-0{,}3)^3$; c) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$ ar $\left(-\frac{1}{3}\right)^3$.

194. a) Surašykite didėjimo tvarka skaičius:
$(+2)^2$; $(-2)^3$; $(-3)^2$; $(+3)^3$; $(-3)^3$.
b) Surašykite mažėjimo tvarka skaičius:
$(-4)^2$; $(-4)^3$; $(-5)^2$; $(-5)^3$; 5^3.

195. a) Kvadrato formos lauko krašto ilgis yra 240 m. Apskaičiuokite lauko plotą hektarais.
b) Kvadrato formos lauko plotas lygus 9 a. Apskaičiuokite, kokio ilgio (metrais) tvoros reikės laukui aptverti.

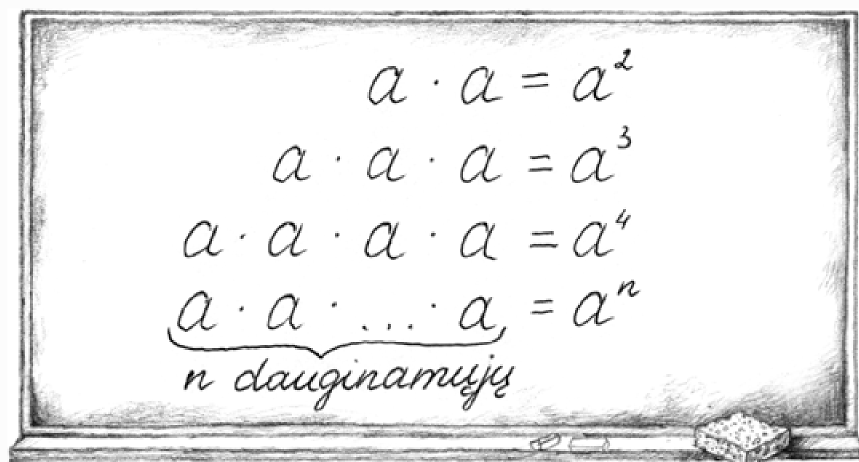
1 ha = 10 000 m^2
1 a = 100 m^2

196. a) Kiek litrų vandens telpa į kubo formos akvariumą, jei jo briaunos ilgis yra 0,7 m?
b) Koks kubo formos akvariumo briaunos ilgis centimetrais ir koks akvariumo (be dangčio) paviršiaus plotas kvadratiniais decimetrais, jei į akvariumą telpa 27 000 mℓ vandens?

1 ℓ = 1 dm^3
1 mℓ = 1 cm^3
$S_{pav} = 6a^2$



KELIAME LAIPSNIU



1 užduotis. Sandaugą parašykite laipsniu.

a) $(+23) \cdot (+23)$; b) $(-7) \cdot (-7) \cdot (-7) \cdot (-7)$; c) $1{,}2 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}2$;

d) $\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5}$; e) $\left(-1\frac{2}{7}\right) \cdot \left(-1\frac{2}{7}\right) \cdot \left(-1\frac{2}{7}\right)$.

Sandauga n dauginamųjų, kurių kiekvienas lygus a, vadinama skaičiaus a n-tuoju ***laipsniu***. → $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$

Rašome: a^n
Skaitome: a entuoju → $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ – laipsnis
Skaitome: dvi trečiosios ketvirtuoju

2 užduotis.

1) Perskaitykite.

a) $(+23)^2$; b) $(-7)^4$; c) $1{,}2^3$; d) $\left(\frac{3}{5}\right)^6$; e) $\left(-1\frac{2}{7}\right)^3$.

2) Pasakykite kiekvieno laipsnio pãgrindą ir rodìklį.

a^n – laipsnis
a – *laipsnio pagrindas*
n – *laipsnio rodiklis*
→ $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ – laipsnis
$\frac{2}{3}$ – laipsnio pagrindas
4 – laipsnio rodiklis

3) Apskaičiuokite kiekvieno laipsnio réikšmę, t. y. pakelkite laipsniu.

$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{16}{81}$



197. Sandaugą parašykite laipsniu.

a) $(+3) \cdot (+3) \cdot (+3)$; b) $(-2) \cdot (-2)$; c) $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$;

d) $(-0{,}1) \cdot (-0{,}1) \cdot (-0{,}1) \cdot (-0{,}1)$; e) $\left(5\frac{3}{4}\right) \cdot \left(5\frac{3}{4}\right) \cdot \left(5\frac{3}{4}\right) \cdot \left(5\frac{3}{4}\right) \cdot \left(5\frac{3}{4}\right) \cdot \left(5\frac{3}{4}\right)$;

f) $\left(-7\frac{2}{9}\right) \cdot \left(-7\frac{2}{9}\right) \cdot \left(-7\frac{2}{9}\right) \cdot \left(-7\frac{2}{9}\right) \cdot \left(-7\frac{2}{9}\right) \cdot \left(-7\frac{2}{9}\right) \cdot \left(-7\frac{2}{9}\right)$.

198. Laipsnį parašykite vienodų dauginamųjų sandauga.

a) $(+7)^3$; b) $(-8)^4$; c) $\left(\frac{1}{3}\right)^5$; d) $(-0{,}9)^6$; e) $\left(2\frac{1}{2}\right)^4$; f) $\left(-\frac{7}{2}\right)^6$.

199. Užrašykite laipsnį, kurio:

a) pagrindas lygus $+6$, o rodiklis lygus 3;
b) pagrindas lygus -3, o rodiklis lygus 5;
c) rodiklis lygus 5, o pagrindas lygus $\frac{2}{3}$;
d) rodiklis lygus 2, o pagrindas lygus $-4\frac{1}{2}$.

200. Pakelkite laipsniu.

a) $(+4)^3$; b) $(+2)^4$; c) $(-2)^5$; d) $(-10)^6$;
e) $0{,}2^4$; f) $1{,}5^3$; g) $(-0{,}1)^5$; h) $(-2{,}1)^2$;
i) $\left(\frac{1}{3}\right)^4$; j) $\left(1\frac{5}{6}\right)^3$; k) $\left(-\frac{2}{3}\right)^6$; l) $\left(-1\frac{1}{5}\right)^3$.

201. Neskaičiuodami nustatykite, koks ženklas (>, < ar =) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio.

a) $(-354)^8 \square 0$; b) $(-293)^9 \square 0$; c) $0 \square (-742)^7$;
d) $0 \square (-875)^6$; e) $(-458)^{11} \square (-275)^6$; f) $(-329)^4 \square (-784)^7$.

Jei a – *neigiamas* skaičius, tai:
$a^n > 0$, kai n – lyginis,
$a^n < 0$, kai n – nelyginis.
→ $(-3)^4 > 0$, nes 4 – lyginis;
$(-3)^5 < 0$, nes 5 – nelyginis.

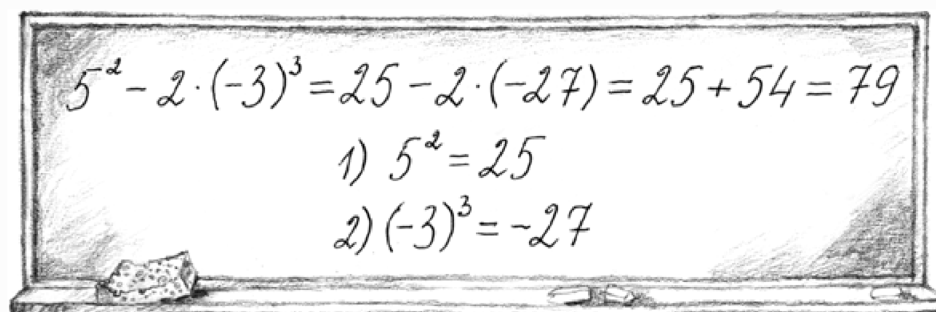
202. Kiekvieną duotąjį skaičių parašykite laipsniu, kurio rodiklis lygus 3:
1; 27; -125; $\frac{1}{8}$; $-0{,}064$; $3\frac{3}{8}$; 1000; $-1\,000\,000$.

203. a) Kiekvieną duotąjį skaičių parašykite laipsniu, kurio pagrindas lygus 10:
100; 1000; 10 000; 100 000; 1 000 000; 1 000 000 000.

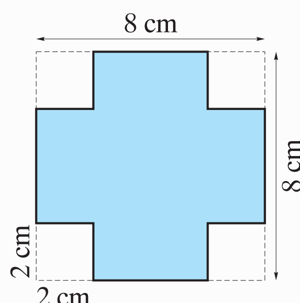
b) Kiekvieną duotąjį skaičių parašykite laipsniu, kurio pagrindas lygus 2:
4; 8; 16; 32; 64; 128.

c) Kiekvieną duotąjį skaičių parašykite laipsniu, kurio pagrindas lygus 5:
25; 125; 625; 3125.

SKAITINIAI REIŠKINIAI, KURIUOSE YRA LAIPSNIŲ



1 užduotis. Kvadratinio lapo krašto ilgis yra 8 cm. Nuo šio lapo kampų buvo nukirpti keturi vienodi kvadratėliai, kurių kiekvieno krašto ilgis yra 2 cm.



1) Užrašykite laipsniu, kam buvo lygus lapo plotas.
2) Užrašykite laipsniu, kam lygus vieno iškirpto kvadratėlio plotas.
3) Sudarykite skaitinį reiškinį gautos iškarpos plotui apskaičiuoti.
4) Apskaičiuokite gautojo reiškinio reikšmę.

2 užduotis. Apskaičiuokite kiekvieno duotojo reiškinio reikšmę ir pasakykite, koks ženklas (>, < ar =) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio.

a) $(-4)^2 \square -4^2$, $\quad -1^2 \square (-1)^2$; $\qquad$ b) $(-4)^3 \square -4^3$, $\quad -1^3 \square (-1)^3$.

$-3^2 = -1 \cdot 3^2 = -1 \cdot (3 \cdot 3) = -9$
$-3^3 = -1 \cdot 3^3 = -1 \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3) = -27$

$(-3)^2 \neq -3^2$
$(-3)^3 = -3^3$

3 užduotis. Apskaičiuokite reikšmę reiškinio, kuriame yra apskliaustų veiksmų.

a) $(5^2 - 2) \cdot (-1)^3$;
b) $(-2^3 - 4) : ((-2)^3 + 4)$.

Pirmiausia atlikite veiksmus skliaustuose.

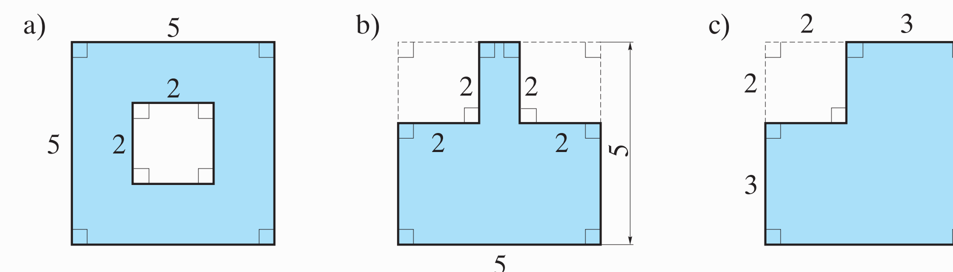
204. Apskaičiuokite reiškinio su laipsniais reikšmę.

a) $4^2 - 20$; b) $-7 + 2^3$; c) $15 - 5^2$;
d) $(-2)^3 + 6^2$; e) $3^4 - 5^2$; f) $(-8)^2 - 3^2$;
g) $2 \cdot 5^2$; h) $3 \cdot (-2)^4$; i) $(-7)^2 \cdot (-1)^9$;
j) $18 : 3^2$; k) $(-2)^5 : 4$; l) $8^3 : (-2)^3$.

205. Užrašykite skaitiniu reiškiniu ir apskaičiuokite kvadratų sumą ir kvadratų skirtumą skaičių:
a) -7 ir 5; b) 4 ir -6; c) -2 ir -7.

206. Sakinį užrašykite skaitiniu reiškiniu ir apskaičiuokite jo reikšmę.
a) Minus trys pakelta kvadratu ir atimta aštuoniolika.
b) Du pakelta trečiuoju laipsniu ir atimtas septynių kvadratas.
c) Skaičių 5 ir −9 suma pakelta kubu ir pridėta 23.
d) Skaičių 7 ir −2 skirtumas pakeltas kvadratu ir atimtas skaičiaus 3 kubas.

207. Užrašykite skaitinį reiškinį nuspalvintos dalies plotui apskaičiuoti ir raskite jo reikšmę.



208. Apskaičiuokite.

a) $(-1)^2 + 3 \cdot (-2)$; b) $-1^2 + 3 \cdot (-2)$;
c) $(-1)^3 + 3 \cdot (-2)$; d) $-1^3 \cdot 3 \cdot (-2)$;
e) $(-2)^2 - 3^2 \cdot (-2)$; f) $-2^2 - 3^2 \cdot (-2)$;
g) $(-2)^3 - 3 \cdot (-2)^3$; h) $-2^3 - 3^2 \cdot (-2)^3$.

$(-a)^2 = a^2$
$-a^2 = -1 \cdot a^2$

209. Apskaičiuokite skaitinio reiškinio su apskliaustais veiksmais reikšmę.

a) $3 \cdot (-2 + 5^2)$; b) $-2 \cdot (4^2 - 7)$;
c) $(-2^2 + 8) \cdot (-2)^3$; d) $18 : (6^2 - 3^3)$;
e) $(1 - 3^4) : (-2)^4$; f) $-2^6 : (-3^2 - 7)$;
g) $(7 - 2 \cdot 3^2) \cdot (-1)^6$; h) $(-3 \cdot 5^2 + 8^2) \cdot (-2)^2$.

APIBENDRINAME

$a \cdot a = a^2$ $a \cdot a \cdot a = a^3$ $\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ dauginamųjų}} = a^n$	$5 \cdot 5 = 5^2$ $4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3$ $\underbrace{7 \cdot 7 \cdot \ldots \cdot 7}_{n \text{ dauginamųjų}} = 7^n$
Sandauga n dauginamųjų, kurių kiekvienas lygus a, vadinama skaičiaus a n-tuoju *láipsniu*.	$6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^4$ — laipsnis *Skaitome*: šeši ketvirtuoju (arba: šeši pakelta ketvirtuoju laipsniu)
a^n — laipsnis, a — laipsnio pãgrindas, n — laipsnio rodìklis	6^4 — laipsnis, 6 — laipsnio pagrindas, 4 — laipsnio rodiklis
$(-a)^2 = a^2$ $-a^2 = -1 \cdot a^2$ $(-a)^2 \neq -a^2$ $(a \neq 0)$	$(-9)^2 = (-9) \cdot (-9) = 81 = 9^2$ $-9^2 = -1 \cdot 9^2 = -1 \cdot 81 = -81$ $(-9)^2 \neq -9^2$
$-a^3 = -1 \cdot a^3$ $(-a)^3 = -a^3$	$-6^3 = -1 \cdot 6^3 = -1 \cdot 216 = -216$ $(-6)^3 = -6 \cdot (-6) \cdot (-6) = -216$
Neigiamojo skaičiaus kvadrãtas yra teigiamasis skaičius.	$(-8)^2 > 0$, $(-5{,}6)^2 > 0$
Neigiamojo skaičiaus kùbas yra neigiamasis skaičius.	$(-7)^3 < 0$, $\left(-2\frac{5}{9}\right)^3 < 0$
Jei a — neigiamas skaičius, tai: • $a^n > 0$, kai n — lyginis; • $a^n < 0$, kai n — nelyginis.	$(-3)^4 > 0$, nes 4 — lyginis $(-3)^5 < 0$, nes 5 — nelyginis
Jeigu skaitiniame reiškinyje yra laipsnių, tai pirmiausia apskaičiuojame laipsnių reikšmes.	$5^2 - 2 \cdot (-3)^3 = 25 - 2 \cdot (-27) =$ $= 25 + 54 = 79$
Jeigu skaitiniame reiškinyje yra apskliaustų veiksmų, tai pirmiausia atliekame veiksmus skliaustuose.	$(4^2 - 8) : (-2)^3 = (16 - 8) : (-8) =$ $= 8 : (-8) = -1$



Skaičius 13

Skaičius 13 nuo neatmenamų laikų yra apipintas daugybe istorijų. Žmonės jam ir vardą davė — velnio tuzinas. Šiandien šio skaičiaus vieni vengia, antri į jį nekreipia dėmesio, treti teigia, kad jis net padeda.
Skaičius 13 pasižymi įdomiomis savybėmis.
Žvilgtelėkite į šias lygybes:

$$1001 : 77 = 13,$$
$$10101 : 777 = 13,$$
$$101101 : 7777 = 13,$$
$$1011101 : 77777 = 13.$$

1 užduotis. Pastebėję dėsningumą, užrašykite dar dvi tolesnes lygybes.

Skaičių 13 galima gauti įvairiai, pavyzdžiui, tarp iš eilės parašytų skaitmenų kai kur parašius matematinių veiksmų ženklus ir skliaustus.

$$(1 + 2) \cdot 3 + 4 = 13,$$
$$1 \cdot 234 : (5 + 6 + 7) = 13.$$

Arba dar sudėtingiau:

$$1^2 + 3 \cdot 4 = 13,$$
$$\left(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2\right) : 7 = 13.$$

2 užduotis. Kairėje lygybės pusėje vietoj žvaigždučių parašykite pliuso ir minuso ženklus taip, kad gautumėte teisingą lygybę:
a) $1 * 2^3 * 4 = 13$; b) $3^3 * 4^3 * 5^3 * 6^3 * 7^3 * 8^3 = 13$.

3 užduotis.
1) Raskite skaičiaus 13 kvadratą.
2) Užrašykite gautąjį skaičių, sukeitę vietomis vienetų ir šimtų skaitmenis, t. y. iš dešinės į kairę.
3) Įsitikinkite, kad gautasis skaičius yra skaičiaus 31 kvadratas (skaičių 31 gauname, skaičių 13 parašę atvirkštine tvarka).
4) Tarp visų dviženklių skaičių yra dar vienas skaičius, pasižymintis tokiomis pat savybėmis. Pabandykite jį surasti.

SPRENDŽIAME

210. Laipsnį užrašykite vienodų dauginamųjų sandauga.

a) $(+4)^3$; b) $(-5)^6$; c) $0{,}8^4$; d) $\left(-3\frac{1}{6}\right)^5$; e) 0^6.

211. Sandaugą parašykite laipsniu.

a) $(+7)\cdot(+7)\cdot(+7)\cdot(+7)$; b) $0{,}3\cdot 0{,}3\cdot 0{,}3\cdot 0{,}3\cdot 0{,}3$;

c) $\left(-\frac{2}{5}\right)\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)$; d) $1\frac{3}{5}\cdot 1\frac{3}{5}\cdot 1\frac{3}{5}\cdot 1\frac{3}{5}$;

e) $0\cdot 0\cdot 0\cdot 0\cdot 0\cdot 0$; f) $\left(-2\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-2\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-2\frac{2}{3}\right)$.

212. Apskaičiuokite.

a) $(-11)^2$; b) -9^2; c) $(-0{,}5)^2$; d) $\left(-4\frac{1}{3}\right)^2$;

e) $-1{,}3^2$; f) $\left(-\frac{2}{9}\right)^2$; g) $(-4)^3$; h) $\left(-\frac{2}{7}\right)^3$;

i) $(-10)^3$; j) -8^3; k) $-0{,}6^3$; l) $\left(-1\frac{1}{5}\right)^3$.

213. Neskaičiuodami nustatykite, koks ženklas (>, < ar =) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio.

a) $(-12)^6$ □ -12^6; b) $-2{,}6^7$ □ $(-2{,}6)^7$;

c) $(-19)^3$ □ -19^3; d) $-0{,}04^8$ □ $(-0{,}04)^8$;

e) $(-24)^5$ □ $(-24)^4$; f) $(-3{,}5)^6$ □ $(-3{,}7)^7$.

214. Apskaičiuokite duotųjų laipsnių sumą ir skirtumą.

a) 3^3 ir $(-2)^2$; b) $(-1{,}6)^2$ ir $(-0{,}1)^3$;

c) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4$ ir $\left(2\frac{2}{3}\right)^2$; d) $(-0{,}2)^5$ ir $(-5)^2$.

215. Tarp kurių dviejų sveikųjų skaičių yra duotojo laipsnio reikšmė?

a) $0{,}7^2$; b) $0{,}4^3$; c) $(-3{,}2)^2$;

d) $(-1{,}8)^3$; e) $\left(\frac{2}{7}\right)^2$; f) $\left(-1\frac{4}{5}\right)^2$;

g) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$; h) $(-2{,}1)^2$; i) $(-1{,}4)^3$.

$-2 < (-1{,}2)^3 < -1$

216. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę ir gautąjį rezultatą parašykite teigiamojo skaičiaus laipsniu.

a) $-7+8+4-1$; b) $-5-(-17)+24$;

c) $-19+5+(-13)$; d) $56:(-7)\cdot 8$;

e) $-8\cdot 6\cdot(-3)$; f) $-30:6\cdot(-20)$.



217. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę.

a) a^2, kai $a=+4$; $a=-6$; $a=0{,}7$; $a=-\frac{5}{6}$; $a=-2\frac{1}{5}$;

b) a^3, kai $a=+2$; $a=-1$; $a=0{,}4$; $a=-\frac{2}{5}$; $a=-1\frac{2}{3}$;

c) $-a^2$, kai $a=3$; $a=-2$; $a=0{,}5$; $a=-\frac{1}{3}$; $a=2\frac{1}{2}$;

d) $-a^3$, kai $a=1$; $a=-1$; $a=-0{,}1$; $a=\frac{1}{10}$; $a=0$.

218. Kurie iš skaičių

-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4

yra sprendiniai lygties:

a) $x^2=4$? b) $x^2=9$? c) $x^3=-8$?

d) $x^4=16$? e) $x^5=-32$? f) $x^7=-1$?

g) $x^3=0$? h) $x^3=64$? i) $x^3=-27$?

Lygtis $x^2=25$ turi du sprendinius $x=5$ ir $x=-5$. Iš tikrųjų: $5^2=25$, $(-5)^2=25$



219. Kubo paviršiaus plotas lygus $1{,}5\ \text{m}^2$. Apskaičiuokite kubo:

a) visų briaunų ilgių sumą; b) tūrį.

220. Apskaičiuokite reiškinio su laipsniais reikšmę.

a) 3^2+7; b) $-9+4^2$; c) $2\cdot(-3)^3$;

d) $(-4)^2:(-8)$; e) $5-2\cdot 3^2$; f) $(-3)^4:27-12$;

g) $5-(-1)^5\cdot 2$; h) $-2\cdot(-2)^3-4$; i) $3-2^2\cdot 4$;

j) $(-2)^3\cdot 0-(-1)^3$; k) $-2\cdot(-3)^4-3^2$; l) $(-2)^4-2\cdot(-5)^3$.

221. Apskaičiuokite reiškinio su apskliaustais veiksmais reikšmę.

a) $-5^2-2\cdot\left(6-3^2\right)$; b) $\left(8-2^4\right)\cdot\left(-4^2+7\right)$;

c) $\left(-3^4-9\cdot(-2)^3\right)\cdot(-1)^3$; d) $\left(7\cdot(-3)^2-8^2\right):\left(-6^2+5^2\right)$;

e) $\left(-0{,}8^2:(-2)+1{,}72\right)-0{,}5^2$; f) $-3{,}47+\left(2\cdot(-0{,}2)^2-0{,}1^2\right)$.



222. Teigiama ar neigiama bus duotojo reiškinio reikšmė (a — bet koks nelygus 0 skaičius)?

a) $6\cdot a^2$; b) $-7\cdot a^2$; c) a^2+4; d) $-a^2-15$;

e) $-8\cdot a^4$; f) $5\cdot(-a)^{10}$; g) a^8+7; h) $-4-a^{12}$.

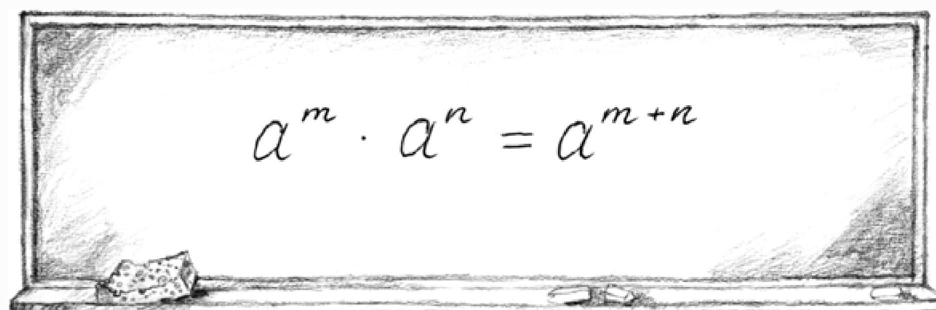


223. Raskite visas natūraliąsias n reikšmes, su kuriomis teisinga nelygybė:

a) $2^n<15$; b) $3^n<64$; c) $4<2^n<65$.



DAUGINAME LAIPSNIUS SU VIENODAIS PAGRINDAIS



1 užduotis. Imkime laipsnius su *vienodais pagrindais*: 2^2 ir 2^3.

1) Šių laipsnių sandaugą $2^2 \cdot 2^3$ užrašykite laipsniu.

Laipsnių 3^3 ir 3^4 sandaugą $3^3 \cdot 3^4$ užrašykime laipsniu.

Aš dariau taip:
$3^3 \cdot 3^4 = (3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^7$

O aš taip:
$3^3 \cdot 3^4 = 3^{3+4} = 3^7$

2) Koks ženklas (>, < ar =) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio:

$2^2 \cdot 2^3 \ \square \ 2^5$?

2 užduotis. Pasakykite, koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj debesėlio, kad būtų teisinga lygybė:

a) $5^3 \cdot 5^6 = 5^{☁}$; b) $3^5 \cdot 3^7 = 3^{☁}$; c) $(-5)^4 \cdot (-5)^9 = (-5)^{☁}$.

Dauginant laipsnius su *vienodais pagrindais*, laipsnio pagrindas paliekamas tas pats, o laipsnių rodikliai sudedami.

$3^3 \cdot 3^4 = 3^{3+4} = 3^7$

3 užduotis. Pasakykite, koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj debesėlio, kad būtų teisinga lygybė:

a) $6^4 \cdot 6^{☁} = 6^5$; b) $(-5)^{☁} \cdot (-5)^7 = (-5)^8$; c) $(-3)^5 \cdot (-3) = (-3)^{☁}$.

$a = a^1$
$-a = (-a)^1$

$2 = 2^1$
$-2 = (-2)^1$

$2^3 \cdot 2 = 2^3 \cdot 2^1 = 2^{3+1} = 2^4$
$(-2)^3 \cdot (-2) = (-2)^3 \cdot (-2)^1 = (-2)^{3+1} = (-2)^4 = 2^4$



224. Laipsnių su vienodais pagrindais sandaugą užrašykite laipsniu.

a) $(+4)^5 \cdot (+4)^3$; b) $(-6)^4 \cdot (-6)^6$; c) $\left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5$;
d) $\left(-1\frac{3}{8}\right)^7 \cdot \left(-1\frac{3}{8}\right)^{15}$; e) $0{,}5^{10} \cdot 0{,}5$; f) $(-2{,}7) \cdot (-2{,}7)^6$.

225. Kokie skaičiai turėtų būti parašyti vietoj žvaigždučių, kad būtų teisingos lygybės:

a) $5^6 = 5^3 \cdot 5^* = 5^* \cdot 5^2 = 5^* \cdot 5^5$?
b) $2^9 = 2^* \cdot 2^4 = 2^6 \cdot 2^* = 2^2 \cdot 2^* = 2^* \cdot 2^8$?
c) $3^{10} = 3^5 \cdot 3^* = 3^4 \cdot 3^* = 3^* \cdot 3^7 = 3^8 \cdot 3^* = 3^* \cdot 3^9$?
d) $7^{12} = 7^4 \cdot 7^* = 7^* \cdot 7^5 = 7^6 \cdot 7^* = 7^* \cdot 7 = 7^{10} \cdot 7^* = 7^9 \cdot 7^*$?

226. Sandaugą užrašykite laipsniu.

a) $2^7 \cdot 2^2 \cdot 2^5$;
b) $5^4 \cdot 5 \cdot 5^{11}$;
c) $(-7)^3 \cdot (-7)^4 \cdot (-7)^2$;
d) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2$.

$3^5 \cdot 3^4 \cdot 3^3 = 3^{5+4+3} = 3^{12}$

227. Sandaugą užrašykite laipsniu ir apskaičiuokite.

a) $1^6 \cdot 1^{15}$; b) $(-1)^8 \cdot (-1)^{14}$; c) $(-1)^5 \cdot (-1)^4$;
d) $10^3 \cdot 10^5$; e) $(-10)^2 \cdot (-10)^3$; f) $(-10)^4 \cdot (-10)^3$;
g) $0{,}1^2 \cdot 0{,}1^5$; h) $(-0{,}1)^3 \cdot (-0{,}1)$; i) $(-0{,}1)^2 \cdot (-0{,}1)^4$;
j) $2^2 \cdot 2^4$; k) $(-2)^3 \cdot (-2)^2$; l) $(-2)^3 \cdot (-2)^4$;
m) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4$; n) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3$; o) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^3$.

228. Reiškinį užrašykite laipsniu.

a) $8 \cdot 2^5$; b) $5^3 \cdot 25$; c) $27 \cdot 3^4$;
d) $2^3 \cdot 16$; e) $81 \cdot 3^4$; f) $(-2)^5 \cdot (-8)$;
g) $(-64) \cdot (-4)^3$; h) $(-5)^4 \cdot (-125)$; i) $4 \cdot 2^5 \cdot 2^3$;
j) $(-2)^7 \cdot (-8) \cdot (-2)$; k) $9 \cdot (-3)^4 \cdot 3$; l) $(-5)^6 \cdot 25 \cdot 5^4$.

Kaip užrašyti laipsniu reiškinį $3^5 \cdot 9$?

Dauginamąjį 9 parašykime laipsniu, kurio pagrindas 3 (toks kaip laipsnio 3^5).

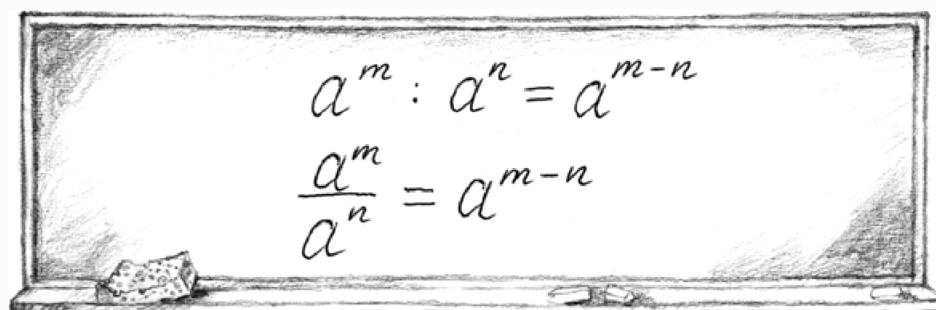
$3^5 \cdot 9 = 3^5 \cdot 3^2$

Gautąją laipsnių su vienodais pagrindais sandaugą užrašykime laipsniu.

$3^5 \cdot 3^2 = 3^{5+2} = 3^7$



DALIJAME LAIPSNIUS SU VIENODAIS PAGRINDAIS



1 užduotis. Imkime laipsnius su *vienodais pagrindais*: 2^5 ir 2^3.
1) Šių laipsnių dalmenį $2^5 : 2^3$ užrašykite laipsniu.

Laipsnių 3^4 ir 3^2 dalmenį $3^4 : 3^2$ užrašykime laipsniu.

Aš dariau taip: $3^4 : 3^2 = (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) : (3 \cdot 3) = 81 : 9 = 9 = 3^2$

O aš taip: $3^4 : 3^2 = 3^{4-2} = 3^2$

$3^4 : 3^2 = \frac{3^4}{3^2} = \frac{3 \cdot 3 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3}}{\cancel{3} \cdot \cancel{3}} = 3 \cdot 3 = 3^2$

2) Koks ženklas ($>$, $<$ ar $=$) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio:

$$2^5 : 2^3 \;\square\; 2^2?$$

2 užduotis. Pasakykite, koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj debesėlio, kad būtų teisinga lygybė:
a) $5^6 : 5^3 = 5^{☁}$; b) $3^7 : 3^2 = 3^{☁}$; c) $(-5)^9 : (-5)^4 = (-5)^{☁}$.

Dalijant laipsnius su *vienodais pagrindais* (nelygiais nuliui), laipsnio pagrindas paliekamas tas pats, o iš dalinio rodiklio atimamas daliklio rodiklis.

$3^4 : 3^2 = 3^{4-2} = 3^2$

3 užduotis. Pasakykite, koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj debesėlio, kad būtų teisinga lygybė:
a) $6^4 : 6^{☁} = 6^3$; b) $(-2)^{15} : (-2)^{☁} = -2$; c) $3^7 : 3 = 3^{☁}$.



229. Laipsnių su vienodais pagrindais dalmenį užrašykite laipsniu.
a) $(+2)^5 : (+2)^2$; b) $(-5)^7 : (-5)^4$; c) $2{,}3^6 : 2{,}3^2$;
d) $\left(-\frac{1}{2}\right)^8 : \left(-\frac{1}{2}\right)^3$; e) $\left(2\frac{1}{3}\right)^5 : \left(2\frac{1}{3}\right)^3$; f) $\left(-1\frac{2}{3}\right)^{13} : \left(-1\frac{2}{3}\right)^{12}$.

230. Padalykite.
a) $3^5 : 3^2$; b) $10^8 : 10^3$; c) $0{,}4^7 : 0{,}4^6$;
d) $(-1{,}2)^4 : (-1{,}2)^2$; e) $\left(\frac{2}{3}\right)^6 : \left(\frac{2}{3}\right)^3$; f) $\left(-1\frac{1}{5}\right)^5 : \left(-1\frac{1}{5}\right)^3$.

231. Koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj žvaigždutės, kad būtų teisinga lygybė:
a) $2^{14} : 2^5 = 2^*$? b) $4^7 : 4^* = 4^3$? c) $0{,}1^* : 0{,}1^3 = 0{,}1^{11}$?
d) $3^{13} : 3^{12} = 3^*$? e) $5^* : 5^5 = 5$? f) $\left(\frac{2}{3}\right)^{12} : \left(\frac{2}{3}\right)^* = \frac{2}{3}$?

232. Apskaičiuokite.
a) $\frac{2^7}{2^4}$; b) $\frac{(-3)^{11}}{(-3)^8}$;
c) $\frac{0{,}1^{10}}{0{,}1^7}$; d) $\frac{(-2{,}4)^5}{(-2{,}4)^4}$;
e) $\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^8}{\left(\frac{2}{3}\right)^5}$; f) $\frac{\left(-1\frac{3}{4}\right)^6}{\left(-1\frac{3}{4}\right)^4}$.

$\frac{a^m}{a^n} = a^m : a^n = a^{m-n}$

$\frac{3^9}{3^5} = 3^9 : 3^5 = 3^{9-5} = 3^4 = 81$

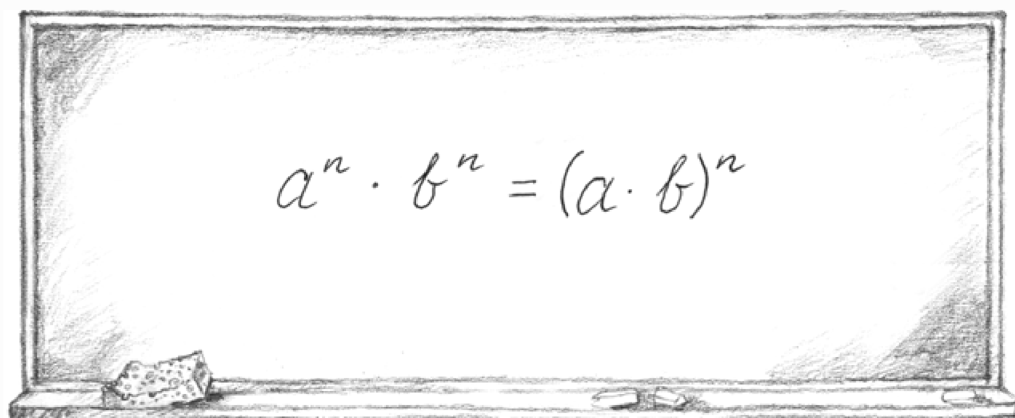
233. Reiškinį užrašykite laipsniu, o tada apskaičiuokite jo reikšmę.
a) $3^5 : 9$; b) $16 : 2^2$; c) $81 : 3^2$;
d) $10^5 : 1000$; e) $64 : 2^3$; f) $5^7 : 125$;
g) $(-6)^7 : (-216)$; h) $(-2)^7 : (-8)$; i) $(-3)^6 : (-27)$.

234. Reiškinį užrašykite laipsniu, o tada apskaičiuokite jo reikšmę.
a) $3^5 \cdot 3^4 : 3^7$; b) $6^7 : 6^6 \cdot 6$;
c) $(-2)^{12} \cdot (-2)^5 : (-2)^{14}$; d) $(-5)^5 : (-5)^4 \cdot (-5)^2$;
e) $0{,}1^5 \cdot 0{,}1^3 : 0{,}1^2$; f) $(-1{,}1)^3 \cdot (-1{,}1)^8 : (-1{,}1)^9$;
g) $\left(\frac{1}{3}\right)^7 : \left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2$; h) $\left(-\frac{3}{5}\right)^6 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^5 : \left(-\frac{3}{5}\right)^9$;
i) $\left(1\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^3 : \left(1\frac{1}{2}\right)^4$; j) $\left(-2\frac{2}{3}\right)^5 : \left(-2\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-2\frac{2}{3}\right)$.

$2^6 \cdot 2^3 : 2^7 = 2^{6+3} : 2^7 = 2^9 : 2^7 = 2^{9-7} = 2^2 = 4$

$(-3)^7 : (-3)^2 \cdot (-3)^4 : (-3)^8 = (-3)^{7-2+4-8} = (-3)^1 = -3$

24 DAUGINAME LAIPSNIUS SU VIENODAIS RODIKLIAIS



1 užduotis. Imkime laipsnius su *vienodais rodikliais*: 5^2 ir 6^2.
1) Šių laipsnių sandaugą $5^2 \cdot 6^2$ užrašykite laipsniu.

Laipsnių 2^4 ir 5^4 sandaugą $2^4 \cdot 5^4$ užrašykime laipsniu.

Aš dariau taip:
$2^4 \cdot 5^4 = 16 \cdot 625 = 10\,000 = 10^4$

O aš taip:
$2^4 \cdot 5^4 = (2 \cdot 5)^4 = 10^4$

$2^4 \cdot 5^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) =$
$= (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 5) =$
$= (2 \cdot 5)^4$

2) Koks ženklas (>, < ar =) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio:

$$5^2 \cdot 6^2 \ \square\ (5 \cdot 6)^2?$$

2 užduotis. Pasakykite, koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj debesėlio, kad būtų teisinga lygybė:

a) $4^5 \cdot 7^5 = (4 \cdot 7)^{☁}$; b) $2^9 \cdot 5^9 = (2 \cdot 5)^{☁}$;

c) $(-3)^3 \cdot 8^3 = ((-3) \cdot 8)^{☁}$; d) $(-2)^5 \cdot (-3)^5 = (-2 \cdot (-3))^{☁}$.

Daugindami laipsnius su *vienodais rodikliais*, sudauginami laipsnių pagrindai, o laipsnio rodiklis lieka tas pats.

$2^4 \cdot 5^4 = (2 \cdot 5)^4 = 10^4$

235. Laipsnių su vienodais rodikliais sandaugą užrašykite laipsniu.

a) $2^8 \cdot 5^8$; b) $5^4 \cdot 9^4$;
c) $0{,}3^4 \cdot 5^4$; d) $6^3 \cdot 1{,}5^3$;
e) $2{,}3^6 \cdot 0{,}1^6$; f) $3^7 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^7$;
g) $\left(\frac{2}{7}\right)^5 \cdot \left(\frac{7}{4}\right)^5$; h) $\left(2\frac{1}{6}\right)^9 \cdot \left(\frac{2}{13}\right)^9$.

$7^4 \cdot 3^4 = (7 \cdot 3)^4 = 21^4$

236. Apskaičiuokite.

a) $2^6 \cdot 5^6$; b) $0{,}1^5 \cdot 10^5$; c) $5^8 \cdot 0{,}2^8$;
d) $4^3 \cdot 0{,}5^3$; e) $4^6 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^6$; f) $\left(\frac{3}{7}\right)^4 \cdot 7^4$;
g) $\left(\frac{6}{5}\right)^7 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^7$; h) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3$; i) $\left(\frac{3}{4}\right)^6 \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^6$.

237. Sandaugą užrašykite laipsniu.

a) $(-3)^4 \cdot 8^4$; b) $5^3 \cdot (-9)^3$;
c) $(-0{,}5)^6 \cdot 2^6$; d) $(-3)^4 \cdot (0{,}1)^4$;
e) $(-3{,}5)^6 \cdot (-0{,}2)^6$; f) $(-4)^9 \cdot \left(-\frac{5}{8}\right)^9$;
g) $\left(-\frac{1}{2}\right)^7 \cdot (-12)^7$; h) $\left(-1\frac{1}{5}\right)^{10} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)^{10}$.

$(-3)^5 \cdot 2^5 = (-3 \cdot 2)^5 = (-6)^5$

238. Apskaičiuokite.

a) $(-5)^4 \cdot (-2)^4$; b) $(-0{,}5)^6 \cdot 4^6$; c) $(-4)^5 \cdot (-0{,}25)^5$;
d) $7^4 \cdot \left(-\frac{1}{7}\right)^4$; e) $\left(-\frac{3}{5}\right)^6 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)^6$; f) $\left(-2\frac{1}{3}\right)^2 \cdot 6^2$;
g) $\left(-\frac{5}{8}\right)^5 \cdot \left(1\frac{3}{5}\right)^5$; h) $(-3{,}5)^3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3$; i) $(-0{,}6)^2 \cdot (-1{,}5)^2$.

239. Sandaugos laipsnį užrašykite laipsnių su vienodais rodikliais sandauga.

a) $(2 \cdot 7)^3$; b) $(0{,}1 \cdot 5)^4$;
c) $(-5 \cdot 4)^5$; d) $\left(-6 \cdot \frac{1}{7}\right)^2$;
e) $\left(-2 \cdot 3\frac{1}{4}\right)^3$; f) $\left(-1\frac{1}{5} \cdot 0{,}2\right)^2$.

$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

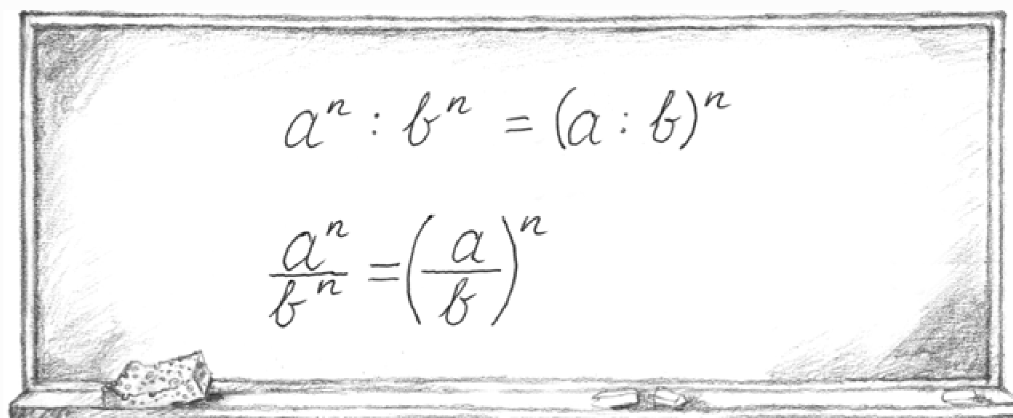
$(3 \cdot 2)^4 = 3^4 \cdot 2^4$

240. Kurie natūralieji skaičiai turėtų būti parašyti vietoj debesėlių, kad būtų teisingos lygybės:

a) $8^5 = (1 \cdot ☁)^5 = (2 \cdot ☁)^5$?
b) $12^3 = (1 \cdot ☁)^3 = (2 \cdot ☁)^3 = (3 \cdot ☁)^3$?
c) $24^4 = (1 \cdot ☁)^4 = (2 \cdot ☁)^4 = (☁ \cdot 8)^4 = (☁ \cdot 6)^4$?
d) $100^{10} = (1 \cdot ☁)^{10} = (☁ \cdot 50)^{10} = (☁ \cdot 25)^{10} = (☁ \cdot 10)^{10}$?



25 DALIJAME LAIPSNIUS SU VIENODAIS RODIKLIAIS



1 užduotis. Imkime laipsnius su *vienodais rodikliais*: 6^3 ir 2^3.
1) Šių laipsnių dalmenį $6^3 : 2^3$ užrašykite laipsniu.

Laipsnių 10^3 ir 5^3 dalmenį $10^3 : 5^3$ užrašykime laipsniu.

Aš dariau taip:
$10^3 : 5^3 = 1000 : 125 = 8 = 2^3$

O aš taip:
$10^3 : 5^3 = (10 : 5)^3 = 2^3$

$10^3 : 5^3 = \frac{10^3}{5^3} = \frac{10 \cdot 10 \cdot 10}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{10}{5} \cdot \frac{10}{5} \cdot \frac{10}{5} = \left(\frac{10}{5}\right)^3 = 2^3$

2) Koks ženklas (>, < ar =) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio:

$6^3 : 2^3$ ☐ $(6 : 2)^3$?

2 užduotis. Pasakykite, koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj debesėlio, kad būtų teisinga lygybė:

a) $8^5 : 2^5 = (8 : 2)^{☁}$; b) $18^{12} : 6^{12} = (18 : 6)^{☁}$;
c) $(-10)^7 : 2^7 = (-10 : 2)^{☁}$; d) $(-8)^3 : (-4)^3 = (-8 : (-4))^{☁}$.

Dalijant laipsnius su *vienodais rodikliais*, dalijami laipsnių pagrindai, o laipsnio rodiklis lieka tas pats. → $10^3 : 5^3 = (10 : 5)^3 = 2^3$

241. Laipsnių su vienodais rodikliais dalmenį užrašykite laipsniu.

$16^7 : 8^7 = (16 : 8)^7 = 2^7$

a) $8^7 : 2^7$; b) $12^5 : 4^5$; c) $36^4 : 12^4$;
d) $2{,}4^3 : 0{,}8^3$; e) $3^9 : 0{,}5^9$; f) $2{,}8^8 : 4^8$;
g) $3^6 : \left(\frac{1}{2}\right)^6$; h) $\left(\frac{2}{5}\right)^4 : 4^4$; i) $\left(\frac{3}{4}\right)^5 : \left(\frac{1}{8}\right)^5$.

242. Apskaičiuokite.

a) $12^6 : 6^6$; b) $24^4 : 8^4$; c) $36^3 : 9^3$;
d) $\left(\frac{1}{3}\right)^4 : \left(\frac{1}{6}\right)^4$; e) $\left(\frac{3}{4}\right)^3 : \left(1\frac{1}{8}\right)^3$; f) $\left(4\frac{1}{6}\right)^2 : \left(1\frac{2}{3}\right)^2$;
g) $1{,}6^5 : 0{,}8^5$; h) $7{,}5^3 : 0{,}25^3$; i) $12^2 : 0{,}03^2$.

243. Reiškinį užrašykite laipsniu.

$(-20)^4 : 5^4 = (-20 : 5)^4 = (-4)^4 = 4^4$

a) $(-9)^7 : 3^7$; b) $(-12)^8 : (-4)^8$;
c) $35^{10} : (-5)^{10}$; d) $(-2{,}7)^{12} : (-0{,}3)^{12}$;
e) $(-36)^7 : (1{,}2)^7$; f) $2{,}4^5 : (-0{,}08)^5$;
g) $7^5 : \left(-\frac{1}{2}\right)^5$; h) $\left(-\frac{2}{3}\right)^6 : (-4)^6$;
i) $\left(-\frac{3}{4}\right)^7 : \left(-\frac{1}{10}\right)^7$; j) $\left(-3\frac{1}{5}\right)^{13} : \left(\frac{4}{5}\right)^{13}$.

244. Padalykite.

a) $(-10)^5 : 5^5$; b) $8^4 : (-2)^4$; c) $(-12)^5 : (-4)^5$;
d) $1{,}8^6 : (-0{,}9)^6$; e) $(-1{,}5)^3 : (-5)^3$; f) $(-5{,}6)^2 : 0{,}7^2$;
g) $(-5)^4 : \left(1\frac{2}{3}\right)^4$; h) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 : \left(-1\frac{1}{3}\right)^3$; i) $\left(-\frac{2}{5}\right)^7 : (-0{,}4)^7$.

245. Trupmeną užrašykite laipsniu, o tada apskaičiuokite jo reikšmę.

$\frac{27^4}{9^4} = \left(\frac{27}{9}\right)^4 = 3^4 = 81$

$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

a) $\frac{35^3}{5^3}$; b) $\frac{42^5}{14^5}$; c) $\frac{32^4}{8^4}$;
d) $\frac{(-6)^7}{(-3)^7}$; e) $\frac{(-48)^3}{(-16)^3}$; f) $\frac{(-12)^2}{3^2}$.

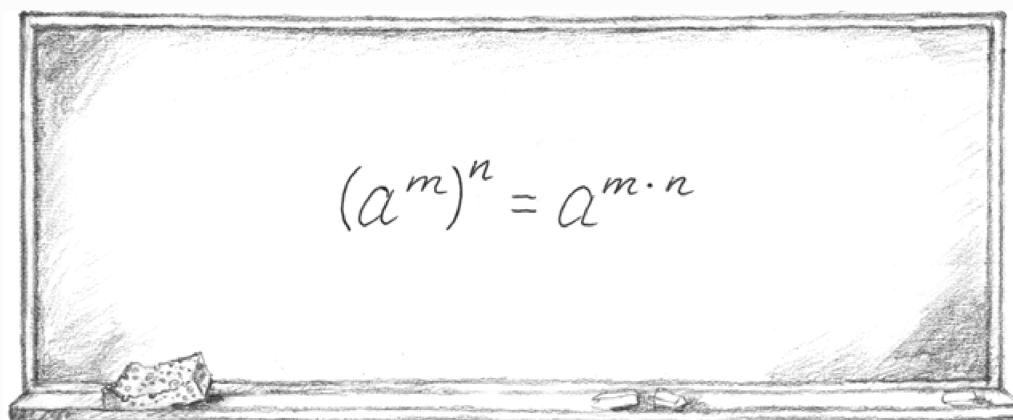
246. Trupmeną pakelkite laipsniu.

$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2^3}{5^3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{8}{125}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

a) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$; b) $\left(\frac{2}{7}\right)^3$;
c) $\left(-\frac{1}{4}\right)^4$; d) $\left(-\frac{2}{3}\right)^5$;
e) $\left(\frac{5}{4}\right)^3$; f) $\left(-\frac{8}{3}\right)^2$.

26 LAIPSNĮ KELIAME LAIPSNIU



1 užduotis.
1) Užrašykite laipsnį, kurį gausite, laipsnį 3^2 pakėlę trečiuoju laipsniu, t. y.

$(3^2)^3 = ?$ *Skaitome*: Trys kvadratu pakelta trečiuoju.

Užrašykime laipsnį, kurį gausime, laipsnį 2^2 pakėlę trečiuoju laipsniu, t. y. raskime $(2^2)^3$.

Aš dariau taip:
$(2^2)^3 = (2^2) \cdot (2^2) \cdot (2^2) =$
$= (2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2) =$
$= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$
$= 2^6$

O aš taip:
$(2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} = 2^6$

2) Koks ženklas (>, < ar =) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio:

$(3^2)^3 \;\square\; 3^6$?

2 užduotis. Pasakykite, koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj debesėlio, kad būtų teisinga lygybė:

a) $(2^5)^4 = 2^{☁}$; b) $(4^3)^5 = 4^{☁}$; c) $((-7)^3)^7 = (-7)^{☁}$.

Laipsnį keliant laipsniu, laipsnio pagrindas lieka tas pats, o laipsnių rodikliai sudauginami.

$(2^2)^3 = 2^{2 \cdot 3} = 2^6$

247. Laipsnio laipsnį užrašykite laipsniu.

a) $(7^2)^3$; b) $(5^4)^6$; c) $(0{,}3^3)^4$; d) $\left(\left(\frac{2}{5}\right)^4\right)^7$;

e) $((-2)^4)^3$; f) $((-0{,}1)^6)^7$; g) $\left(\left(-\frac{3}{2}\right)^3\right)^9$; h) $\left(\left(-1\frac{1}{5}\right)^5\right)^{12}$.

248. Koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj žvaigždutės, kad būtų teisinga lygybė:

a) $(6^*)^5 = 6^{20}$? b) $(2^4)^* = 2^{24}$?

c) $(10^5)^* = 10^{60}$? d) $((-2)^*)^7 = (-2)^{49}$?

e) $((-0{,}1)^{13})^* = (-0{,}1)^{52}$? f) $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^*\right)^9 = \left(\frac{1}{2}\right)^{72}$?

249. Koks ženklas (>, < ar =) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio?

a) $(3^7)^2 \;\square\; 3^9$; b) $5^{12} \;\square\; (5^4)^3$;

c) $(2^5)^8 \;\square\; 2^5 \cdot 2^8$; d) $3^{12} : 3^2 \;\square\; (3^2)^3$;

e) $3^7 \cdot 3^5 \;\square\; (3^5)^4$; f) $(4^2)^9 \;\square\; 4^{36} : 4^2$.

250. Kiekvieną duotąjį laipsnį užrašykite laipsniu, kurio pagrindas lygus 2.

$16^6 = (2^4)^6 = 2^{24}$

4^6; 8^5; 32^3; 64^4.

251. Kiekvieną duotąjį laipsnį užrašykite laipsniu, kurio pagrindas lygus 3.

9^5; 27^8; 81^4; 243^2.

252. Pirmiausia suvienodinkite laipsnių pagrindus, o tada nustatykite, koks ženklas (>, < ar =) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio.

a) $100^5 \;\square\; 10^8$; b) $9^{12} \;\square\; 81^5$; c) $9^6 \;\square\; 27^3$;

d) $25^4 \;\square\; 125^4$; e) $8^9 \;\square\; 4^{14}$; f) $32^4 \;\square\; 16^8$.

253. Kiekvieną duotąjį laipsnį užrašykite laipsniu, kurio rodiklis lygus 2, o pagrindas pats yra laipsnis.

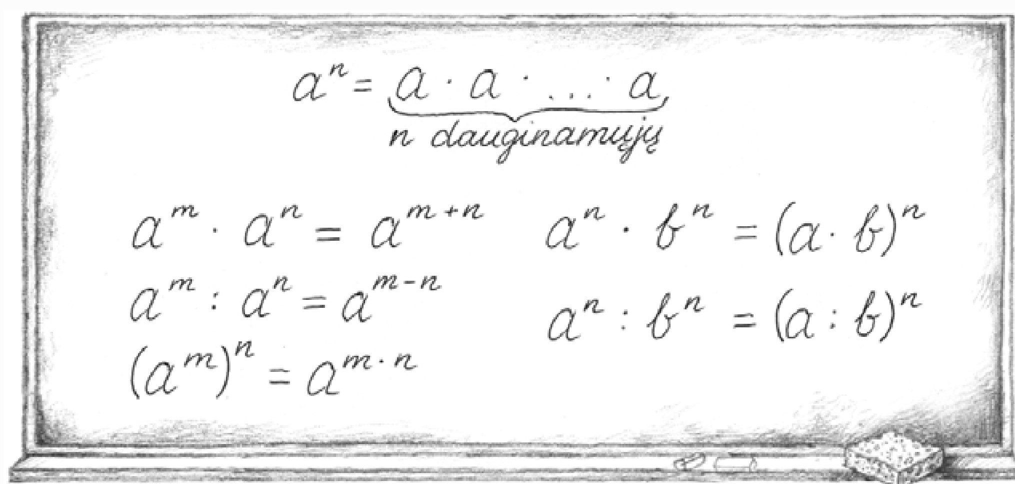
$100^6 = 100^{3 \cdot 2} = (100^3)^2$

3^4; 6^8; 5^{10}; 9^{18}; 12^{24}.

254. Kiekvieną duotąjį laipsnį užrašykite laipsniu, kurio rodiklis lygus 3, o pagrindas pats yra laipsnis.

4^6; 7^9; 6^{15}; 9^{21}; 10^{18}.

IR VĖL REIŠKINIAI SU LAIPSNIAIS



Užduotis. Panagrinėkite, kaip reiškinio

$$5^5 : 5^3 - \left((3^2)^2 - 2^5 : 2^4\right)$$

reikšmę apskaičiavo ! ir kaip — ?.

Pirmiausia apskaičiavau į reiškinį įeinančių laipsnių reikšmes:
$5^5 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 3125$
$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$
$(3^2)^2 = (3 \cdot 3)^2 = 9^2 = 9 \cdot 9 = 81$
$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$
$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

O aš pirmiausia rėmiausi laipsnių savybėmis – taip lengviau!
$5^5 : 5^3 = 5^{5-3} = 5^2$
$(3^2)^2 = 3^{2 \cdot 2} = 3^4$
$2^5 : 2^4 = 2^{5-4} = 2^1 = 2$

Tada apskaičiavau gauto reiškinio (be laipsnių) reikšmę:
$5^5 : 5^3 - ((3^2)^2 - 2^5 : 2^4) =$
$= 3125 : 125 - (81 - 32 : 16) =$
$= 25 - (81 - 2) =$
$= 25 - 79 =$
$= -54$

$5^5 : 5^3 - ((3^2)^2 - 2^5 : 2^4) =$
$= 5^2 - (3^4 - 2) =$
$= 25 - (81 - 2) =$
$= 25 - 79 =$
$= -54$

Apskaičiuodami reiškinių su laipsniais reikšmes, remiamės laipsnių savybėmis.

255. Apskaičiuokite skaitinio reiškinio su laipsniais reikšmę.

a) $7^5 : 7^3 - 40$; b) $100 - 2^4 \cdot 2^2$;
c) $(3^2)^2 - 42$; d) $21 - 3^6 : 3^5$;
e) $(-4)^6 : (-4)^3 + (-1)^5$; f) $((-2)^2)^3 - 35$;
g) $18 - 2 \cdot 2^3 - (-3)^2$; h) $5^4 : 5 - 15 + ((-1)^5)^6$.

256. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę ir pasakykite, kuris atsakymas — **A**, **B** ar **C** — yra teisingas.

a) $2^3 \cdot 2^2 - (2^3)^2 =$ **A** 0 **B** −32 **C** 96
b) $(-3)^3 + 3^7 : 3^5 =$ **A** 54 **B** −18 **C** 0
c) $(-4)^5 : (-4)^3 - 4^2 =$ **A** 32 **B** 0 **C** −32
d) $5^3 - (-5)^5 : (-5)^2 =$ **A** 0 **B** 120 **C** 250

257. Apskaičiuokite abiejų reiškinių reikšmes ir nustatykite, koks ženklas (>, < ar =) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio.

a) $3^5 : 3^3 - 5$ □ $5 - 3^5 : 3^3$;
b) $2^2 \cdot 2^3 - 12$ □ $12 - 2^2 \cdot 2^3$;
c) $(2^2)^3 - 17$ □ $17 - (2^2)^3$;
d) $6^2 - 4^5 : 4^4$ □ $4^5 : 4^4 - 6^2$;
e) $(-2)^2 \cdot (-2)^5 - 12$ □ $12 - (-2)^2 \cdot (-2)^5$;
f) $((-3)^2)^2 - 50$ □ $50 - ((-3)^2)^2$.

258. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę.

a) $20^5 \cdot 0{,}1^5 - 32$; b) $-5 - \left(\frac{1}{3}\right)^7 \cdot 3^7$;
c) $4 - (-1{,}5)^3 : (-0{,}5)^3$; d) $\left(\frac{2}{7}\right)^4 \cdot (-7)^4 - 16$;
e) $(-0{,}25)^6 \cdot 8^6 - 2^6$; f) $5^4 - 0{,}2^4 \cdot 25^4$.

259. Apskaičiuokite reiškinio su apskliaustais veiksmais reikšmę.

a) $(18 - 2^2 \cdot 2^3) \cdot (-5)$; b) $7^2 - (4^5 : 4^3 - 18)$;
c) $(3^8 : 3^5 - 4^2) \cdot (-2)^3$; d) $\left(6^2 - (2^2)^3\right) - 5^2$;
e) $26 - (2^9 : 2^5 + 3) - 4^2$; f) $5^7 : 5^4 - (18 - 3^5 : 3^3)$.

260. Sakinį užrašykite raidiniu reiškiniu ir apskaičiuokite jo reikšmę.

a) Penkiolika kubu padalyta iš penkių kubu ir atimta du kvadratu pakelta trečiuoju.
b) Dešimt kvadratu pakelta antruoju ir pridėta dviejų penktųjų ir penkių sandauga, pakelta ketvirtuoju laipsniu.

APIBENDRINAME

Dauginant laipsnius su *vienodais pagrindais*, laipsnio pagrindas paliekamas tas pats, o rodikliai sudedami:	
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$; $m, n \in \mathbf{N}$;	$3^2 \cdot 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$
$a^m \cdot a^n \cdot a^k = a^{m+n+k}$; $m, n, k \in \mathbf{N}$.	$5^3 \cdot 5^8 \cdot 5^4 = 5^{3+8+4} = 5^{15}$
Dalijant laipsnius su *vienodais pagrindais*, pagrindas paliekamas tas pats, o iš dalinio rodiklio atimamas daliklio rodiklis:	
$a^m : a^n = a^{m-n}$,	$2^6 : 2^4 = 2^{6-4} = 2^2$
$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$; $a \neq 0$, $m, n \in \mathbf{N}$, $m > n$.	$\frac{2^6}{2^4} = 2^{6-4} = 2^2$
Dauginant laipsnius su *vienodais rodikliais*, laipsnių pagrindai sudauginami, o rodiklis paliekamas tas pats:	
$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$; $n \in \mathbf{N}$;	$7^6 \cdot 5^6 = (7 \cdot 5)^6$
$a^n \cdot b^n \cdot c^n = (a \cdot b \cdot c)^n$; $n \in \mathbf{N}$.	$3^4 \cdot 5^4 \cdot 8^4 = (3 \cdot 5 \cdot 8)^4 = 120^4$
Keliant sandaugą laipsniu, kiekvienas dauginamasis keliamas tuo laipsniu: $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$; $n \in \mathbf{N}$.	$(7 \cdot 5)^6 = 7^6 \cdot 5^6$
Dalijant laipsnius su *vienodais rodikliais*, laipsnių pagrindai dalijami, o rodiklis paliekamas tas pats:	
$a^n : b^n = (a : b)^n$,	$8^5 : 4^5 = (8 : 4)^5 = 2^5$
$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$; $b \neq 0$, $n \in \mathbf{N}$.	$\frac{8^5}{4^5} = \left(\frac{8}{4}\right)^5 = \left(\frac{2}{1}\right)^5 = 2^5$
Keliant dalmenį laipsniu, tuo laipsniu keliamas ir dalinys, ir daliklis:	
$(a : b)^n = a^n : b^n$,	$(8 : 4)^5 = 8^5 : 4^5$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$; $b \neq 0$, $n \in \mathbf{N}$.	$\left(\frac{8}{4}\right)^5 = \frac{8^5}{4^5}$
Keliant laipsnį laipsniu, pagrindas paliekamas tas pats, o laipsnių rodikliai sudauginami:	
$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$; $m, n \in \mathbf{N}$.	$(6^4)^2 = 6^{4 \cdot 2} = 6^8$
Bet kuris skaičius lygus to skaičiaus pirmajam laipsniui: $a = a^1$.	$3 = 3^1$, $-3 = (-3)^1$



27

Dešimties laipsniai

Vartydama matematinę knygelę, Agnė surado lentelę.

LAIPSNIS	SKAIČIUS	PAVADINIMAS
10^{18}	1 000 000 000 000 000 000	Kvintilijõnas
10^{15}	1 000 000 000 000 000	Kvadrilijõnas
10^{12}	1 000 000 000 000	Trilijõnas
10^9	1 000 000 000	Milijárdas
10^6	1 000 000	Milijõnas
10^3	1000	Tū́kstantis
10^2	100	Šim̃tas
10^1	10	Dešimtìs

Naudodamiesi pateikta lentele, atsakykite į klausimus.

1) Kiek kartų trilijonas didesnis už milijoną?

$$10^{12} : 10^6 = ?$$

2) Kiek kartų milijardas mažesnis už kvadrilijoną?
3) Kiek tūkstančių sudaro vieną kvintilijoną?
4) Trilijoną padauginus iš milijardo, gaunamas skaičius, kuris vadinamas sekstilijonu. Kiek nulių turi sekstilijonas?

$$10^{12} \cdot 10^9 = ?$$

5) Kaip vadinamas skaičius, gaunamas kvadrilijoną padalijus iš milijono?
6) Apskaičiuokite reiškinio reikšmę ir užrašykite gautojo skaičiaus pavadinimą.

a) $10^7 \cdot 10^3 : 10^4$;   b) $(10^3)^7 : 10^6$;

c) $10^{11} \cdot 10^3 : 10^5$;   d) $10^{18} \cdot 10^6 : (10^4)^3$.

SPRENDŽIAME

261. Reiškinį užrašykite laipsniu.

a) $7^8 \cdot 7^4$; b) $(-5)^9 \cdot (-5)^3$; c) $(-0{,}8)^5 \cdot (-0{,}8)$;

d) $\left(\frac{3}{7}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^6$; e) $5^{12} : 5^8$; f) $(-7)^9 : (-7)^4$;

g) $(-2{,}3)^7 : (-2{,}3)^6$; h) $\left(\frac{8}{11}\right)^7 : \frac{8}{11}$; i) $\left(-3\frac{2}{7}\right)^{10} : \left(-3\frac{2}{7}\right)^5$.

262. Apskaičiuokite.

a) $3^5 \cdot 3^2 : 3^4$; b) $5^7 : 5^6 \cdot 5^2$;

c) $(-3)^5 \cdot (-3)^8 : (-3)^{10}$; d) $(-2)^{12} : (-2)^{10} \cdot (-2)^3$;

e) $(-0{,}4)^5 : (-0{,}4)^3 \cdot (-0{,}4)$; f) $1{,}2^5 \cdot 1{,}2^8 : 1{,}2^{10}$;

g) $\left(-\frac{2}{5}\right)^8 : \left(-\frac{2}{5}\right)^6 \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)$; h) $\left(3\frac{1}{2}\right)^7 \cdot \left(3\frac{1}{2}\right)^2 : \left(3\frac{1}{2}\right)^8$.

263. Sandaugą užrašykite laipsniu.

a) $7^3 \cdot 49$; b) $(-4)^5 \cdot (-64)$; c) $125 \cdot 5^7$;

d) $(-2)^{12} \cdot (-32)$; e) $5 \cdot 5^4 \cdot 25$; f) $(-3)^4 \cdot (-27) \cdot (-3)^7$;

g) $0{,}16 \cdot 0{,}4^4$; h) $(-0{,}1)^5 \cdot (-0{,}001)$; i) $1{,}3^5 \cdot 1{,}69$;

j) $-0{,}064 \cdot (-0{,}4)^7$; k) $\left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot \frac{27}{64}$; l) $-3\frac{3}{8} \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right)^5$.

264. Trupmeną užrašykite laipsniu.

a) $\frac{2^7}{2^5}$; b) $\frac{3^{12}}{3^4}$; c) $\frac{(-4)^8}{(-4)^3}$; d) $\frac{(-9)^4}{(-9)}$.

265. Apskaičiuokite reiškinio su laipsniais reikšmę.

a) $2^7 : 2^5 - 17$; b) $15 + (-2)^3 \cdot (-2)^2$;

c) $12 - (-4)^5 : (-4)^2$; d) $5^4 : 5^2 - 2^7 : 2^4$;

e) $(-6)^4 : (-6)^2 - (-3)^3 \cdot (-3)^2$; f) $-5 \cdot (-2)^3 - (-2)^3 \cdot (-2)^3$.

266. Apskaičiuokite reiškinio su apskliaustais veiksmais reikšmę.

a) $\left((-5)^4 : (-5)^3 + 2^5\right) : 3^2$; b) $\left(6^2 - \left(2^2\right)^3\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)$;

c) $\left(5^2 - 2^3 \cdot (-2)^2\right)^6 : 49^3$; d) $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3^2\right) : \left(-2^4 : 2^3 - 5\right)$.

267. Apskaičiuokite.

a) $3^{10} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{10}$; b) $0{,}25^6 \cdot 4^6$; c) $8^3 \cdot 0{,}25^3$;

d) $(-10)^6 \cdot (-0{,}2)^6$; e) $\left(\frac{3}{7}\right)^4 \cdot \left(2\frac{1}{3}\right)^4$; f) $\left(-1\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^5$.

268. Apskaičiuokite patogiausiu būdu.

a) $5^{200} \cdot 0{,}2^{198}$; b) $4^{175} \cdot 0{,}25^{176}$; c) $2^{101} \cdot 5^{100} \cdot 0{,}1^{99}$;

d) $\left(\frac{5}{7}\right)^{51} \cdot 1{,}4^{50}$; e) $\left(\frac{2}{5}\right)^{50} \cdot 2{,}5^{49}$; f) $2{,}25^4 \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^5$.



$0{,}25^6 \cdot 8^7 = 0{,}25^6 \cdot 8^{6+1} = 0{,}25^6 \cdot 8^6 \cdot 8^1 = (0{,}25 \cdot 8)^6 \cdot 8 = 2^6 \cdot 8 = 2^6 \cdot 2^3 = 2^9 = 512$

269. Apskaičiuokite kiekvieno duotojo reiškinio reikšmę.

a) $4 \cdot 5^2$; $(4 \cdot 5)^2$; $\left(\frac{4}{5}\right)^2$; $\frac{4^2}{5}$; $\frac{4}{5^2}$;

b) $-2 \cdot 3^3$; $(-2 \cdot 3)^3$; $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$; $-\frac{2^3}{3}$; $-\frac{2}{3^3}$;

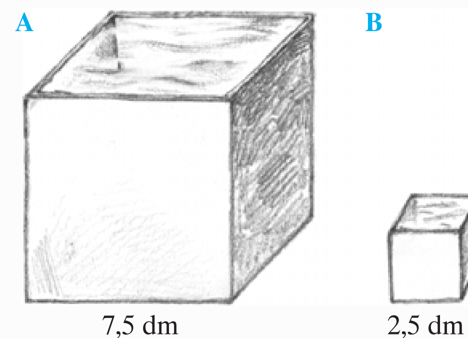
c) $-3^2 \cdot 4$; $-3 \cdot 4^2$; $(-3 \cdot 4)^2$; $-\frac{3^2}{4}$; $-\frac{3}{4^2}$; $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$.

270. Koks ženklas (>, < ar =) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio?

a) $2^{11} : 2^4$ □ $\left(2^3\right)^4$; b) $3^7 \cdot 3^5$ □ $\left(3^2\right)^6$;

c) $(-5)^4 \cdot (-5)^{12}$ □ $\left(5^4\right)^4$; d) $(-7)^9 : (-7)^4$ □ $\left((-7)^2\right)^3$.

271. Du kubo formos indai yra sklidini vandens. Kiek kartų daugiau vandens telpa inde **A** negu inde **B**?





272. Parašykite reiškinį:

a) 2^{40} laipsniu, kurio pagrindas yra 4; 16; 32;

b) 3^{60} laipsniu, kurio pagrindas yra 9; 27; 81;

c) $5^{12} \cdot 2^{18}$ laipsniu, kurio pagrindas lygus 200;

d) $9^4 \cdot 4^{12}$ laipsniu, kurio pagrindas lygus 24.



273. a) Kokiu skaitmeniu baigiasi skaitinio reiškinio $15^{24} - 2$ reikšmė?

b) Raskite du paskutiniuosius skirtumo $99^{99} - 51^{51}$ skaitmenis.

c) Ar skaitinio reiškinio $\left(10^{202} + 2\right) : 3$ reikšmė yra natūralusis skaičius?

PASITIKRINAME

274. Apskaičiuokite.

a) 5^2; b) $0{,}3^3$; c) $(-7)^2$; d) $(-0{,}4)^3$;

e) $\left(\frac{3}{8}\right)^2$; f) $\left(-\frac{1}{6}\right)^3$; g) $\left(-3\frac{1}{4}\right)^2$; h) $\left(-1\frac{2}{3}\right)^3$.

275. Neskaičiuodami pasakykite, kuris skaičius didesnis:

a) $(-17)^3$ ar $(-14)^{12}$; b) $(-28)^2$ ar $(-31)^3$;

c) $(-42)^2$ ar $(-56)^2$; d) $(-58)^3$ ar $(-63)^3$.

276. Neskaičiuodami pasakykite, kokį skaičių — teigiamą ar neigiamą — gausite:

a) $(-8)^{17}$; b) -17^{10}; c) -15^9; d) $(-21)^{12}$;

e) $(-3{,}9)^{20}$; f) $(-0{,}04)^{15}$; g) $\left(-2\frac{5}{6}\right)^{14}$; h) $-17{,}3^{21}$.

277. Apskaičiuokite reiškinio su laipsniu reikšmę.

a) 4^2+6; b) $7-2^2$; c) -5^2+3;

d) $(-3)^2+5$; e) $12-3^3$; f) $(-2)^3+5$;

g) $4\cdot 3^2$; h) $-2\cdot(-2)^4$; i) $-3\cdot(-1)^7$;

j) $-36:(-2)^2$; k) $-8^2:(-4)$; l) $40:(-2)^3$.

278. Apskaičiuokite reiškinio, kuriame yra apskliaustų veiksmų, reikšmę.

a) $-3\cdot\left(4-2^3\right)$; b) $\left(-4^2+36\right):(-2)^2$;

c) $\left(2\cdot(-3)^3+50\right)\cdot(-1)^5$; d) $\left(-7-2^3\right):(-3)$;

e) $-2^4-\left(5^2-18\right)$; f) $(-1)^4+\left(-3^2+9\right)$;

g) $-6^2:\left(-2^2-14\right)$; h) $\left(7-5^2\right)\cdot\left(-1^3+2^2\right)$.

279. Sandaugą užrašykite laipsniu.

a) $4^3\cdot 4^5$; b) $(-9)^2\cdot(-9)^7$; c) $0{,}6^4\cdot 0{,}6^9$;

d) $\left(-\frac{3}{4}\right)^8\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)^4$; e) $5^8\cdot 5$; f) $\left(7\frac{1}{2}\right)^7\cdot\left(7\frac{1}{2}\right)^8$;

g) $\left(-\frac{2}{5}\right)^6\cdot\left(-\frac{2}{5}\right)^4$; h) $\left(\frac{3}{7}\right)^3\cdot\frac{3}{7}$; i) $-2\cdot(-2)^7$.

280. Dalmenį užrašykite laipsniu.

a) $5^8:5^4$; b) $(-7)^{12}:(-7)^9$; c) $2{,}3^5:2{,}3^3$;

d) $\left(-\frac{7}{9}\right)^{12}:\left(-\frac{7}{9}\right)^4$; e) $\left(3\frac{4}{5}\right)^8:3\frac{4}{5}$; f) $0{,}7^9:0{,}7^3$.



281. Apskaičiuokite.

a) $\left(\frac{1}{5}\right)^8\cdot 5^8$; b) $\left(\frac{3}{7}\right)^{10}\cdot\left(\frac{7}{3}\right)^{10}$; c) $\left(\frac{1}{2}\right)^4\cdot 4^4$;

d) $(0{,}5)^{12}\cdot 2^{12}$; e) $25^7\cdot 0{,}04^7$; f) $50^3\cdot 0{,}06^3$.

282. Padalykite.

a) $18^6:9^6$; b) $27^4:9^4$; c) $625^3:125^3$;

d) $\left(\frac{1}{6}\right)^5:\left(\frac{1}{12}\right)^5$; e) $3{,}6^3:1{,}2^3$; f) $12^6:1{,}2^6$.

283. Laipsnio laipsnį užrašykite laipsniu.

a) $\left(7^2\right)^3$; b) $\left(10^3\right)^4$; c) $\left((-3)^6\right)^5$;

d) $\left(0{,}5^8\right)^{15}$; e) $\left(\left(\frac{3}{4}\right)^3\right)^4$; f) $\left(\left(-1\frac{3}{5}\right)^2\right)^7$.

284. Koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj debesėlio, kad būtų teisinga lygybė:

a) $2^3\cdot 2^5=2^{☁}$? b) $3^7:3^3=3^{☁}$?

c) $5\cdot 5^{☁}=5^6$? d) $7^{☁}:7=7^5$?

e) $4^5\cdot 7^5=(4\cdot 7)^{☁}$? f) $9^4:3^4=(9:3)^{☁}$?

g) $\left(6^8\right)^3=6^{☁}$? h) $\left(3^{☁}\right)^4=3^{20}$?

285. Apskaičiuokite reiškinio su laipsniais reikšmę.

a) $2^{14}:\left(2^3\right)^4$; b) $\left(3^5\right)^2:3^7$;

c) $(-7)^{12}\cdot(-7)^4:\left((-7)^3\right)^5$; d) $5^{15}\cdot 5^3:\left(5^4\right)^4$;

e) $4^{18}:4^{10}:\left(4^3\right)^2$; f) $(-3)^8\cdot(-3)^3:\left((-3)^4\right)^2$.

286. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę.

a) $2^3:2^2-5$; b) $9-3^5:3^2$;

c) $-4-\left(\frac{2}{9}\right)^3\cdot 9^3$; d) $\left(-\frac{1}{8}\right)^5\cdot(-8)^5+21$;

e) $\left(3^2\right)^2+(-2)^4$; f) $(-5)^4:(-5)^2-115$;

g) $126-\left(4^2\right)^2$; h) $\left(2^3\right)^2-7^6:7^5$.

287. Apskaičiuokite reiškinio su apskliaustais veiksmais reikšmę.

a) $\left(4^5:4^3-3\right)\cdot(-2)^2$; b) $8-\left(3^2\cdot 3-5^2\right)$;

c) $\left((-3)^2\right)^2-\left(1-2^2\cdot 2^4\right)$; d) $-26:\left(7^6:7^4-6^2\right)$;

e) $\left(0{,}1^3\cdot 10^3+4\right)\cdot(-20)$; f) $\left(2^2\right)^2:\left(7+\left(-\frac{3}{8}\right)^7\cdot\left(-\frac{8}{3}\right)^7\right)$.

21

Šachmatai

Apie šachmatų žaidimo istoriją sklando daug legendų. Prisiminkime vieną iš jų.

Vakarų Indijoje galingas indų valdovas patarėjams liepė sukurti žaidimą, kurį žaisti reikėtų proto, stropumo, įžvalgumo ir išminties. Vienas iš valdovo pavaldinių ir tapo šachmatų išradėju.

Sužavėtas šachmatais, indų valdovas pasiūlė išradėjui pačiam nustatyti apdovanojimą. Šachmatų išradėjas pasirinko, kaip atrodė iš pirmo žvilgsnio, labai menką atlygį. Jis paprašė padėti ant šachmatų lentos pirmojo langelio vieną kviečio grūdą, ant antrojo — 2, ant trečiojo — 4, ant ketvirtojo — 8 ir taip iki 64 (paskutiniojo) langelio. Pasirodė, kad ant paskutiniojo langelio reikėtų padėti 922 372 036 854 775 808 grūdus.

Kvadratinės 8×8 lentelės kiekvienamе langelyje užrašykime skaičių, reiškiantį grūdų skaičių, kurį turėjo padėti valdovas. Pastebėkime, kad pradedant trečiuoju langeliu, grūdų skaičių galima užrašyti laipsniu, kurio pagrindas lygus 2.

1	2	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7
2^8	2^9	2^{10}	2^{11}	2^{12}	2^{13}	2^{14}	2^{15}
2^{16}	2^{17}	2^{18}	2^{19}	2^{20}	2^{21}	2^{22}	2^{23}
2^{24}	2^{25}	2^{26}	2^{27}	2^{28}	2^{29}	2^{30}	2^{31}
2^{32}	2^{33}	2^{34}	2^{35}	2^{36}	2^{37}	2^{38}	2^{39}
2^{40}	2^{41}	2^{42}	2^{43}	2^{44}	2^{45}	2^{46}	2^{47}
2^{48}	2^{49}	2^{50}	2^{51}	2^{52}	2^{53}	2^{54}	2^{55}
2^{56}	2^{57}	2^{58}	2^{59}	2^{60}	2^{61}	2^{62}	2^{63}

Matome, kad ant paskutiniojo šachmatų lentos langelio būtų 2^{63} grūdų. O visoje lentoje valdovui tektų supilti 18 466 744 073 709 551 615 grūdų. Žinant, kad 1 cm^2 telpa 15 grūdų, šachmatų išradėjo užsiprašytam grūdų kiekiui supilti reikėtų sandėlio, kurio aukštis būtų 4 m, plotis — 10 m, o ilgis — net 300 000 000 km, t. y. dvigubai didesnis negu atstumas nuo Žemės iki Saulės ...



KARTOJAME

288. Apskaičiuokite ir nurodykite teisingo atsakymo raidę.

	A	B	C
a) $-3 \cdot (-2) - 15$	A -21	B -9	C 9
b) $12 - 42 : (-6)$	A 5	B -5	C 19
c) $2,7 : (-3) - 0,3$	A $-0,6$	B 9,3	C $-1,2$
d) $3,6 + 0,4 \cdot (-1,5)$	A -6	B 3	C 4,2

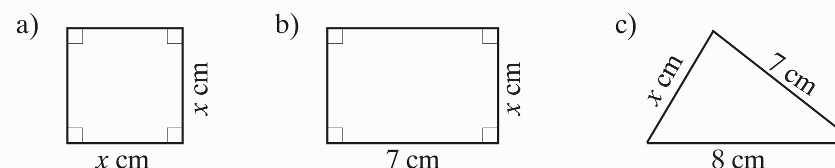
289. Apskaičiuokite, iškeldami bendrąjį dauginamąjį prieš skliaustus.
a) $6 \cdot 97 + 6 \cdot 3$; b) $17 \cdot 8 - 7 \cdot 8$;
c) $6,7 \cdot 9 + 3,3 \cdot 9$; d) $118 \cdot 0,7 - 0,7 \cdot 18$.

290. Apskaičiuokite skaitinio reiškinio reikšmę.
a) $\left(1 - \frac{7}{9}\right) \cdot (5,2 - 0,7)$; b) $(6,5 - 4,7) : \left(4 - 2\frac{1}{5}\right)$;
c) $\left(1,5 - 1\frac{1}{3}\right) \cdot 2\frac{2}{5}$; d) $4,8 + \frac{1}{3}(1,2 - 0,6)$.

291. Apskaičiuokite reikšmes raidinio reiškinio:
a) $4 \cdot x - 12$, kai $x = 3$; $x = 0,5$; $x = -2\frac{1}{2}$;
b) $-3 \cdot x + 2,5$, kai $x = -1$; $x = 0,5$; $x = 1\frac{1}{3}$.

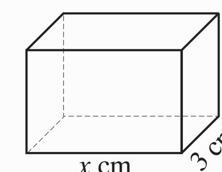
292. Apskaičiuokite reikšmę raidinio reiškinio.
a) $a + b$, kai $a = -7\frac{2}{3}$, $b = 4\frac{1}{3}$;
b) $a - b$, kai $a = 8,15$, $b = -2,85$;
c) $a \cdot b$, kai $a = -1\frac{5}{7}$, $b = 2\frac{1}{6}$;
d) $a : b$, kai $a = -7,2$, $b = -1,6$.

293. 1) Sudarykite raidinį reiškinį duotosios figūros perimetrui apskaičiuoti.



2) Apskaičiuokite figūros perimetrą, kai $x = 6$ cm.

294. Sudarykite raidinį reiškinį stačiakampio gretasienio viso paviršiaus plotui apskaičiuoti ir apskaičiuokite jo reikšmę, kai $x = 5$.





Sugalvok skaičių

Vilija knygelėje rado tokį uždavinį-žaidimą.

Sugalvok skaičių. Prie jo pridėk penkis. Gautąjį skaičių padaugink iš dviejų. Iš gautojo rezultato atimk dvigubą sugalvotą skaičių. Jei skaičiuodamas nesuklydai, tai turėjai gauti 10.

Vilija su drauge nutarė patikrinti, ar tikrai visada galima gauti 10, nesvarbu, koks sugalvotas skaičius.

Vilija patikrino skaičių 2:

$$2 + 5 = 7, \quad 7 \cdot 2 = 14, \quad 14 - 2 \cdot 2 = 10.$$

Draugė pasirinko skaičių 5:

$$5 + 5 = 10, \quad 10 \cdot 2 = 20, \quad 20 - 2 \cdot 5 = 10.$$

Užduotis. Patikrinkite ir jūs, ar gausite 10, jei sugalvosite:
a) neigiamąjį skaičių; b) trupmeninį skaičių; c) skaičių 0.

Bet juk visų skaičių nepatikrinsi!? Kaip įsitikinti, kad rezultatas nepriklauso nuo sugalvoto skaičiaus?

Atsakymą į šį klausimą sužinosite šiame skyriuje.

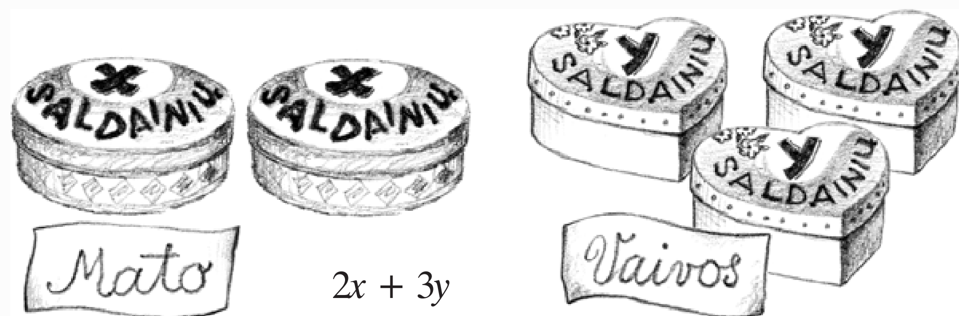
***Šiame skyriuje*:**
- prisiminsite, kas yra raidinis reiškinys;
- išmoksite sudaryti raidinį reiškinį bei apskaičiuoti jo reikšmes;
- sužinosite, koks raidinis reiškinys vadinamas vienanariu, o koks — daugianariu;
- išmoksite pertvarkyti raidinius reiškinius.

4 REIŠKINIAI



SUDAROME RAIDINĮ REIŠKINĮ

Matas turi dvi vienodas saldainių dėžutes, kurių kiekvienoje yra po x saldainių. Vaiva turi tris vienodas, bet kitokias nei Mato, saldainių dėžutes. Kiekvienoje Vaivos dėžutėje yra po y saldainių.



Užduotis.

1) Ką žymi raidė x? raidė y?
2) Raidiniu reiškiniu užrašykite, kiek saldainių turi:
   a) Matas; b) Vaiva; c) abu vaikai kartu.

Raidiniame reiškinyje daugybos ženklas dažnai nerašomas. → $2 \cdot x = 2x$

3) Vaiva ir Matas apsikeitė viena dėžute saldainių.



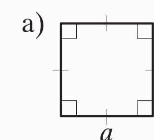
Užrašykite raidiniu reiškiniu, kiek saldainių dabar turi:
a) Matas; b) Vaiva; c) abu vaikai kartu.

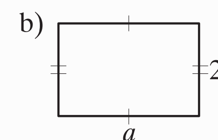
295. Kiekvienam duotajam sakiniui raskite tinkamą raidinį reiškinį iš dešinėje pusėje pateiktų reiškinių. Paeiliui surašę reiškinius atitinkančias raides, perskaitysite Lietuvos kunigaikščio vardą.

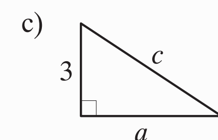
1) Skaičiaus a trečdalis	$2a \longrightarrow$ **Y**
2) Dvigubas skaičius a	$a^3 \longrightarrow$ **S**
3) 50% skaičiaus a	$0{,}5a \longrightarrow$ **T**
4) Skaičiui a atvirkštinis skaičius	$\frac{1}{2}a^2 \longrightarrow$ **I**
5) Skaičiui a priešingas skaičius	$-a \longrightarrow$ **N**
6) Skaičiaus a kvadrato pusė	$\frac{1}{3}a \longrightarrow$ **V**
7) Skaičiaus a kubas	$\frac{1}{a} \longrightarrow$ **E**

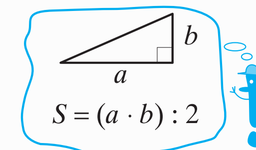
296. Užrašykite raidiniu reiškiniu skaičių x ir y sumą; skirtumą; sandaugą; dalmenį; kvadratų skirtumą; skirtumo kvadratą; dvigubą skirtumą.

297. Užrašykite raidinius reiškinius pavaizduotos figūros perimetrui ir plotui apskaičiuoti.

a) 

b) 

c) 



298. Iš namų tuo pačiu metu priešingomis kryptimis išėjo brolis ir sesuo. Brolis ėjo x metrų per minutę, o sesuo — y metrų per minutę greičiu. Raidiniu reiškiniu užrašykite:

$s = vt$,
s – kelias,
v – greitis,
t – laikas.

a) kiek metrų per 10 minučių nuėjo sesuo; brolis;
b) koks atstumas buvo tarp sesers ir brolio po 10 minučių.

299. Vieną iš nežinomų dydžių pažymėję raide, sudarykite raidinį reiškinį.

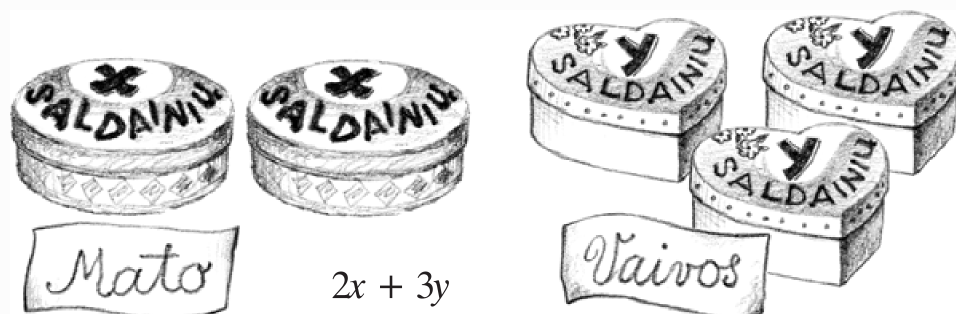
Kiek žinučių išsiuntė abu vaikai kartu, jei sesuo išsiuntė penkiomis žinutėmis daugiau negu brolis?

Brolio išsiųstų žinučių skaičių pažymėkime raide x. Sesuo išsiuntė $x + 5$ žinutes. Abu vaikai kartu išsiuntė $x + (x + 5)$ žinutes.

a) Kiek kainuoja batai ir slidės kartu, jei slidės aštuoniasdešimčia litų brangesnės už batus?
b) Kiek kriaušių yra dviejose pintinėse kartu, jei vienoje iš jų yra devyniomis kriaušėmis mažiau negu kitoje?
c) Kiek žvirblių tupi ant dviejų krūmų kartu, jei ant vieno iš jų tupi penkis kartus daugiau negu ant kito?
d) Kiek metų seneliui ir anūkui kartu, jei anūkas dešimt kartų jaunesnis už senelį?

APSKAIČIUOJAME RAIDINIO REIŠKINIO REIKŠMES

Praeitame skyrelyje sudarėme raidinį reiškinį bendram Mato ir Vaivos saldainių skaičiui rasti.



1 užduotis.

1) Apskaičiuokite, kiek saldainių turi abu vaikai kartu, jei kiekvienoje Mato dėžutėje yra po 8 saldainius, o kiekvienoje Vaivos dėžutėje yra po 10 saldainių ($x = 8$, $y = 10$).
2) Apskaičiuokite raidinio reiškinio $2x + 3y$ reikšmę, kai:
   a) $x = 5$, $y = 11$; b) $x = 10$, $y = 12$; c) $x = 18$, $y = 7$.

Raidinio reiškinio reikšmė priklauso nuo reiškinyje esančių raidžių reikšmių.

$4x - 5y$

Kai $x = 15$, $y = 7$, tai
$4x - 5y = 4 \cdot 15 - 5 \cdot 7 = 60 - 35 = 25$

Kai $x = 0$, $y = -2$, tai
$4x - 5y = 4 \cdot 0 - 5 \cdot (-2) = 0 + 10 = 10$

2 užduotis.

1) Kai $m = -2$, tai raidinį reiškinį $m^2 - m$ atitinka skaitinis reiškinys:
   A $-2^2 - (-2)$ **B** $-2^2 - 2$ **C** $(-2)^2 - 2$ **D** $(-2)^2 - (-2)$
2) Apskaičiuokite to skaitinio reiškinio reikšmę.



300. Monika pirko 5 sąsiuvinius, kainuojančius po a Lt, ir 4 pieštukus, kainuojančius po b Lt.
1) Raidiniu reiškiniu užrašykite, kiek kainavo Monikos pirkinys.
2) Apskaičiuokite gautojo reiškinio reikšmę, kai $a = 2{,}2$ Lt, $b = 1{,}5$ Lt.

301. Apskaičiuokite reikšmes raidinio reiškinio:

a) $a - 4$, kai $a = 8$, $a = 4$, $a = 0$, $a = -4$;

b) $\frac{1}{10} \cdot b$, kai $b = -20$, $b = -10$, $b = 0$, $b = 0{,}5$;

c) $c^2 + 2$, kai $c = 2$, $c = -2$, $c = 0$, $c = \frac{1}{3}$.

302. Užpildykite lentelę.

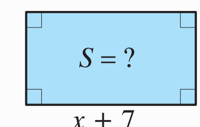
a	b	c	$a-b+c$	$a-b-c$	$a-(b+c)$	$a-(b-c)$
6	3	5				
6	3	-5				
6	-3	5				
-6	3	-5				

303. Apskaičiuokite duotojo reiškinio reikšmę, kai $x = 5$, $y = -4$.

a) $3x - 2y$; b) $4(x + y)$; c) $-4x + 5y$; d) $x^2 - y^2$.

304. Automobilis važiuoja 90 kilometrų per valandą greičiu. Automobilio nuvažiuotą atstumą s per t valandų galima apskaičiuoti pagal formulę $s = 90 \cdot t$.
Remdamiesi šia formule, apskaičiuokite, kiek kilometrų nuvažiuos automobilis per:
a) 2 valandas; b) 3 valandas; c) 3,5 valandos.

305. Stačiakampio plotis lygus x, o ilgis septyniais vienetais didesnis už plotį. Užrašykite raidinį reiškinį stačiakampio plotui apskaičiuoti ir apskaičiuokite jo reikšmę, kai:
a) $x = 13$; b) $x + 7 = 13$.



306. Apskaičiuokite reiškinio $a^2 - ab$ reikšmę, kai:

a) $a = 4$, $b = 2$; b) $a = 5$, $b = -4$;

c) $a = -0{,}6$, $b = 10$; d) $a = \frac{1}{3}$, $b = 1\frac{1}{2}$.

307. Įsitikinkite, kad reiškinio $x^2 - y^3$ reikšmė lygi nuliui, kai:

a) $x = 8$, $y = 4$; b) $x = -1$, $y = 1$.

APIBENDRINAME

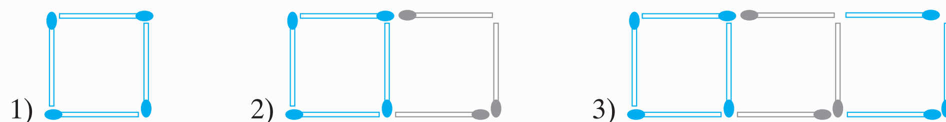
Iš raĩdžių, skaičių, veiksmų ženklų ir skliaũstų sudarytus reiškinius vadiname *raĩdiniais*.	$\frac{1}{2}a$; $a^2 - 5$; $a(5 + b)$ — raidiniai reiškiniai
Raidiniame reiškinyje daugybos ženklo galima nerašyti:	
• tarp skaičiaus ir raĩdės;	$-2 \cdot a = -2a$
• tarp raidžių;	$a \cdot b \cdot c = abc$
• tarp skaičiaus ir skliaũsto;	$3 \cdot (a + 2) = 3(a + 2)$
• tarp raidės ir skliausto;	$a \cdot (a - 2) = a(a - 2)$
• tarp skliaũstų.	$(a + 2) \cdot (a - 2) = (a + 2)(a - 2)$
Į reiškinį įeinančios raidės kartais vadinamos reiškinio *kintamaĩsiais*.	$3a - 2$, a — kintamasis.
Raidinio reiškinio reikšmę gauname įstatę duotąsias raidžių reikšmes ir atlikę nurodytus veiksmus.	Kai $a = 1$, tai $3a - 2 = 3 \cdot 1 - 2 = 1$. Kai $a = -2$, tai $3a - 2 = 3 \cdot (-2) - 2 = -8$.

28

Dėlionės

1 dėlionė.

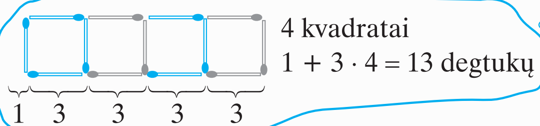
1) Motiejus iš rusvų degtukų sudėjo kvadratą.
2) Lina pridėjo tris juodus degtukus. Taip susidarė du kvadratai.
3) Motiejus pridėjo dar tris rusvus degtukus. Susidarė trys kvadratai.



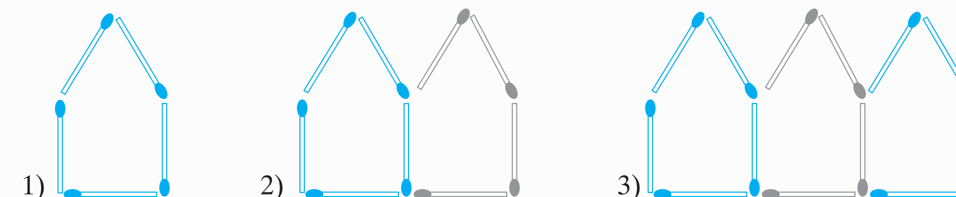
Kiek degtukų sunaudota, jei tokiu būdu sudėtas vienas? du? trys? keturi? dešimt? šimtas? n kvadratų?



Jeigu sudėta n kvadratų, tai sunaudota $1 + 3n$ degtukų.

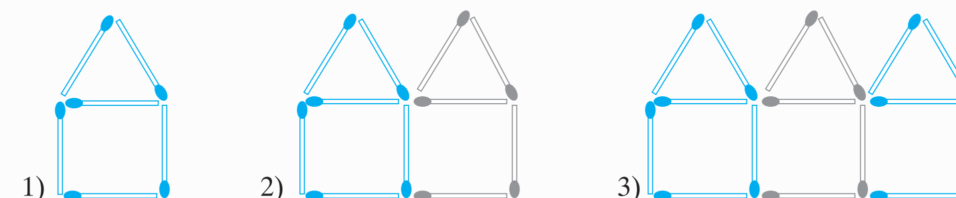


2 dėlionė. Saulė ir Rytas dėlioja namelius, kaip parodyta paveikslėlyje.



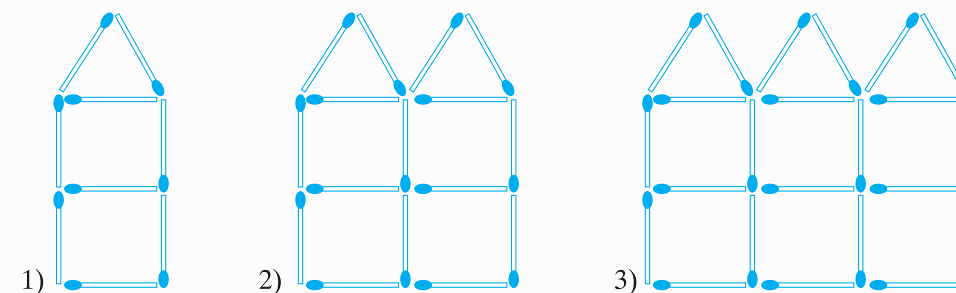
Kiek degtukų sunaudota, jei tokiu būdu sudėtas vienas? du? trys? keturi? dešimt? šimtas? n namelių?

3 dėlionė. Marius ir Miglė dėlioja namelius, kaip parodyta paveikslėlyje.



Kiek degtukų sunaudota, jei tokiu būdu sudėtas vienas? du? trys? dešimt? dvidešimt? penkiasdešimt? n namelių? $n + 1$ namelis?

4 dėlionė. Nameliui su trimis stogeliais sudėti Goda sunaudojo 23 degtukus (žr. 3) pav.).



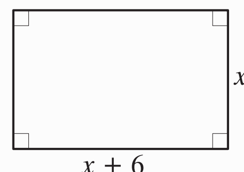
Kiek degtukų sunaudotų Goda, jei tokiu būdu sudėtų namelį su keturiais? su dešimt? su dvidešimt? su n stogelių? su $n + 1$ stogeliu?

Užduotis. Sugalvokite savo dėlionę ir užrašykite formulę, kaip apskaičiuoti tai dėlionei sudėti reikiamų degtukų skaičių.

SPRENDŽIAME

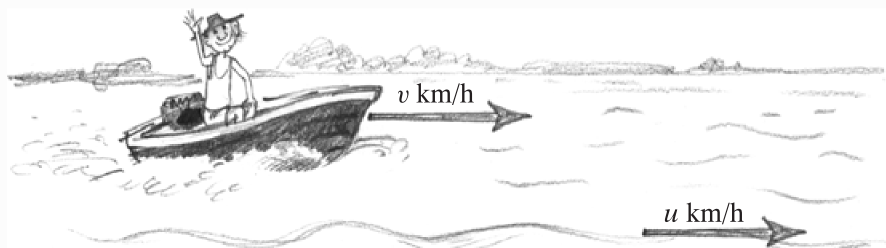
308. Sakinį užrašykite raidiniu reiškiniu.
a) Skaičiaus a pusės ir trigubo skaičiaus b skirtumas.
b) Skaičių a ir b sumos trečdalis.
c) Skaičiaus a kvadrato ir dvigubo skaičiaus b suma.
d) Skaičių a ir b sandaugos kvadratas.

309. 1) Užrašykite raidiniu reiškiniu:
a) koks pavaizduoto stačiakampio plótas; perimetras;
b) kiek vienetų viena stačiakampio kraštinė trumpesnė už kitą;
c) kiek kartų viena stačiakampio kraštinė ilgesnė už kitą.



2) Apskaičiuokite kiekvieno sudaryto reiškinio reikšmę, kai $x = 4$.

310. Motorinės valties savasis greitis yra v kilometrų per valandą, o upės tėkmės greitis yra u kilometrų per valandą.

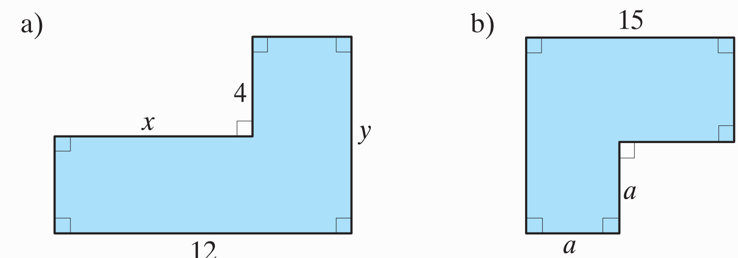


Raidiniu reiškiniu užrašykite motorinės valties:
a) greitį pasroviui; b) greitį prieš srovę;
c) nuplauktą atstumą, jei ji 2 valandas plaukė pasroviui ir 3 valandas — prieš srovę.

311. Vieną iš nežinomų dydžių pažymėję raide, sudarykite raidinį reiškinį.
a) Kiek kainuoja viena raketė ir 12 kamuoliukų kartu, jei raketė 8 kartus brangesnė už kamuoliuką?
b) Keliais litais arbatinis brangesnis už puodelį, jei 6 puodeliai kainuoja tiek pat, kiek ir vienas arbatinis?
c) Keliais kilometrais turistai šiandien nuėjo mažiau negu vakar, jei vakar jie nuėjo 1,8 karto daugiau negu šiandien?
d) Kiek puslapių yra knygoje, jei Zita perskaitė 2,5 karto mažiau, negu jai liko skaityti?

312. Maiše yra x kilogramų, o dėžėje — y kilogramų obuolių. Kiek kilogramų obuolių bus maiše ir kiek — dėžėje, jei:
a) iš maišo į dėžę perdėsime 2 kilogramus obuolių?
b) ketvirtadalį dėžėje esančių obuolių perdėsime į maišą?
c) pusę maiše esančių obuolių perdėsime į dėžę, o po to iš dėžės 3 kilogramus obuolių perdėsime į maišą?

313. Sudarykite raidinius reiškinius nuspalvintos figūros plotui ir perimetrui apskaičiuoti.



314. Apskaičiuokite duotojo reiškinio reikšmę, kai $x = 5$, $y = -6$.
a) $\frac{1}{5}x + y$; b) $\frac{1}{5}(x + y)$; c) x^2y; d) xy^2; e) $(xy)^2$; f) $x(y - 4)$.

315. Apskaičiuokite reikšmę reiškinio:
a) $7x + 3y$, kai $x = 3{,}5$, $y = -1{,}5$;
b) $\frac{1}{2}(a - 5b)$, kai $a = -4$, $b = -3{,}2$;
c) $m - n^2$, kai $m = 2{,}4$, $n = -3$;
d) $(a - b)(a + b)$, kai $a = -\frac{1}{2}$, $b = 3\frac{1}{2}$;
e) $4 + ab$, kai $a = -1\frac{2}{5}$, $b = -2\frac{1}{7}$.

316. Su tam tikromis m ir n reikšmėmis reiškinio $m - n$ reikšmė lygi $-2{,}5$. Kokia bus duotojo reiškinio reikšmė su tomis pačiomis m ir n reikšmėmis?
a) $4(m - n)$; b) $-10(m - n)$; c) $\frac{m-n}{5}$;
d) $\frac{5}{m-n}$; e) $\frac{-25}{m-n}$; f) $\frac{1}{2}m - \frac{1}{2}n$.

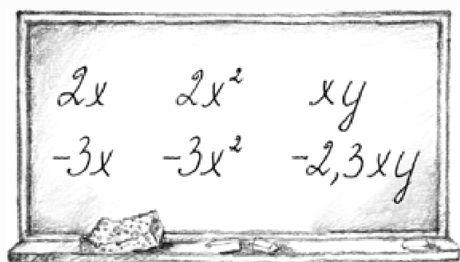


317. Teigiama ar neigiama bus duotojo reiškinio reikšmė, jei $a < 0$, $b > 0$ ir $c < 0$?
a) ab; b) abc; c) $a + c$; d) $b - c$; e) $ac + b$; f) $a^2 + bc^2$.



318. Prieš dvejus metus Benas buvo 4 metais jaunesnis už Juozą, o Domas — trigubai vyresnis už Beną. Kiek metų dabar yra Benui ir kiek — Juozui, jei Domui dabar yra x metų?

29 VIENANARIAI. SUDEDAME IR ATIMAME PANAŠIUOSIUS VIENANARIUS



Skaičių, raidžių ir jų laipsnių sandaugos vadinamos ***vienãnariais***.

$3a$, $5a^2$, $-ab$ – vienanariai

Skaitome:
$3a$ – trys a
$5a^2$ – penki a kvadratu
$-ab$ – minus ab

1 užduotis.

1) Perskaitykite lentoje surašytus vienãnarius.
2) Pasakykite lentoje surašytų vienanarių skaitinius dauginamuosius (koeficieñtus) ir raidines dalis.

$3a$ – koeficientas yra 3, raidinė dalis yra a;
$5a^2$ – koeficientas yra 5, raidinė dalis yra a^2;
$-ab$ – koeficientas yra -1, raidinė dalis yra ab.

$3a = 3 \cdot a$
$5a^2 = 5 \cdot a^2$
$-ab = -1 \cdot ab$

3) Iš lentoje surašytų vienanarių išvardykite tuos, kurių raidinės dalys yra vienodos (panašiuosius vienanarius).

Vienanariai, kurių raidinės dalys yra vienodos, vadinami ***panašiaisiais***.

$3a$ ir $-5a$ – panašieji vienanariai
$-3ab$ ir $-ab$ – panašieji vienanariai
a^2 ir $8a^2$ – panašieji vienanariai

2 užduotis.

1) Sudėkite panašiuosius vienanarius.

a) $(3x) + (4x)$; b) $(-5x^2) + (3x^2)$; c) $xy + (-5xy)$.

Sudėdami panašiuosius vienanarius, sudedame jų koeficientus, o raidinę dalį paliekame tą pačią.

$5a + 3a = (5 + 3) \cdot a = 8a$
$-5a^2 + 3a^2 = (-5 + 3) \cdot a^2 = -2a^2$
$ab + (-5ab) = (1 + (-5)) \cdot ab = -4ab$

2) Atimkite panašiuosius vienanarius.

a) $(3x) - (4x)$; b) $(-5x^2) - (3x^2)$; c) $xy - (-5xy)$.

Atimdami panašiuosius vienanarius, atimame jų koeficientus, o raidinę dalį paliekame tą pačią.

$5a - 3a = (5 - 3) \cdot a = 2a$
$-5a^2 - 3a^2 = (-5 - 3) \cdot a^2 = -8a^2$
$ab - (-5ab) = (1 - (-5)) \cdot ab = 6ab$

319. Iš debesėlyje esančių vienanarių išrinkite ir surašykite panašiuosius vienãnarius. Pasakykite jų koeficientus.

$15k$ $-3c$ $2\frac{1}{2}xy$ $\frac{1}{3}a^2$ $1{,}2a$
xy $-k$ $0{,}7a^2$ $-1\frac{1}{2}c$ $-1\frac{3}{4}a$

Atskiri skaičiai ir raidės taip pat vadinami vienanariais.

Vienanario, sudaryto tik iš raidžių, koeficientas lygus 1.

320. Sudėkite panašiuosius vienanarius.

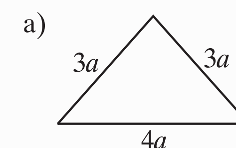
a) $(5a) + (9a)$; $(7a^2) + (0{,}3a^2)$; $2\frac{1}{3}ab + 4ab$; $a + a$;
b) $(-4x) + (-2x)$; $(-5x^2) + (-3{,}5x^2)$; $-4xy + (-\frac{1}{5}xy)$; $-x + (-x)$;
c) $(-5y) + (6y)$; $(8y^2) + (-1{,}2y^2)$; $2yz + (-\frac{1}{2}yz)$; $-y + y$;
d) $(-10n) + (9n)$; $(7{,}2n^2) + (-9n^2)$; $\frac{1}{6}mn + (-2mn)$; $-2n + n$.

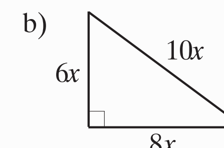
321. Atimkite panašiuosius vienanarius.

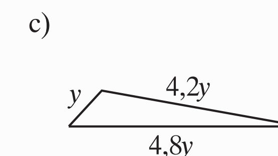
a) $(9a) - (4a)$; $7{,}3a^2 - 2a^2$; $ab - \frac{1}{5}ab$;
b) $(-2x) - (5x)$; $-4x^2 - 0{,}6x^2$; $-xy - xy$;
c) $(8b) - (-5b)$; $4{,}7b^2 - (-4b^2)$; $5\frac{1}{5}ab - (-ab)$;
d) $(-9y) - (-9y)$; $-1{,}3y^2 - (-3y^2)$; $-xy - (-\frac{1}{4}xy)$.

$a - (+b) = a + (-b)$
$a - (-b) = a + b$

322. Sudarykite raidinį reiškinį trikampio perimetrui apskaičiuoti ir sudėkite panašiuosius vienanarius.

a)


b)


c)


323. Užrašykite vienanarių sumą ir sudėkite.

a) $6a$, a ir $-3a$; b) $4b^2$, $-5b^2$ ir $-b^2$; c) $-7ab$, ab ir $-3ab$.

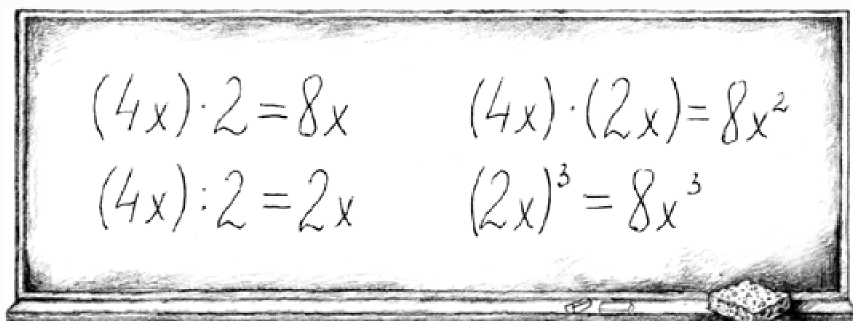
$7x$, $-4x$ ir x suma yra $7x + (-4x) + x = 7x - 4x + x = 4x$

324. Suprastinkite reiškinį.

a) $8a + 9a - 4a$; b) $9b - 5b - b$; c) $6c + (-8c) - 5c$;
d) $2x^2 - (-x^2) + x^2$; e) $y^2 - (-y^2) - 5y^2$; f) $z^2 - 2z^2 - (-2z^2)$.

$3x - 2x + (-5x) = x - 5x = -4x$.
Sakome: Suprastinome reiškinį $3x - 2x + (-5x)$

30 VIENANARIUS DAUGINAME, DALIJAME IŠ SKAIČIAUS IR KELIAME LAIPSNIU



1 užduotis. Vienãnarį padauginkite iš skaičiaus.

a) $4 \cdot (3x)$; b) $-4 \cdot (3x)$; c) $(-4x) \cdot 3$; d) $(-4x) \cdot (-3)$.

Vienanarį daugindami iš skaičiaus, tą skaičių dauginame iš vienanario koeficiento ir prirašome raidinę dalį.

$2 \cdot (6a) = 2 \cdot 6 \cdot a = 12a$;
$-2 \cdot (-ab) = -2 \cdot (-1) \cdot a \cdot b = 2ab$.

2 užduotis. Vienanarį padalykite iš skaičiaus.

a) $(8x) : 4$; b) $(8x) : (-4)$; c) $(-8x) : 4$; d) $(-8x) : (-4)$.

Vienanarį dalydami iš skaičiaus, iš to skaičiaus dalijame vienanario koeficientą ir prirašome raidinę dalį.

$(6a) : 3 = (6 : 3) \cdot a = 2a$;
$(3ab) : 4 = (3 : 4) \cdot a \cdot b = \frac{3}{4}ab$.

3 užduotis. Sudauginkite vienanarius.

a) $(4x) \cdot (3y)$; b) $(4x) \cdot (-3x)$; c) $(-4x) \cdot \left(-3x^2\right)$.

Daugindami vienanarius, sudauginame jų koeficientus ir raidines dalis.

$(2a) \cdot (-6ab) = 2 \cdot a \cdot (-6) \cdot a \cdot b =$
$= 2 \cdot (-6) \cdot a \cdot a \cdot b =$
$= -12a^2b$.

4 užduotis. Vienanarį pakelkite laipsniu.

a) $(2x)^2$; b) $(2x)^3$; c) $(-2x)^2$; d) $(-2x)^3$; e) $\left(-2x^2\right)^3$.

Vienanarį keldami laipsniu, tuo laipsniu keliame kiekvieną vienanario dauginamąjį.

$(3a^2)^3 = 3^3 \cdot (a^2)^3 = 27a^6$

$(3a^2)^3 = (3a^2) \cdot (3a^2) \cdot (3a^2) = (3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot (a^2 \cdot a^2 \cdot a^2) = 3^3 \cdot (a^2)^3 = 27a^6$.

325. Vienanarį padauginkite iš skaičiaus.

a) $6 \cdot (2x)$; b) $-3 \cdot 8x$; c) $-7x \cdot 4$; d) $-7x \cdot (-9)$;
e) $2 \cdot \left(0{,}3x^2\right)$; f) $-1{,}3 \cdot 2x^2$; g) $-0{,}7x^2 \cdot 5$; h) $-4x^2 \cdot (-1{,}2)$;
i) $\frac{1}{4} \cdot (xy)$; j) $-\frac{2}{5} \cdot 5xy$; k) $-3xy \cdot \frac{2}{3}$; l) $-xy \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)$.

326. Vienanarį padalykite iš skaičiaus.

a) $(15a) : 3$; b) $\left(-28a^2\right) : 4$; c) $(8ab) : (-8)$; d) $(-ab) : (-5)$;
e) $13x : 26$; f) $-5x^2 : 10$; g) $7xy : (-0{,}1)$; h) $-\frac{2}{5}xy : \left(-\frac{1}{5}\right)$.

327. Sudauginkite vienanarius.

a) $(3a) \cdot (6b)$; b) $(11a) \cdot (7a)$; c) $(6a) \cdot \left(4a^2\right)$;
d) $-0{,}7b \cdot 3a$; e) $3b \cdot (-4{,}2b)$; f) $-1{,}2b^2 \cdot 4b$;
g) $-\frac{1}{6}a \cdot (-6b)$; h) $-\frac{4}{9}ab \cdot (-ab)$; i) $-6ab^2 \cdot \left(-\frac{1}{3}a\right)$.

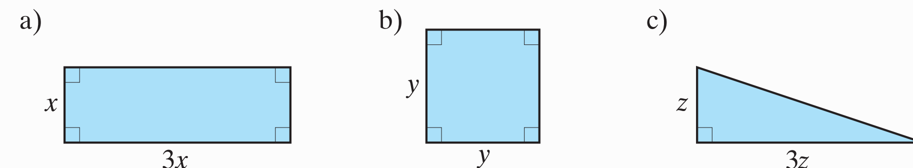
328. Vienanarį pakelkite laipsniu.

a) $(5x)^2$; b) $(-y)^3$; c) $(3x)^3$; d) $(-6y)^2$;
e) $(0{,}4a)^2$; f) $(-0{,}2b)^3$; g) $\left(\frac{3}{4}a\right)^3$; h) $\left(-2\frac{1}{2}b\right)^2$;
i) $\left(m^2\right)^2$; j) $\left(-n^2\right)^3$; k) $(2mn)^3$; l) $(-3mn)^2$.

329. Kas turėtų būti parašyta vietoj debesėlio, kad būtų teisinga lygybė:

a) $4ab = 4a \cdot$ ☁? b) $2xy = 2y \cdot$ ☁? c) $8y^2 = 8y \cdot$ ☁?
d) $\frac{1}{2}z^3 = \frac{1}{2}z \cdot$ ☁? e) $6x^2y = 3x^2 \cdot$ ☁? f) $\frac{3}{4}ab^2 = \frac{1}{4}b \cdot$ ☁?

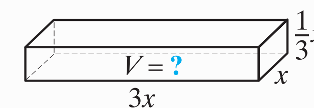
330. Raskite pavaizduotos figūros plotą.



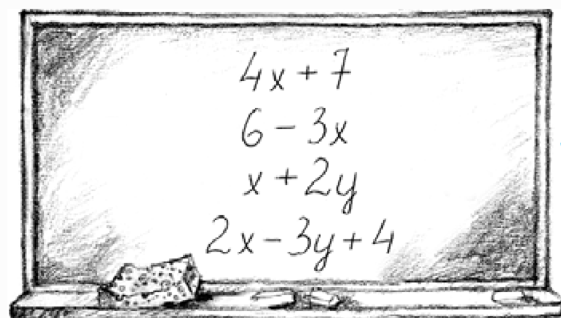
331. Stačiakampio ilgis yra $8a$, o plotis dvigubai mažesnis už ilgį. Raskite stačiakampio plotą.

332. Raskite tūrį kubo, kurio briaunos ilgis yra $0{,}3x$.

333. Stačiakampio gretasienio plotis yra x, ilgis trigubai didesnis už plotį, o aukštis sudaro trečdalį pločio. Raskite stačiakampio gretasienio tūrį.



31 DAUGIANARIAI. SUDEDAME IR ATIMAME



Sudėdami (atimdami) vienanarius, gauname ***daugiãnarius***.

$2a-b$, $4a^2-2b+1$ – daugianariai

Skaitome:
$2a-b$ – du a minus b;
$4a^2-2b+1$ – keturi a kvadratu minus du b plius vienas.

1 užduotis.
1) Perskaitykite lentoje užrašytus daugianarius.
2) Pasakykite kiekvieno daugianario narius (daugianarį sudarančius vienanarius).

$2a-b$ – dvìnaris, sudarytas iš vienanarių $2a$ ir b
$4a^2-2b+1$ – trìnaris, sudarytas iš vienanarių $4a^2$, $2b$ ir 1

2 užduotis. Sudėkite daugianarius.
a) $(5x+4)+(3+2x)$; b) $(2x-5y+2)+(3y-4)$.

Jei prieš skliaustus yra „+“, tai skliaustų galima nerašyti.

$(2a-b)+(4a-2b+1) = 2a-b+4a-2b+1 =$
$= 2a+4a-b-4b+1 =$
$= 6a-5b+1$

Sakome, kad reiškinį $(2a-b)+(4a-2b+1)$ suprastinome (sutraukėme panašiuosius narius).

3 užduotis. Atimkite daugianarius.
a) $(5x+4)-(3+2x)$; b) $(2x-5y+2)-(3y-4)$.

Jei prieš skliaustus yra „–“, tai atskliaučiant skliaustuose esančių sudėties ir atimties veiksmų ženklai keičiami priešingais: ⊕→⊖, ⊖→⊕.

$(2a-b)-(4a-2b+1) = 2a-b-4a+2b-1 =$
$= 2a-4a-b+2b-1 =$
$= -2a+b-1$

334. Sudėkite vienanarį ir dvinarį.
a) $(2x)+(3+x)$; b) $(5y-1)+(3y)$; c) $(4x^2)+(3x^2-5)$;
d) $(6y^2+7)+(2y^2)$; e) $(1-5xy)+(3xy)$; f) $(2xy-3)+(-4xy)$.

335. Raskite vienanario ir dvinario skirtumą.
a) $(6x)-(x+2)$; b) $(3y)-(y-7)$; c) $(2y^2)-(3-y^2)$;
d) $(8x^2)-(7x^2+1)$; e) $(5xy)-(6xy+9)$; f) $(-6xy)-(4-2xy)$.

336. Sudėkite dvinarius.
a) $(4a+b)+(3b+a)$; b) $(5b+2a)+(3a-b)$;
c) $(-2b^2+3b)+(4b-b^2)$; d) $(7a-4a^2)+(-3a+6a^2)$;
e) $(3a+3b)+(-2a+4b)$; f) $(-4b+6a)+(-7a-5b)$.

337. Atimkite dvinarius.
a) $(6a+2b)-(a+4b)$; b) $(4b-a)-(5a-b)$;
c) $(3a^2-a)-(4a+5a^2)$; d) $(2b^2+3b)-(-b^2-7b)$;
e) $(-4a+b)-(7a+3b)$; f) $(a-8b)-(-4a-2b)$.

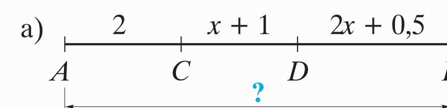
338. Atskliautę ir sutraukę panašiuosius narius, įsitikinkite, kad reiškinio reikšmė lygi nuliui su visomis a ir b reikšmėmis.
a) $(a+b)+(-a-b)$; b) $(a-b)+(b-a)$;
c) $(a+b)-(a+b)$; d) $(a-b)-(a-b)$.

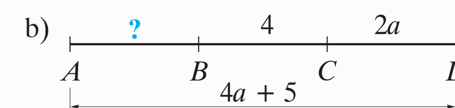
339. Suprastinkite reiškinį.
a) $(2x+3)+(x^2-2x+4)$; b) $(x-5)-(2+3x-4x^2)$;
c) $(3x+2)+(x^2-4x+1)$; d) $(x-4)-(3-x+2x^2)$.

340. Atskliauskite ir sutraukite panašiuosius narius.
a) $(x^2-3x+2)+(3x^2-2x-2)$;
b) $(4x^2-5x-3)-(2x^2-4x+1)$;
c) $(3x^2+4x-3)-(-3+3x-x^2)$.

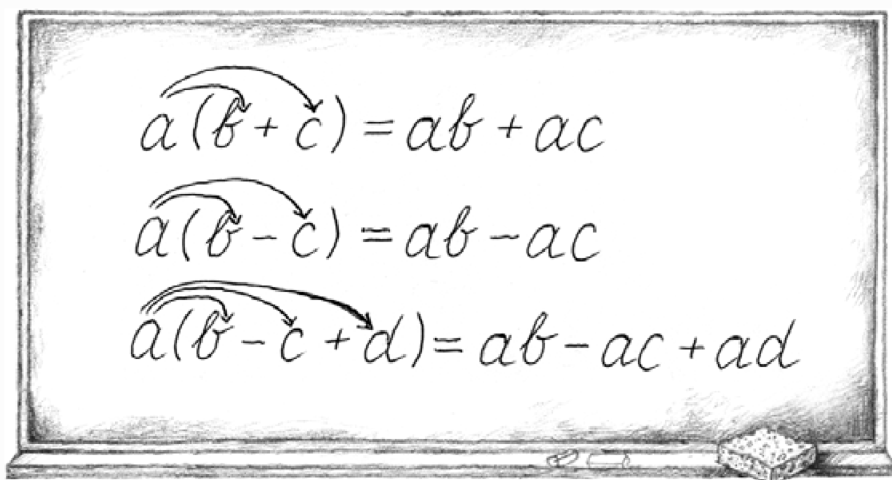
341. Duoti du daugianariai $2a-3b$ ir $-b+3a+7$. Parašykite ir suprastinkite:
a) šių daugianarių sumą; b) pirmojo ir antrojo daugianarių skirtumą.

342. Koks atkarpos AB ilgis?

a) 

b) 

32 DAUGIANARĮ DAUGINAME IŠ VIENANARIO



Užduotis.

1) Daugianarį padauginkite iš skaičiaus.

a) $2(x-3)$; b) $-2(x-3)$; c) $2(3x^2-x+5)$.

$2(a+5)=2\cdot a+2\cdot 5=2a+10$
$-2(6-2a)=-2\cdot 6-(-2)\cdot 2a=-12+4a$

2) Daugianarį padauginkite iš raidės.

a) $x(x-3)$; b) $-x(x-3)$; c) $x(3x^2-x+5)$.

$a(a+5)=a\cdot a+a\cdot 5=a^2+5a$
$-a(6-2a)=(-a)\cdot 6-(-a)\cdot 2a=-6a+2a^2$

3) Daugianarį padauginkite iš vienanario.

a) $2x(x-3)$; b) $-2x(x-3)$; c) $2x(3x^2-x+5)$.

$2a(a+5)=2a\cdot a+2a\cdot 5=2a^2+10a$
$-2a(6-2a)=(-2a)\cdot 6-(-2a)\cdot(2a)=-12a+4a^2$

343. Daugianarį padauginkite iš skaičiaus.

a) $2(a+6)$; b) $(5-a)\cdot 4$;
c) $4(7+3a)$; d) $(2a-3)\cdot 6$;
e) $-2(3a+5)$; f) $(1-5a)\cdot(-3)$;
g) $-6(4a^2+a)$; h) $(3a-2a^2)\cdot(-5)$;
i) $4(3a-2a^2-7)$; j) $(6-2a+5a^2)\cdot(-3)$.

344. Daugianarį padauginkite iš raidės.

a) $x(x+4)$; b) $(7-x)\cdot x$;
c) $x(3{,}5+2x)$; d) $(2x-0{,}8)\cdot x$;
e) $-x(3x+5)$; f) $(6-4x)\cdot(-x)$;
g) $-y(3y^2+2y)$; h) $(4y^2-y)\cdot(-y)$;
i) $y(5-8y+y^2)$; j) $(3y^2-2y+6)\cdot(-y)$.

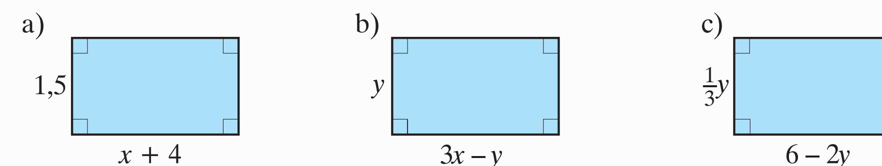
345. Daugianarį padauginkite iš vienanario.

a) $3a(a+4)$; b) $(a-1)\cdot 4a$;
c) $2a(3+5a)$; d) $(5-3a)\cdot 3a$;
e) $-2a(4-3a)$; f) $(5-2a)\cdot(-3a)$;
g) $-3a(7a+4)$; h) $(3a-3)\cdot(-5a)$;
i) $5a(-3-4a+a^2)$; j) $(8a^2-2a+7)\cdot(-2a)$.

346. Sudauginkite.

a) $4(2x+y)$; b) $(3x-6y)\cdot 2$;
c) $-3(3x+4y)$; d) $(x-5y)\cdot(-4)$;
e) $x(x+2y)$; f) $(2x-y)\cdot(-y)$;
g) $-2x(4x+5y)$; h) $(6x-2y)\cdot(-4y)$;
i) $3x(2-5x+3y)$; j) $(-3+2y-2x)\cdot(-5y)$.

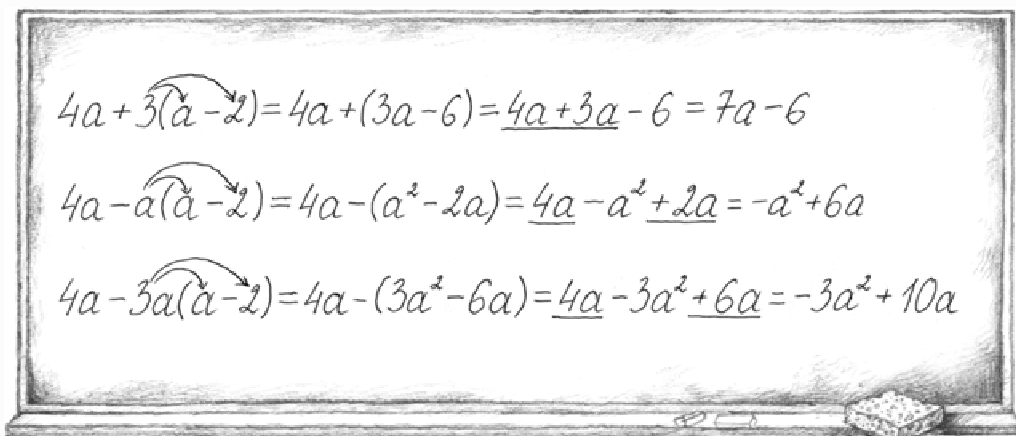
347. Pavaizduotos figūros plotą užrašykite raidiniu reiškiniu ir atskliauskite.



348. Duoti trys vienanariai $-3a$, $4a^2$ ir 5. Sakinį užrašykite raidiniu reiškiniu ir atskliauskite.

a) Visų trijų vienanarių suma, padauginta iš -2.
b) Pirmojo ir trečiojo vienanarių skirtumas, padaugintas iš antrojo vienanario.

DAR DAUGIAU RAIDINIŲ REIŠKINIŲ



33 ***Užduotis.*** Suprastinkite reiškinį.

a) $3(x-4)+2(3x+1)$; b) $-4(2x-3)+3(x+3y-2)$;

$4(3x-1)+3(2y-4x+5)=(12x-4)+(6y-12x+15)=$
$=12x-4+6y-12x+15=6y+11$

c) $3(x-4)-2(3x+1)$; d) $-4(2x-3)-3(x+3y-2)$;

$4(3x-1)-3(2y-4x+5)=(12x-4)-(6y-12x+15)=$
$=12x-4-6y+12x-15=24x-6y-19$

e) $3x(x-4)-2x(3x+1)$; f) $-4y(2x-3)-3(x+3y-2)$.

$4y(3x-1)-3x(2y-4x+5)=(12xy-4y)-(6xy-12x^2+15x)=$
$=12xy-4y-6xy+12x^2-15x=$
$=6xy-4y+12x^2-15x$

349. Suprastinkite reiškinį.

a) $2a+4(a+1)$; b) $5+2(4-3a)$;
c) $21-3(x+7)$; d) $12-4(6-3x)$;
e) $4a+a(3+2a)$; f) $6a-a(4-a)$;
g) $5x^2+2x(8-3x)$; h) $7x^2-5x(2x-1)$.

350. Suprastinkite reiškinį.

a) $3(x+y)+2(x-y)$; b) $5(x+2y)-3(x-y)$;
c) $a(a+b)+b(a-b)$; d) $a(3a+b)-b(a-2b)$;
e) $2x(x+3y)+3y(2x-y)$; f) $3x(4x+y)-2y(x-5y)$.

351. Atskliauskite ir sutraukite panašiuosius narius.

a) $2(2x+3y)+3(3x-2y)$; b) $-5(x-2y)+2(2x-5y)$;
c) $a(2a+b)-b(b-2a)$; d) $-b(2b+a)-a(a-2b)$;
e) $3x(2y-x)+2y(3x-2y)$; f) $-4y(x+y)-2y(3x-2y)$.

352. Atskliauskite, sutraukite panašiuosius narius ir įsitikinkite, kad reiškinio:

a) $3(2y-3)-4(5+1{,}5y)$ reikšmė yra neigiamas skaičius;
b) $0{,}8(2a-3b)-4(0{,}4a-0{,}6b)$ reikšmė lygi nuliui;
c) $2(x^2-x+1)-x(2x-2)$ reikšmė yra teigiamas skaičius.

353. Atskliauskite, sutraukite panašiuosius narius ir apskaičiuokite gautojo reiškinio reikšmę.

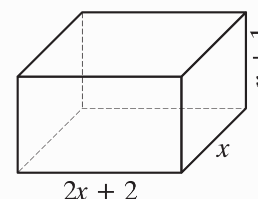
a) $4(x+2y)+3(y-2x+4)$, kai $x=3$, $y=-1$;
b) $5a(a-4b)-4b(b-5a)$, kai $a=0$, $b=-1$;
c) $0{,}6x(-2x+7y)-3y(-2{,}5y+1{,}4x)$, kai $x=10$, $y=-10$.

354. Raskite stačiakampio perimetrą, jei jo:

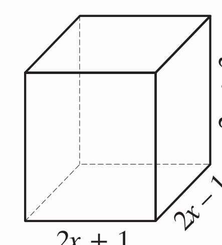
a) plotis yra $3a+2$, o ilgis 3 vienetais didesnis už plotį;
b) plotis yra $2b+1$, o ilgis trigubai didesnis už plotį.

355. Apskaičiuokite pavaizduoto stačiakampio gretasienio visų briaunų ilgių sumą.

a)



b)

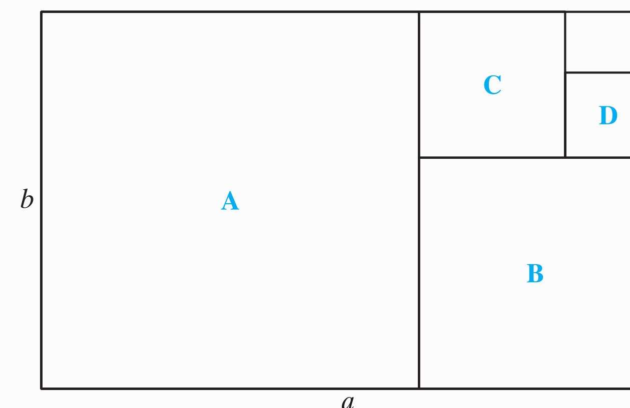


APIBENDRINAME

Skaičių, raidžių ir jų laipsnių sandaugos vadinamos *vienãnariais*.	$5a$, -7, $\frac{1}{2}x^2y$, $-a$ yra vienanariai; $x+2y$, $6-a$ nėra vienanariai.
Vienãnario skaitinis dauginamasis vadinamas jo *koeficientù*. Jei vienanario koeficieñtas yra:	$3x$ — koeficientas 3, $-x$ — koeficientas -1.
• 1, tai jis dažniausiai nerašomas;	$xy = 1 \cdot xy$,
• -1, tai prieš vienanarį dažniausiai parašomas tik minuso ženklas.	$-xy = -1 \cdot xy$.
Vienanariai, kurių raidinės dalys yra vienodos, vadinami *panašiaĩsiais*.	$2x$ ir $-x$ — panašieji vienanariai, y^2 ir $-3y^2$ — panašieji vienanariai.
Sudėdami (atimdami) panašiuosius vienanarius, sudedame (atimame) jų koeficientus, o raidinę dalį paliekame tą pačią.	$(2x)+(4x)=6x$, $(3y^2)-(4y^2)=-y^2$.
Daugindami (dalydami) vienanarius, atskirai dauginame (dalijame) skaitinius ir atskirai — raidinius dauginamuosius.	$3x\cdot(-2x)=3\cdot x\cdot(-2)\cdot x = 3\cdot(-2)\cdot x\cdot x=-6x^2$, $4y:(-2)=\big(4:(-2)\big)\cdot y=-2y$.
Vienanarį keldami laipsniu, tuo laipsniu keliame kiekvieną vienanario dauginamąjį.	$(2x)^2=2^2\cdot x^2=4x^2$, $\left(-2y^2\right)^3=(-2)^3\cdot\left(y^2\right)^3=-8y^6$.
Sudėdami (atimdami) vienanarius, gauname *daugiãnarius*. Daugianarį sudarantys vienanariai vadinami daugianario nariais.	$2x+y$ — daugianaris; $2x$ ir y — daugianario nariai.
Daugiãnario nariai, turintys vienodą raidinę dalį, vadinami *panašiaisiais*.	Daugianario $3x-2y+x$ nariai $3x$ ir x yra panašūs.
Sutraukdami panašiuosius narius, sudedame (atimame) jų koeficientus, o raidinę dalį paliekame tą pačią.	$3x-2y+x=\underline{3x+x}-2y = 4x-2y$
Sudėdami ar atimdami daugianarius, jei prieš skliaustus yra ženklas:	
• „+“, tai skliaustų galime nerašyti;	$a+(b+c-d)=a+b+c-d$
• „−“, tai atskliausdami skliaustuose esančių sudėties ir atimties veiksmų ženklus keičiame priešingais.	$a-(b+c-d)=a-b-c+d$
Daugindami daugianarį iš vienanario, tą vienanarį dauginame iš kiekvieno daugianario nario.	$3x\cdot(2x-y+5) = (3x)\cdot(2x)-(3x)\cdot y+(3x)\cdot 5 = 6x^2-3xy+15x$

34 Nuo stačiakampio prie kvadrato

Nuo stačiakampio popieriaus lapo, kurio ilgis yra a, o plotis b, Eglė nukirpo kvadratą **A**, kurio kraštinė lygi lapo pločiui.



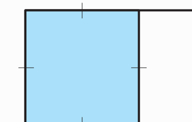
Tada nuo likusios stačiakampės lapo dalies nukirpo kvadratą **B**, kurio kraštinė lygi likusios dalies pločiui ir t. t.

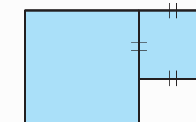
1) Koks pradinio popieriaus lapo perimetras ir koks — plotas?
2) Kam lygus kvadrato **A** kraštinės ilgis? perimetras? plotas?
3) Raskite kiekvieno iš kvadratų **B**, **C** ir **D**:
   a) kraštinės ilgį; b) perimetrą.
4) Apskaičiuokite kvadratų **B**, **C** ir **D** perimetrus, kai $a = 1$ m, $b = 0{,}6$ m.

Auksinis stačiakampis

1 paveikslėlyje pavaizduoto stačiakampio ilgis yra 1,6 karto didesnis už jo plotį.


1 pav.


2 pav.


3 pav.

Nuo to stačiakampio nukirpus kvadratą, gauname mažesnį stačiakampį už pradinį (žr. 2 pav.). Pasirodo, kad gautojo mažesniojo stačiakampio ilgis taip pat maždaug 1,6 karto didesnis už jo plotį. Tęsdami šį procesą, gauname stačiakampius pasižyminčius ta pačia savybe — ilgis maždaug 1,6 karto didesnis už plotį (3 pav.).
Tokia savybe pasižymintis stačiakampis buvo pavadintas „auksiniu“. Daugumos šiuolaikinių stačiakampių dirbinių forma yra labai artima auksiniam stačiakampiui.

SPRENDŽIAME

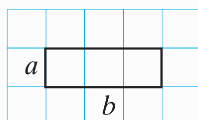
356. Atlikite veiksmus ir pasakykite gautojo vienanario koeficientą.
a) $2x^2+(-0{,}3x^2)$; b) $4a-\left(-\frac{3}{5}a\right)$; c) $-12a^3-(-9a^3)$;
d) $-6x^2+\left(-\frac{2}{3}x^2\right)$; e) $(-0{,}8xy)+(-xy)$; f) $\left(-\frac{5}{6}ab\right)-\left(-\frac{11}{12}ab\right)$.

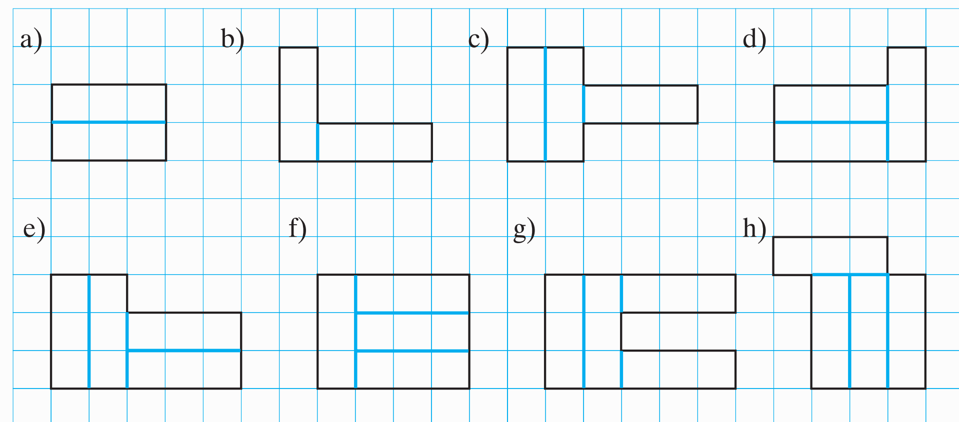
357. Sutraukite panašiuosius narius.
a) $-5a+1{,}3a-a$; b) $-b^2+7b^2-3{,}9b^2$;
c) $4-0{,}8a-9+2a$; d) $-5b+2b^2-0{,}3b-7{,}2b^2$;
e) $\frac{2}{7}a^2-\frac{2}{7}a+a^2-\frac{5}{7}a$; f) $1{,}4b^2-\frac{1}{4}b+6b^2-b$.

358. Atlikite veiksmus.
a) $0{,}3b\cdot(-0{,}9b^4)$; b) $-16a^3\cdot\left(-\frac{1}{2}a\right)$;
c) $0{,}5ab^2:\left(-\frac{1}{4}\right)$; d) $-\frac{1}{10}a^2b:(-0{,}2)$;
e) $(-2a^2b^3)^2$; f) $(-ab^2)^3$.

359. Stačiakampio gretasienio formos akvariumo plotis yra a cm, ilgis yra 1,2 karto didesnis už plotį, o aukštis sudaro $\frac{1}{3}$ ilgio. 80% akvariumo užpildyta vandeniu. Apskaičiuokite:
a) akvariumo dugno plotą;
b) akvariumo tūrį;
c) akvariume esančio vandens tūrį.

360. Kiekviena figūra sudaryta iš stačiakampių, kurių kraštinės yra a ir b. Užrašykite reiškinius pavaizduotos figūros perimetrui ir plotui apskaičiuoti.





361. Atskliauskite ir sutraukite panašiuosius narius.
a) $8+(-12+3x)$; b) $-4x-(-3+12x)$;
c) $6x(x-3)-x(-2+x)$; d) $-3(2x^2+7)+(3x-4)\cdot(-x)$;
e) $ax(2x-3a)-x(ax+5a^2)$; f) $(3-a)\cdot(-2x)-x(2-3a)$.

362. Duoti daugianariai $A=5a^2-3a$, $B=4a-7$, $C=-2a+6a^2+3$. Raskite:
a) $A+B$; b) $-B+C$; c) $B-A+C$;
d) $-A-B+C$; e) $C-A-B$; f) $B-C+A$.

363. Atskliauskite, sutraukite panašiuosius narius ir apskaičiuokite gautojo reiškinio reikšmę.
a) $2(3x-2)-(7x+8)$, kai $x=-2$;
b) $-15x-4(5-2x)$, kai $x=-10$;
c) $5x(-x+6)-(3x-x^2)\cdot 2$, kai $x=3$;
d) $-3y(2x+1)+6x(-4+y)$, kai $x=-\frac{1}{8}$, $y=\frac{1}{3}$;
e) $-y(-7+3x)+(y+xy)\cdot(-4)$, kai $x=\frac{1}{7}$, $y=-10$.

364. a) Pintinėje yra $x+10$ obuolių. Juos išsidalijo 5 vaikai po lygiai. Po kiek obuolių gavo kiekvienas vaikas?
A $x+2$ **B** $\frac{1}{5}x+10$ **C** $\frac{1}{5}x+2$ **D** $5x+2$

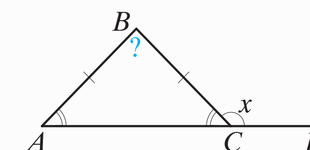
b) Tėtis nupirko x kg obuolių po 3 Lt už kilogramą ir $(x+4)$ kg kriaušių po 7 Lt už kilogramą. Kiek kainavo visas pirkinys?
A $10x+4$ **B** $10x+28$ **C** $20x+40$ **D** $4x+28$

c) Vienoje pintinėje yra $x+4$ obuoliai, o antroje — du kartus mažiau negu pirmoje. Kiek obuolių yra abiejose pintinėse kartu?
A $1{,}5x+8$ **B** $0{,}5x+2$ **C** $1{,}5x+6$ **D** $2x+6$

d) Sodininkas pirmąją dieną priskynė a kg obuolių, o kiekvieną kitą dieną 20 kg daugiau negu prieš tai buvusią. Kiek kilogramų obuolių sodininkas priskynė per 4 dienas?
A $4a+60$ **B** $4a+120$ **C** $4a+80$ **D** $a+60$



365. Trikampio ABC kraštinė AC pratęsta už viršūnės C. Remdamiesi brėžiniu, sudarykite reiškinį kampo B dydžiui apskaičiuoti, o tada jį suprastinkite.



PASITIKRINAME

366. Per 1 valandą Saulius priskynė a litrų serbentų, o Mantė — b litrų serbentų.
1) Užrašykite raidiniu reiškiniu:
   a) kiek litrų uogų per 1 valandą priskynė abu vaikai kartu;
   b) kiek litrų uogų priskynė abu vaikai kartu per 3 valandas.
2) Apskaičiuokite gautųjų reiškinių reikšmes, kai $a = 3$, $b = 4$.

367. Ūkininkas atvežė parduoti a kg bulvių po 1,2 Lt už kilogramą ir b kg morkų po 2 Lt už kilogramą.
1) Užrašykite raidiniu reiškiniu, kiek litų uždirbtų ūkininkas:
   a) pardavęs visas bulves;
   b) pardavęs visas morkas;
   c) pardavęs ir visas bulves, ir visas morkas.
2) Apskaičiuokite gautųjų reiškinių reikšmes, kai $a = 200$, $b = 120$.

368. Nuo stotelės tuo pačiu metu priešingomis kryptimis išėjo Rokas ir Laura į savo namus. Rokas ėjo x metrų per minutę greičiu, o Laura ėjo y metrų per minutę greičiu.



Raidiniu reiškiniu užrašykite:
a) koks atstumas buvo tarp Roko ir Lauros po 5 minučių;
b) koks atstumas buvo tarp Roko ir Lauros po trečdalio valandos;
c) koks atstumas yra tarp Roko ir Lauros namų, jei Rokas ėjo pusvalandį, o Laura ėjo 40 minučių.

369. Apskaičiuokite reikšmes raidinio reiškinio:
a) $x + 6$, kai $x = 6$, $x = 0$, $x = -6$;
b) $\frac{1}{4} \cdot y$, kai $y = 4$, $y = 0$, $y = -4$;
c) $z^2 - 5$, kai $z = 5$, $z = 0$, $z = -5$;
d) $t^2 + t$, kai $t = 3$, $t = 0$, $t = -3$.



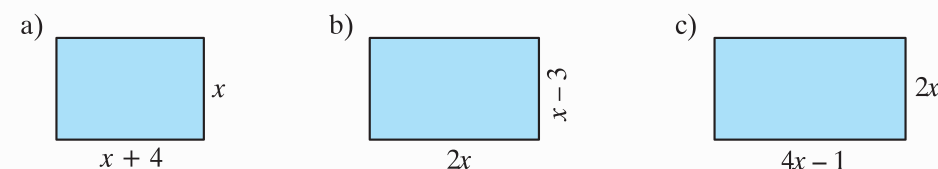
370. Suprastinkite reiškinį.
a) $6a + 13a$; b) $-3b^2 + 8b^2$; c) $7cd + (-10cd)$;
d) $9a - 5a$; e) $-3b^2 - 7b^2$; f) $6cd - (-10cd)$.

371. Atlikite veiksmus.
a) $5a \cdot 3$; b) $3a \cdot (-2ab)$; c) $-2a^2 \cdot (-3a)$;
d) $8b : 8$; e) $-7ab : 2$; f) $-4a^2 : (-8)$;
g) $\left(\frac{1}{2}a\right)^3$; h) $(-0{,}1ab)^2$; i) $\left(-2a^3\right)^2$.

372. Atskliauskite ir sutraukite panašiuosius narius.
a) $3x + (4 - 5x)$; b) $2y - (3 - 3y)$;
c) $(4x - 3) + (5 + 2x)$; d) $(3 - 4y) - (2y + 3)$;
e) $(3x + 5a) + (4x - 4a)$; f) $(3y + 2b) - (3y - 2b)$.

373. Sudauginkite.
a) $3(x + 2)$; b) $-2(3 + x)$; c) $x(x + 5)$;
d) $4(3 - y)$; e) $-3(y - 1)$; f) $-y(4 - y)$;
g) $4x(x + 2)$; h) $-2x(5 + x)$; i) $3x(4 + 4x)$;
j) $2y(y - 3)$; k) $-4y(y - 2)$; l) $-5y(2 - 3y)$.

374. Sudarykite raidinį reiškinį stačiakampio plotui apskaičiuoti, o tada atskliauskite.



375. Atskliauskite ir sutraukite panašiuosius narius.
a) $6x + 3(x + 1)$; b) $7x - 2(x - 2)$;
c) $-4(2x + 7) + 3x$; d) $3(5 - 2x) - 4x$;
e) $5x(x - 2) + x(6 - 3x)$; f) $4x(-2 + 3x) - 5x(x - 3)$;
g) $-2x(4x + 3) + 2x(3 + 5x)$; h) $-x(5x - 3) - x(2 + 9x)$.

376. Suprastinkite reiškinį ir apskaičiuokite jo reikšmę.
a) $3(5x + 2) - (6 + 10x)$, kai $x = -2$;
b) $(0{,}8x - 3) - 2(1{,}5 - 0{,}6x)$, kai $x = \frac{1}{2}$;
c) $3(2x - 4) - 2(4 - 2x)$, kai $x = 0{,}1$.

Sugalvok skaičių

Prisiminkime skyriaus pradžioje Vilijos surastą uždavinį – žaidimą.

> Sugalvok skaičių. Prie jo pridėk penkis. Gautąjį skaičių padaugink iš dviejų. Iš gautojo rezultato atimk dvigubą sugalvotą skaičių. Jei skaičiuodamas nesuklydai, tai turėjai gauti 10.

Užduotis.

1) Sugalvotą skaičių pažymėję raide a, pagal uždavinio sąlygą sudarykite raidinį reiškinį.
2) Suprastinkite tą reiškinį ir įsitikinkite, kad jo reikšmė visada lygi 10, nesvarbu, kokia raidės a reikšmė.
3) Pamėginkite ir jūs sugalvoti panašų uždavinį – žaidimą.

> Raidės ir įvairūs matematikos ženklai pradėti vartoti ne iš karto. Iki XV amžiaus visi dydžiai ir veiksmai, sąlygos ir atsakymai buvo užrašomi žodžiais. Europos šalyse pirmieji matematiniai simboliai atsirado XV amžiaus antroje pusėje.
> Štai kaip 1572 m. algebrinius reiškinius rašė italų matematikas R. Bombelis.
>
> I̲ I p 2
> I̲ I p 2
> 2̲ I p 4 I̲ p 4
>
> Čia parašyta, kad $x+2$ padauginę iš $x+2$, gauname x^2+4x+4.
> Toks užrašų griozdiškumas stabdė mokslo vystymąsi. Būtinybė vartoti veiksmų ženklus bei raidinius simbolius tapo ypač akivaizdi XV amžiuje, kuomet, išradus knygų spausdinimą, buvo gausiai spausdinami matematikos leidiniai.

O kaip padauginti dvinarį iš dvinario?

Tai išmoksite aštuntoje klasėje.



KARTOJAME

377. Nurodykite, kuris iš duotųjų skaičių — **A**, **B** ar **C** — yra duotosios lygties sprendinys.

a) $6{,}2 + x = 12$	**A** 6,8	**B** 18,2	**C** 5,8
b) $8{,}6 - x = 6{,}6$	**A** 2	**B** 15,2	**C** 14,6
c) $x - 7 = 0{,}7$	**A** 6,3	**B** 7,7	**C** 8,7
d) $0{,}3 \cdot x = 3$	**A** 0,1	**B** 10	**C** 0,9
e) $x : 2 = 4{,}2$	**A** 2,1	**B** 0,84	**C** 8,4
f) $21 : x = 0{,}7$	**A** 30	**B** 3	**C** 14,7

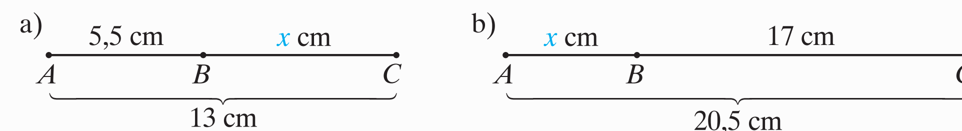
378. Raskite lygties sprendinį ir pasitikrinkite, ar nesuklydote.

a) $36 + a = 70$; b) $a + 2{,}8 = 21$; c) $47 - a = 29$;
d) $b - 3{,}2 = 17{,}8$; e) $13 \cdot b = 52$; f) $b \cdot 0{,}6 = 36$;
g) $c : 15 = 75$; h) $14{,}4 : c = 4{,}8$; i) $5 : x = 25$.

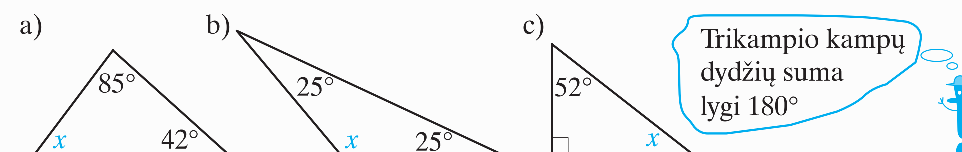
379. Koks skaičius turėtų būti parašytas vietoj debesėlio, kad duotoji lygybė būtų teisinga?

a) $\frac{5}{6} +$ ☁ $= 8$; b) ☁ $+ 2\frac{1}{2} = 5\frac{1}{2}$; c) $6 -$ ☁ $= \frac{2}{3}$;
d) ☁ $- 3\frac{1}{3} = 4$; e) $\frac{1}{5} \cdot$ ☁ $= \frac{1}{6}$; f) ☁ $\cdot 2\frac{1}{3} = 2$;
g) $5\frac{1}{2} :$ ☁ $= 11$; h) ☁ $: \frac{2}{3} = 1\frac{1}{3}$; i) ☁ $: 5\frac{6}{7} = 0$.

380. Raskite x reikšmę, sudarę lygtį.



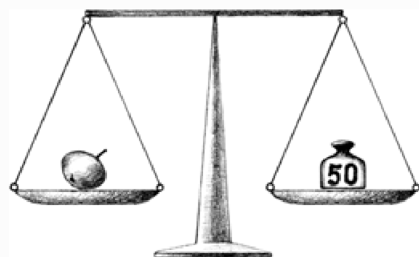
381. Raskite trikampio nežinomo kampo dydį, sudarę lygtį.





Svarstyklės ir lygtys

Ar teko matyti svirtines svarstykles? Jei svirtinės svarstyklės yra pusiausviros, tai reiškia, kad ant abiejų lėkštelių esantys daiktai sveria vienodai.



Obuolio masę pažymėję x g, pavaizduotą situaciją galime užrašyti taip:

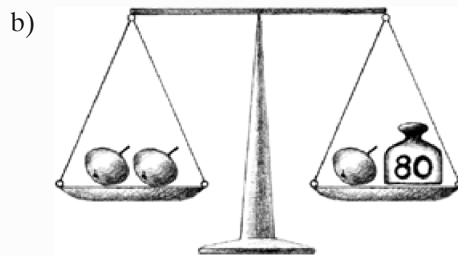
$x = 50.$

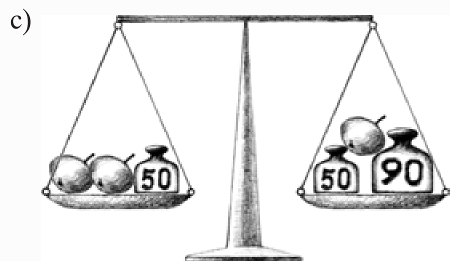


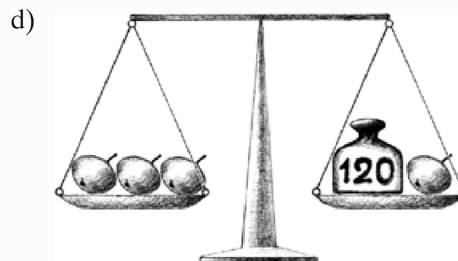
Užduotis.

1) Remdamiesi paveikslėliu, nustatykite, kiek gramų sveria obuolys.

a) 

b) 

c) 

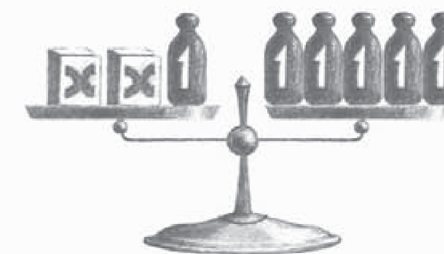
d) 

2) Obuolio masę pažymėję x g, pavaizduotą situaciją užrašykite lygtimi.
3) Kam lygus tos lygties sprendinys?

***Šiame skyriuje*:**

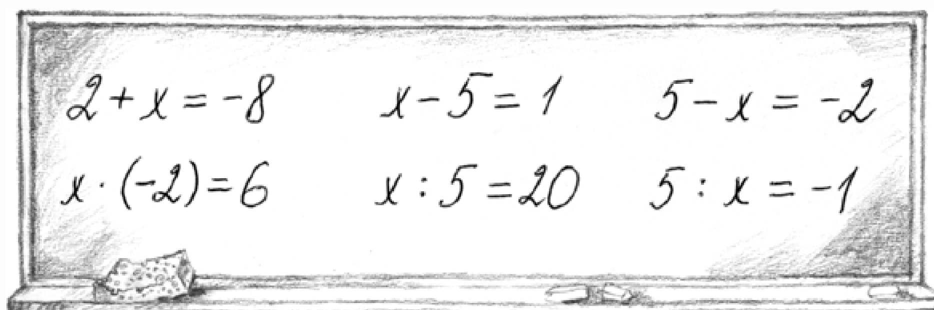
- prisiminsite, ką vadiname lygtimi ir lygties sprendiniu;
- išmoksite spręsti lygtis, prie abiejų jos pusių pridėdami (iš abiejų jos pusių atimdami) po tą patį skaičių ar reiškinį;
- išmoksite spręsti lygtis, abi jos puses daugindami (dalydami) iš to paties skaičiaus (nelygaus nuliui);
- išmoksite spręsti lygtis su skliaustais;
- išmoksite spręsti uždavinius, sudarydami lygtis.

5 LYGTYS





LYGTIES SPRENDINYS



Užduotis.

1) Perskaitykite kiekvieną lentoje užrašytą lỹgtį.
2) Pasakykite, ką reikės rasti ieškant kiekvienos lygtiẽs spréndinio.

$x + (-4) = -10$

Reikia rasti skaičių (dėmenį), prie kurio pridėję –4, gautume –10.

Skaitome: Iks plius minus keturi lygu minus dešimt

3) Vietoj x rašydami debesėlyje esančius skaičius, nustatykite kiekvienos lentoje užrašytos lygties spréndinį.

–10, –4, –6, –3, 100, 7, –5, 6

Lygtis $x + (-4) = -10$

Skaičius –5 nėra lygties $x + (-4) = -10$ sprendinys, nes lygybė $-5 + (-4) = -10$ yra neteisinga: $-9 \neq -10$.

Skaičius –6 yra lygties $x + (-4) = -10$ sprendinys, nes lygybė $-6 + (-4) = -10$ yra teisinga: $-10 = -10$.

4) Kiekvienos lentoje užrašytos lygties sprendinį apskaičiuokite.

Raskime lygties $x + (-4) = -10$ sprendinį.

Aš nežinomą lygties $x + (-4) = -10$ dėmenį (x) radau, iš sumos (–10) atėmęs žinomą dėmenį (–4):
$x = -10 - (-4)$
$x = -10 + 4$
$x = -6$

O aš lygtį $x + (-4) = -10$ pertvarkiau: $x - 4 = -10$.
Dabar nežinomàsis yra turinỹs. Jį radau, prie skirtumo (–10) pridėjęs atėminį (4):
$x = -10 + 4$
$x = -6$

Pasitikriname. $-6 + (-4) = -10$ – lygybė teisinga.

Atsakymas. $x = -6$.



382. Paaiškinkite, kodėl skaičius 2 *yra* duotosios lygties sprendinys.

a) $2 + x = 4$; b) $-2 + x = 0$; c) $2 - x = 0$; d) $-4 \cdot x = -8$;
e) $y \cdot \frac{1}{2} = 1$; f) $-4 : y = -2$; g) $y : 0{,}2 = 10$; h) $0 \cdot y = 0$.

383. Paaiškinkite, kodėl skaičius −3 *nėra* duotosios lygties sprendinys.

a) $4 + x = 7$; b) $x - 3 = 0$; c) $0{,}2 \cdot x = 0{,}6$;
d) $y : (-6) = -\frac{1}{2}$; e) $-8 + y = 11$; f) $-4 - y = -7$.

384. Nespręsdami lygties, patikrinkite, ar skaičius $\frac{1}{2}$ yra jos sprendinys.

a) $x + \frac{1}{2} = 1$; b) $x - 1 = \frac{1}{2}$; c) $1 - x = \frac{1}{2}$;
d) $-\frac{1}{2} + y = 1$; e) $\frac{1}{2} \cdot y = -\frac{1}{4}$; f) $y : 2 = \frac{1}{4}$.

385. Raskite lygties sprendinį ir pasitikrinkite, ar nesuklydote.

a) $x + 4 = 14$; b) $4 + x = -3$;
c) $x + (-1{,}2) = 3$; d) $-1{,}5 + x = -2{,}1$;
e) $y + \left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{1}{5}$; f) $-2\frac{1}{4} + y = -1\frac{1}{4}$;
g) $y - 14 = 28$; h) $y - 1 = -15$;
i) $2{,}5 - a = 8{,}5$; j) $-0{,}5 - a = -1{,}7$;
k) $3 - a = -8\frac{1}{3}$; l) $-7\frac{3}{4} - a = -2\frac{1}{4}$.

$-5 - a = -3$.
Atėminį randame, iš turinio atėmę skirtumą:
$a = -5 - (-3)$,
$a = -5 + 3$,
$a = -2$.
Pasitikriname.
$-5 - (-2) \stackrel{?}{=} -3$,
$-5 + 2 \stackrel{?}{=} -3$,
$-3 = -3$ – lygybė teisinga.
Atsakymas. $a = -2$.

Dėmuo + Dėmuo = Suma
Turinys – Atėminys = Skirtumas

386. Raskite lygties sprendinį ir pasitikrinkite, ar nesuklydote.

a) $x \cdot 2 = 28$; b) $-3 \cdot x = 51$;
c) $-1{,}2 \cdot x = -8{,}4$; d) $-3{,}2 \cdot x = 1{,}6$;
e) $y \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 8$; f) $-1\frac{1}{2} \cdot y = -2\frac{1}{4}$;
g) $y : 2 = 18$; h) $y : (-2) = 15$;
i) $-13{,}5 : a = 4{,}5$; j) $24 : a = -1{,}2$;
k) $-\frac{3}{10} : a = 1$; l) $-1\frac{1}{2} : a = 2\frac{1}{4}$.

$-8 : a = -2$.
Daliklį randame, dalinį padaliję iš dalmens:
$a = -8 : (-2)$,
$a = 4$.
Pasitikriname.
$-8 : 4 = -2$ – lygybė teisinga.
Atsakymas. $a = 4$.

Dauginamasis · Dauginamasis = Sandauga
Dalinys : Daliklis = Dalmuo

36 LYGTYS $x + a = b$, $x - a = b$

Kiek sveria arbūzas?

Svarstyklės pusiausviros

Arbūzo masę pažymėkime x kg. Situaciją užrašykime lygtimi: $x + 2 = 5$

Nuimkime po 2 svarelius nuo abiejų lėkštelių

Iš abiejų lygties pusių atimkime po 2, kad kairėje pusėje liktų tik x:

$x + 2 - 2 = 5 - 2$

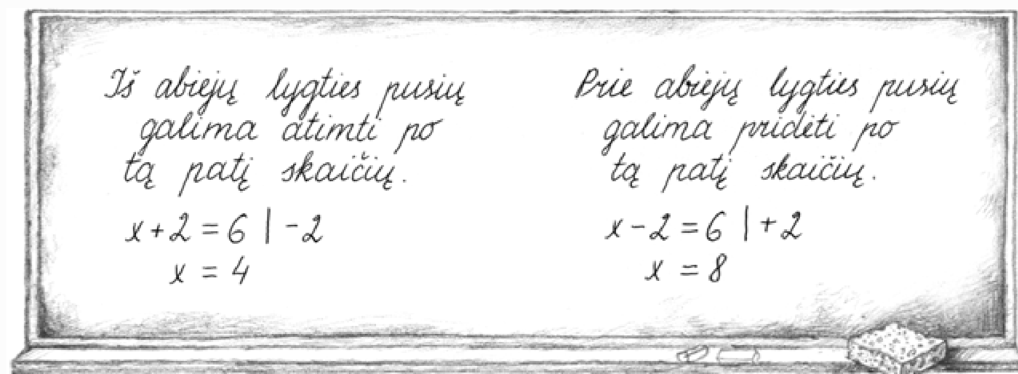
$x = 5 - 2$

$x = 3$

Arbūzas sveria 3 kg.

$x = 3$ yra lygties $x + 2 = 5$ sprendinys.

1 užduotis. Išspręskite lygtį, iš abiejų jos pusių *atimdami* po tą patį skaičių.
a) $x + 5 = 20$; b) $x + 7 = 1$; c) $x + \frac{1}{2} = 0$; d) $x + 1{,}5 = -2$.



2 užduotis. Išspręskite lygtį, prie abiejų jos pusių *pridėdami* po tą patį skaičių.
a) $x - 2 = 4$; b) $x - 1 = -3$; c) $x - 2{,}5 = 0$; d) $x - 2\frac{3}{4} = -1$.

Išspręskime lygtį $x - 2 = 5$.

Kokį skaičių reikia pridėti prie abiejų lygties pusių, kad kairėje pusėje liktų tik x?

Prie abiejų pusių pridėkime po 2. → $x - 2 + 2 = 5 + 2$

Kairėje pusėje lieka tik x, nes $x - 2 + 2 = x$. → $x = 5 + 2$

$x = 7$ yra lygties $x - 2 = 5$ sprendinys. Iš tikrųjų, lygybė $7 - 2 = 5$ yra teisinga. → $x = 7$

2x+1=5

387. Kokį skaičių reikėtų atimti iš abiejų lygties pusių, ieškant nežinomojo?
a) $x + 4 = 14$; b) $x + 4 = -14$; c) $1{,}2 + x = 3$; d) $\frac{1}{5} + x = -3$.

Iš abiejų lygties $1\frac{1}{3} + x = -4$ pusių atėmus po skaičių $1\frac{1}{3}$, kairėje pusėje liks tik nežinomasis x. →
$1\frac{1}{3} + x = -4 \mid -1\frac{1}{3}$
$1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{3} + x = -4 - 1\frac{1}{3}$
$x = -4 - 1\frac{1}{3}$

$a + b = b + a$

388. Kokį skaičių reikėtų pridėti prie abiejų lygties pusių, ieškant nežinomojo?
a) $y - 4 = 14$; b) $y - 4 = -14$; c) $y - 0{,}5 = -1{,}5$; d) $y - \frac{1}{2} = -3{,}3$.

Prie abiejų lygties $y - 1\frac{1}{2} = -5$ pusių pridėjus po skaičių $1\frac{1}{2}$, kairėje pusėje liks tik nežinomasis y. →
$y - 1\frac{1}{2} = -5 \mid +1\frac{1}{2}$
$y - 1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = -5 + 1\frac{1}{2}$
$y = -5 + 1\frac{1}{2}$

389. Išspręskite lygtį, iš abiejų jos pusių atimdami po tą patį skaičių, ir patikrinkite, ar gautasis skaičius yra lygties sprendinys.
a) $x + 7 = 10$; b) $x + 7 = -1$; c) $x + 2 = -2$;
d) $y + 7 = 14{,}5$; e) $y + 12 = -14{,}5$; f) $y + 0{,}9 = 0$;
g) $2\frac{3}{4} + z = 4$; h) $4\frac{1}{2} + z = -4\frac{1}{2}$; i) $2\frac{2}{3} + z = -2\frac{1}{3}$.

390. Išspręskite lygtį, prie abiejų jos pusių pridėdami po tą patį skaičių.
a) $x - 12 = 29$; b) $x - 12 = -29$; c) $x - 14 = -14$;
d) $y - 0{,}5 = -4{,}5$; e) $y - 7{,}2 = 3$; f) $y - 7{,}05 = 0$;
g) $z - 2\frac{1}{3} = 1\frac{1}{3}$; h) $z - 3\frac{3}{5} = \frac{4}{5}$; i) $z - 3\frac{1}{3} = -3\frac{2}{3}$.

391. Išspręskite lygtį.
a) $15 = x + 10$; b) $-10 = 3 + x$; c) $-10 = -3 + x$;
d) $15 = y - 10$; e) $-10 = y - 3$; f) $-1 = y - 3$.

Išspręskime lygtį $-3 = x + 4$.

Aš sprendžiau taip:
$-3 = x + 4 \mid -4$
$-7 = x$

O aš lygtį „apsukau“:
$x + 4 = -3 \mid -4$
$x = -7$

392. Sakinį užrašykite lygtimi ir ją išspręskite.
a) Prie x pridėjus 10, gauta -15. b) Iš x atėmus 17, gauta -17.
c) Prie -7 pridėjus x, gauta -21. d) Iš x atėmus -3, gauta -3.

37 LYGTYS $x \cdot a = b$, $x : a = b$

1 užduotis. Išspręskite lygtį, abi jos puses *dalydami* iš to paties skaičiaus.
a) $x \cdot 2 = 4$; b) $x \cdot 2 = -4$; c) $x \cdot (-10) = 20$; d) $x \cdot (-3) = -15$.

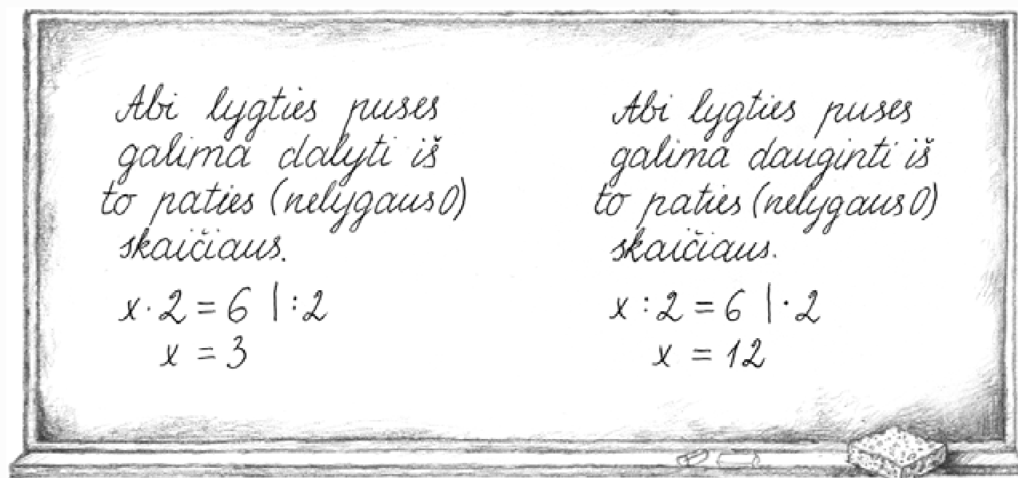
Išspręskime lygtį $x \cdot 2 = 6$.

Iš kokio skaičiaus reikia padalyti abi lygties puses, kad kairėje pusėje liktų tik x?

Abi lygties puses padalykime iš 2. → $x \cdot 2 : 2 = 6 : 2$

Kairėje pusėje lieka tik x, nes $x \cdot 2 : 2 = x$. → $x = 6 : 2$

$x = 3$ yra lygties $x \cdot 2 = 6$ sprendinys. Iš tikrųjų, $3 \cdot 2 = 6$. → $x = 3$



2 užduotis. Išspręskite lygtį, abi jos puses *daugindami* iš to paties skaičiaus.
a) $x : 2 = 5$; b) $x : 2 = -5$; c) $x : (-5) = 10$; d) $x : (-3) = -6$.

Išspręskime lygtį $x : 2 = 6$.

Iš kokio skaičiaus reikia padauginti abi lygties puses, kad kairėje pusėje liktų tik x?

Abi lygties puses padauginkime iš 2. → $x : 2 \cdot 2 = 6 \cdot 2$

Kairėje pusėje lieka tik x, nes $x : 2 \cdot 2 = x$. → $x = 6 \cdot 2$

$x = 12$ yra lygties $x : 2 = 6$ sprendinys. Iš tikrųjų, $12 : 2 = 6$. → $x = 12$

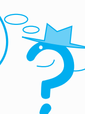


2x+1=5

393. Išspręskite lygtį, abi jos puses *dalydami* iš to paties skaičiaus.
a) $x \cdot 2 = 10$; b) $x \cdot (-6) = 24$; c) $x \cdot (-5) = -1$; d) $x \cdot \frac{1}{7} = -2$;
e) $5 \cdot y = 10$; f) $-7 \cdot y = 35$; g) $-3 \cdot y = -8{,}1$; h) $6 \cdot y = -\frac{1}{2}$.



Skaičiaus ir raidės sandaugoje įprasta pirmiau rašyti skaitinį dauginamąjį. → $x \cdot 2 = 2 \cdot x = 2x$; $x \cdot (-10) = -10 \cdot x = -10x$



394. Išspręskite lygtį, abi jos puses *daugindami* iš to paties skaičiaus.
a) $x : 3 = 4$; b) $y : 2 = -6$; c) $z : (-0{,}5) = 6$;
d) $x : (-2) = -1{,}5$; e) $y : (-3) = \frac{1}{2}$; f) $z : (-5) = -2\frac{1}{5}$.

395. Raskite lygties sprendinį.
a) $-1 \cdot x = 2$; b) $-x = 3$; c) $-y = -0{,}5$;
d) $-y = 1{,}3$; e) $-z = -\frac{1}{7}$; f) $-z = -3\frac{5}{6}$.

$-x = -1 \cdot x$



396. Išspręskite lygtį dviem būdais.
a) $\frac{1}{2} \cdot x = 2$; b) $\frac{1}{4} \cdot x = -4$;
c) $y \cdot \frac{3}{4} = 9$; d) $y \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = -2$;
e) $-\frac{3}{4}y = 1$; f) $-\frac{2}{9}y = -\frac{1}{9}$;
g) $z \cdot \frac{1}{5} = -5$; h) $-\frac{2}{7}z = \frac{7}{2}$.

I būdas.
$\frac{4}{3} \cdot x = 12 \mid : \frac{4}{3}$
$x = 12 : \frac{4}{3}$
$x = 12 \cdot \frac{3}{4}$
$x = 9$

II būdas.
$\frac{4}{3} \cdot x = 12 \mid \cdot \frac{3}{4}$
$x = 12 \cdot \frac{3}{4}$
$x = 9$

$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$



397. Išspręskite lygtį.
a) $\frac{x}{10} = 20$; b) $\frac{x}{10} = -2$;
c) $\frac{x}{7} = -1{,}3$; d) $\frac{x}{-5} = -2{,}2$;
e) $\frac{x}{4} = \frac{2}{7}$; f) $\frac{x}{-12} = -\frac{2}{3}$.

$\frac{x}{10} = x : 10 = \frac{1}{10} \cdot x$



398. Išspręskite lygtį.
a) $12 = 2 \cdot x$; b) $-14 = 7 \cdot x$; c) $13 = -3y$; d) $-15 = y \cdot (-2)$.

Išspręskime lygtį $7 = 5x$.



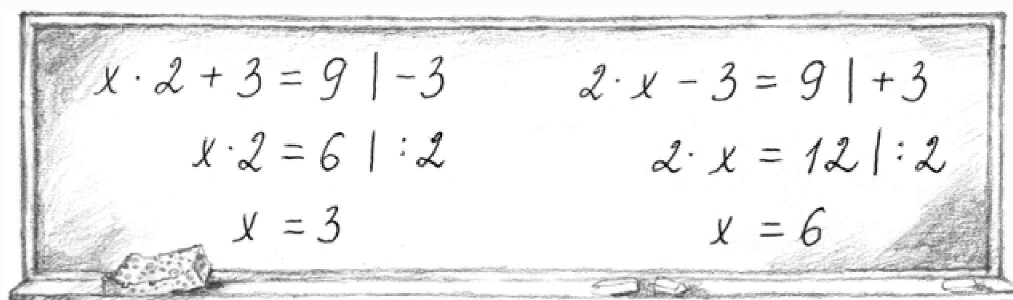
Aš sprendžiau taip:
$7 = 5x \mid : 5$
$\frac{7}{5} = x$

O aš lygtį „apsukau“:
$5x = 7 \mid : 5$
$x = \frac{7}{5}$



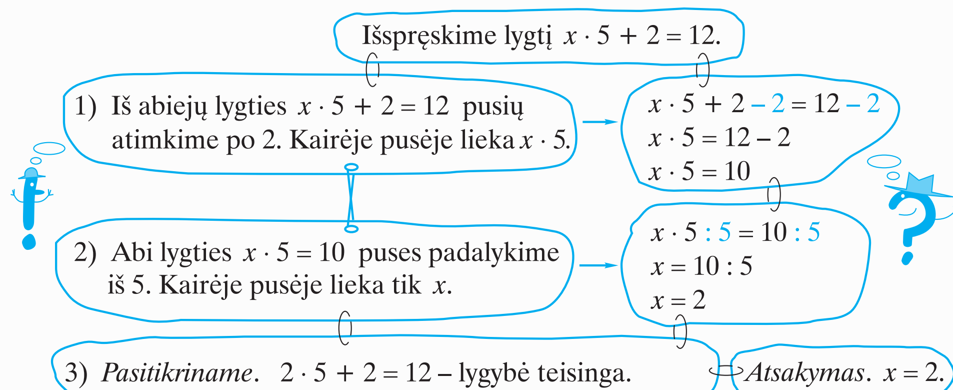
399. Sakinį užrašykite lygtimi ir ją išspręskite.
a) Skaičių x padauginus iš -2, gauta 120.
b) Skaičių x padalijus iš 3, gauta -27.

38 LYGTYS $x \cdot a + b = c, \quad x \cdot a - b = c$



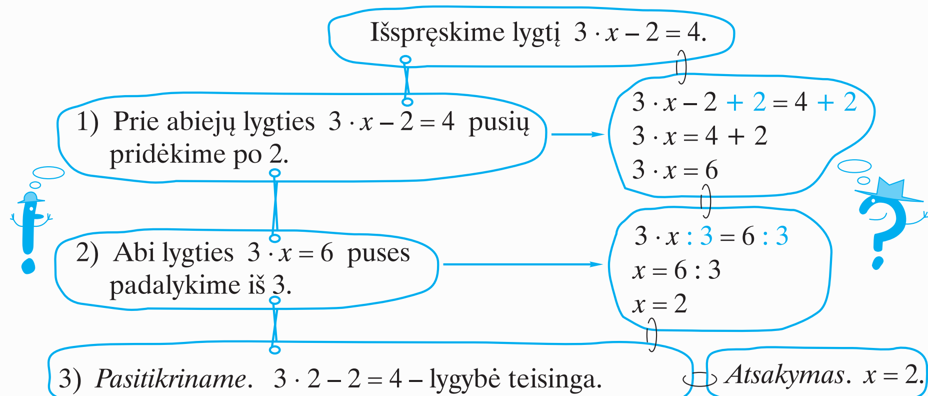
1 užduotis. Išspręskite lygtį, pirmiausia iš abiejų jos pusių atėmę po tą patį skaičių, o tada gautosios lygties abi puses padaliję iš to paties skaičiaus.

a) $x \cdot 3 + 1 = 7$; b) $x \cdot 2 + 4 = 20$; c) $5 \cdot x + 1 = -9$; d) $-3x + 3 = 0$.



2 užduotis. Išspręskite lygtį, pirmiausia prie abiejų jos pusių pridėję po tą patį skaičių, o tada gautosios lygties abi puses padaliję iš to paties skaičiaus.

a) $x \cdot 3 - 1 = 8$; b) $x \cdot 2 - 10 = -2$; c) $-3 \cdot x - 5 = 4$; d) $-3x - 3 = 0$.





400. Raskite lygties sprendinį ir pasitikrinkite, ar teisingai išsprendėte.
a) $x \cdot 3 + 2 = 8$; b) $y \cdot 4 + 3 = 15$; c) $2 \cdot y + 1 = -3$; d) $-3x + 2 = -1$.

Skaičiaus ir raidės sandaugoje įprasta pirmiau rašyti skaitinį dauginamąjį. → $x \cdot 3 + 2 = 3 \cdot x + 2 = 3x + 2$

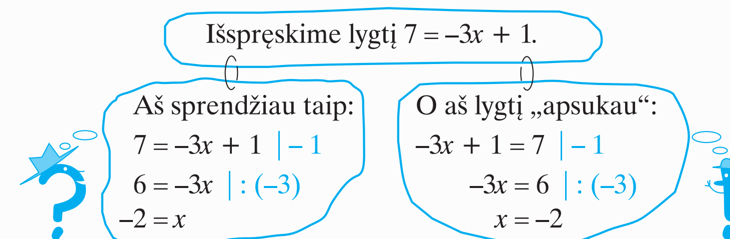
401. Raskite lygties sprendinį ir pasitikrinkite, ar teisingai išsprendėte.
a) $x \cdot 3 - 2 = 16$; b) $y \cdot 5 - 3 = 7$; c) $2 \cdot y - 1 = -3$; d) $-4x - 2 = -6$.

402. Išspręskite lygtį.
a) $-12x + 1 = 37$; b) $-12x + 1 = -35$; c) $25x - 1 = -101$;
d) $-0{,}3y - 54 = 0$; e) $0{,}15y + 6 = -39$; f) $-3{,}5y + 5 = -30$;
g) $\frac{1}{2}z - 2 = 2$; h) $\frac{3}{8}z + 25 = 100$; i) $-\frac{1}{9}z - 20 = -56$.

403. Išspręskite lygtį.
a) $1 + 2x = 5$; b) $-1 + 2x = 5$;
c) $1 - 2y = 5$; d) $-1 - 2y = 5$;
e) $1 - 2z = -5$; f) $-1 - 2z = -5$.

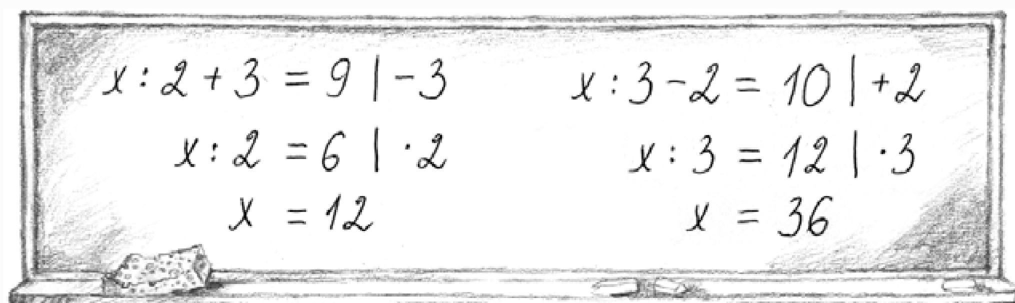
$2 - 3x = -7 \;|\; -2$
$-3x = -9 \;|\; :(-3)$
$x = 3$

404. Raskite lygties sprendinį jums patogiu būdu.
a) $5 = 4x + 3$; b) $5 = 1 + 3x$; c) $12 = 4x - 10$;
d) $\frac{2}{5} = 2y - 5$; e) $-\frac{7}{8} = 5 + \frac{1}{8}y$; f) $-0{,}4 = -0{,}2y + 1$;
g) $0{,}1 = -z + 0{,}4$; h) $-1\frac{1}{5} = -2\frac{1}{2} - 2z$; i) $-0{,}5 = -3z - \frac{1}{2}$.

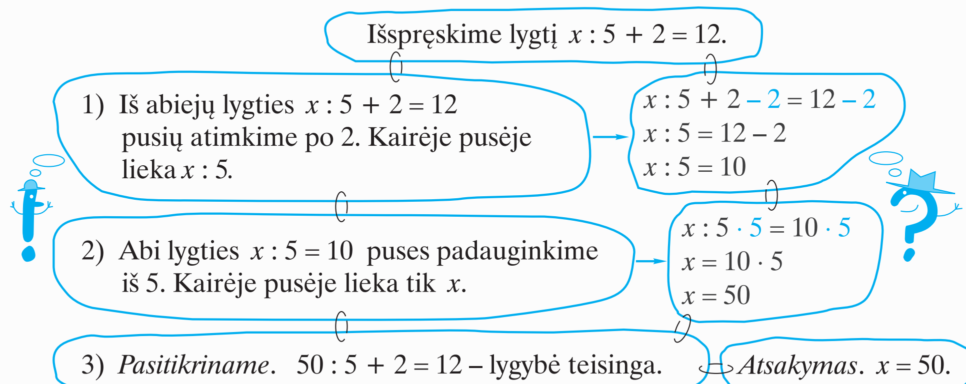


405. Sakinį užrašykite lygtimi ir ją išspręskite.
a) Skaičių x padauginus iš 5 ir atėmus 15, gauta 25.
b) Prie 21 pridėjus skaičių x padaugintą iš 3, gauta −3.
c) Skaičių x padauginus iš −3 ir atėmus 10, gauta −4.
d) Skaičiui x priešingą skaičių padauginus iš 5 ir pridėjus −7, gauta −19.

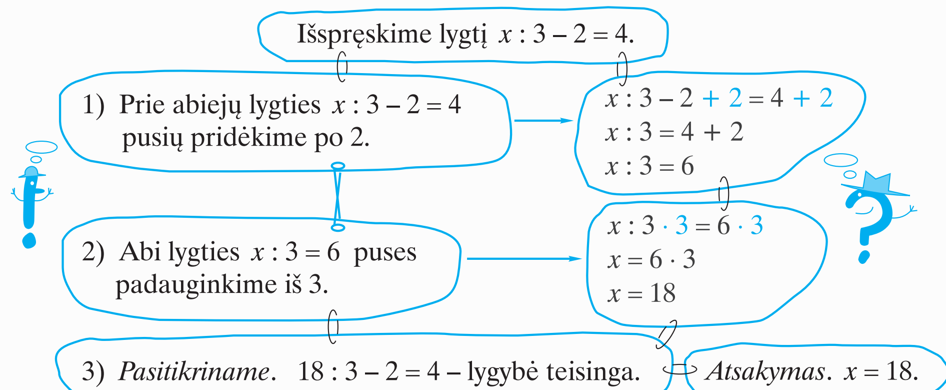
39 LYGTYS $x : a + b = c$, $x : a - b = c$



1 užduotis. Išspręskite lygtį, pirmiausia iš abiejų jos pusių atėmę po tą patį skaičių, o tada gautosios lygties abi puses padauginę iš to paties skaičiaus.
a) $x : 3 + 1 = 7$; b) $x : 2 + 4 = 20$; c) $x : 5 + 1 = -9$.



2 užduotis. Išspręskite lygtį, pirmiausia prie abiejų jos pusių pridėję po tą patį skaičių, o tada gautosios lygties abi puses padauginę iš to paties skaičiaus.
a) $x : 3 - 1 = 8$; b) $x : 2 - 10 = -2$; c) $x : (-3) - 5 = 2$.





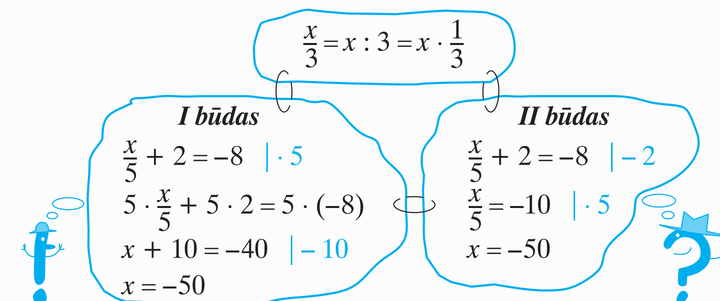
406. Raskite lygties sprendinį ir pasitikrinkite, ar teisingai išsprendėte.
a) $x : 2 + 2 = 6$; b) $x : 5 + 10 = 30$;
c) $y : 2 + 2 = -8$; d) $y : 5 + 10 = -5$;
e) $z : (-2) + 2 = 1$; f) $z : (-5) + 10 = 0$.

407. Raskite lygties sprendinį ir pasitikrinkite, ar teisingai išsprendėte.
a) $x : 2 - 2 = 6$; b) $x : 5 - 10 = 30$;
c) $y : 2 - 2 = -8$; d) $y : 5 - 10 = -5$;
e) $z : (-2) - 2 = 4$; f) $z : (-5) - 10 = 0$.

408. Išspręskite lygtį.
a) $x : 5 + 4 = 10$; b) $x : 10 + 10 = 11$;
c) $y : (-10) + 1 = -9$; d) $y : (-2) + 3 = 4$;
e) $z : 1{,}5 + 1{,}5 = 3{,}5$; f) $z : (-2{,}5) + 15 = 9{,}4$.

409. Išspręskite lygtį.
a) $x : 5 - 4 = 10$; b) $x : 10 - 10 = 1$;
c) $y : (-10) - 1 = -9$; d) $y : (-2) - 3 = -2$;
e) $z : 1{,}5 - 1{,}5 = 3{,}5$; f) $z : (-2{,}5) - 15 = 9{,}4$.

410. Išspręskite lygtį.
a) $\frac{x}{2} + 2 = 10$; b) $\frac{x}{5} + 10 = 20$; c) $\frac{x}{3} + 6 = -3$;
d) $\frac{a}{5} - 10 = 20$; e) $\frac{3a}{5} - 2 = 7$; f) $\frac{2a}{9} - 3 = -9$.



411. Sakinį užrašykite lygtimi ir ją išspręskite.
a) Skaičių x padaliję iš 3 ir iš gauto rezultato atėmę 3, gausime 3.
b) Skaičių y padaliję iš -3 ir gautą rezultatą padidinę 3 vienetais, gausime -3.
c) Skaičių a padaliję iš 2 ir iš gauto rezultato atėmę 8, gausime -4.
d) Skaičiui a priešingą skaičių padalinę iš -2 ir iš gauto rezultato atėmę -8, gausime 0.

APIBENDRINAME

Lygtìs — lygýbė, kurioje yra raide pažymėtas nežinomas skaičius (nežinomàsis).

$2+x=-3$, $3-x=-5$, $-2x=8$, $x:(-3)=4$, $4x+5=3$ — lygtys

Lygtiẽs sprendinỹs — ta nežìnomojo reikšmė, su kuria lygtis virsta teisinga skaitine lygybe.

Skaičius -10 yra lygties $2+x=-8$ sprendinys, nes $2+(-10)=-8$.

Prie abiejų lygties pusių galima pridėti po tą patį skaičių.

$x-a=b \quad |+a$
$x=b+a$

$x-2=-4 \quad |+2$
$x=-4+2$
$x=-2$

Iš abiejų lygties pusių galima atimti po tą patį skaičių.

$x+a=b \quad |-a$
$x=b-a$

$x+3=-4 \quad |-3$
$x=-4-3$
$x=-7$

Abi lygties puses galima padauginti iš to paties skaičiaus (nelygaus nuliui).

$x:a=b \quad |\cdot a$
$x=b\cdot a$

$x:2=-6 \quad |\cdot 2$
$x=-6\cdot 2$
$x=-12$

Abi lygties puses galima padalyti iš to paties skaičiaus (nelygaus nuliui).

$x\cdot a=b \quad |:a$
$x=b:a$

$x\cdot(-2)=8 \quad |:(-2)$
$x=8:(-2)$
$x=-4$

Lygties $x\cdot a+b=c$ $(a\neq 0)$ sprendimas:

$x\cdot a+b=c \quad |-b$
$x\cdot a=c-b \quad |:a$
$x=(c-b):a$

$x\cdot 4+5=13 \quad |-5$
$x\cdot 4=13-5$
$x\cdot 4=8 \quad |:4$
$x=8:4$
$x=2$



Lygties $x:a+b=c$ $(a\neq 0)$ sprendimas:

$x:a+b=c \quad |-b$
$x:a=c-b \quad |\cdot a$
$x=(c-b)\cdot a$

$x:4+5=13 \quad |-5$
$x:4=13-5$
$x:4=8 \quad |\cdot 4$
$x=8\cdot 4$
$x=32$

Svarstyklės

1) Svarstyklės yra pusiausviros. Pavaizduotą situaciją užrašykite lygtimi ir nustatykite, kuris iš skaičių (**A**, **B** ar **C**) yra tos lygties sprendinys.

a) 15, x | −28
A −1,8 **B** −43 **C** 13

b) 18 | −2, y
A 16 **B** −9 **C** 20

c) 7, z | −35
A 42 **B** −5 **C** −42

d) $-3k$ | 1, 1
A $-\frac{2}{3}$ **B** −1 **C** 5

e) l, $-\frac{1}{2}$ | −1
A $\frac{1}{2}$ **B** $-\frac{1}{2}$ **C** 2

f) $\frac{1}{5}m$ | −7
A −2 **B** $-1\frac{2}{5}$ **C** −35

2) Lygčių sprendinius x, y, z, k, l, m panaudokite ieškodami skaičiaus, kurį reikia įrašyti vietoj debesėlio, kad:
a) skaičiaus x ir suma būtų lygi -11;
b) ir skaičiaus y skirtumas būtų lygus 4;
c) skaičiaus z ir sandauga būtų lygi $-4{,}2$;
d) trigubas skaičius k lygus ;
e) ir skaičiaus l dalmuo būtų lygus -3;
f) septintadalis skaičiaus m būtų lygus .

3) Įsitikinkite, kad visuose debesėliuose įrašytų skaičių suma lygi skaičių 57,5 ir $-6{,}9$ sumai.

SPRENDŽIAME

412. Kuris iš skaičių -2; -1; 0; 1; 2 yra sprendinys lygties:
a) $2 + y = 1$? b) $-2y = 0$? c) $y - 2 = 0$?
d) $1 + x = 1$? e) $x : (-2) = 1$? f) $x - 3 = -2$?

413. Pasakykite lygties sprendinį.
a) $-x = 0$; b) $2x = 0$; c) $x \cdot (-0{,}2) = 0$; d) $-\frac{1}{5}x = 0$; e) $\frac{x}{6} = 0$.

414. Raskite lygties sprendinį ir pasitikrinkite, ar teisingai išsprendėte.
a) $y + 2 = -2$; b) $-2 + y = -0{,}4$; c) $-\frac{6}{7} + y = \frac{6}{7}$;
d) $x - 5 = -17$; e) $x - 5{,}1 = -3{,}9$; f) $x - \frac{4}{5} = 1\frac{3}{5}$;
g) $8 - z = 15$; h) $-4{,}7 - z = 3{,}9$; i) $2\frac{5}{6} - z = -3\frac{1}{6}$;
j) $-3x = 42$; k) $1{,}5x = -2{,}25$; l) $-2\frac{1}{2}x = -\frac{1}{4}$;
m) $y : 3 = -15$; n) $y : (-0{,}5) = -1$; o) $y : \left(-\frac{2}{3}\right) = 2\frac{3}{8}$;
p) $56 : x = -7$; r) $-1{,}8 : x = -18$; s) $-\frac{2}{3} : x = 8$.

415. Išspręskite lygtį.
a) $x + (-3) = 2$; b) $y - (+3) = -1$;
c) $x - (-1{,}1) = -3{,}9$; d) $y + (+2{,}3) = -1{,}8$;
e) $x - \left(+\frac{2}{9}\right) = 0$; f) $y - \left(+1\frac{1}{2}\right) = -(-1)$.

$x - (-1) = -2$
$x + 1 = -2 \mid -1$
$x = -2 - 1$
$x = -3$

416. Sugalvotą skaičių pažymėkite raide y ir, sudarę lygtį, raskite jį.
a) Prie sugalvoto skaičiaus pridėję -2, gausime 3.
b) Prie $-3\frac{1}{2}$ pridėję sugalvotą skaičių, gausime $-12\frac{1}{2}$.
c) Iš sugalvoto skaičiaus atėmę -3, gausime -3.
d) Iš 8 atėmę sugalvotą skaičių, gausime -8.
e) Sugalvoto skaičiaus ir $\frac{1}{3}$ sandauga lygi -3.
f) Sugalvotą skaičių padaliję iš 10, gausime $-0{,}1$.
g) $-5\frac{1}{3}$ padaliję iš sugalvoto skaičiaus, gausime $-1\frac{1}{3}$.

417. Raskite lygties sprendinį.
a) $\frac{x}{5} = -5$; b) $\frac{x}{-5} = 1{,}2$; c) $\frac{-x}{5} = \frac{1}{25}$;
d) $\frac{-5x}{3} = -3$; e) $\frac{x}{-3} = 3{,}7$; f) $\frac{x}{4} = -1\frac{4}{5}$;
g) $-\frac{x}{3} = -21$; h) $-\frac{2x}{5} = 12$; i) $-\frac{3x}{5} = 0$.

$-\frac{2x}{3} = \frac{8}{9} \mid \cdot 3$
$-2x = \frac{8}{3} \mid : (-2)$
$x = -\frac{4}{3}$

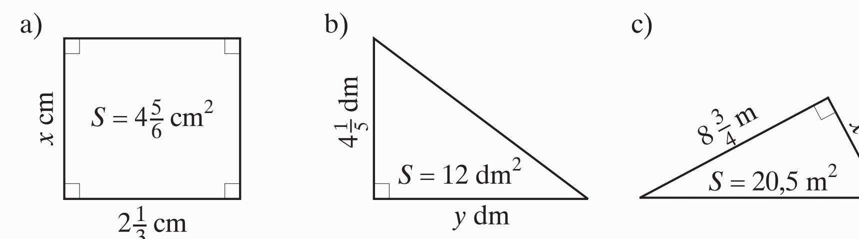


418. Išspręskite lygtį.
a) $3x + 4 = -12$; b) $0{,}4x + 2 = -6$; c) $-\frac{1}{2}x + 4 = -14$;
d) $-2y - 3 = 15$; e) $-\frac{1}{3}y - 4 = 5\frac{7}{9}$; f) $5{,}4y - 25 = 2$.

419. Raskite lygties sprendinį.
a) $x : 3 + 2 = -8$; b) $y : 2 - 5 = 7$;
c) $x : (-6) + 2 = -1$; d) $y : (-4) - 3 = -4$;
e) $\frac{x}{10} + 2 = \frac{4}{5}$; f) $-\frac{y}{2} - \frac{1}{2} = 4$;
g) $-\frac{3x}{4} + 40 = 35\frac{1}{2}$; h) $\frac{7y}{15} - 50\frac{3}{4} = 19\frac{1}{4}$;
i) $-\frac{x}{5} + 3{,}2 = -6\frac{2}{5}$; j) $\frac{y}{8} - 2\frac{1}{4} = -8{,}5$.

$\frac{2x}{3} - 2 = 8 \mid +2$
$\frac{2x}{3} = 8 + 2$
$\frac{2x}{3} = 10 \mid \cdot \frac{3}{2}$
$x = 10 \cdot \frac{3}{2}$
$x = 15$

420. Pagal duotus duomenis raskite figūros nežinomų kraštinių ilgius.



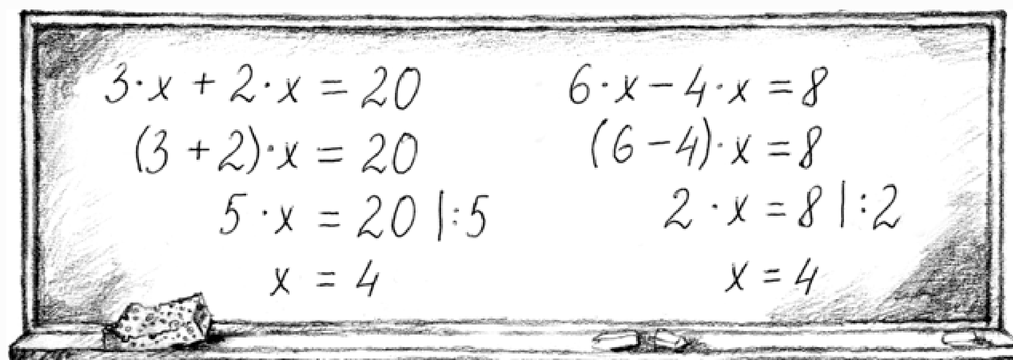
421. Jeigu prie $\frac{3}{10}$ nežinomo skaičiaus pridėsime $10\frac{1}{2}$, tai gausime $13\frac{1}{2}$.
a) Raskite nežinomą skaičių.
b) Raskite 2% nežinomo skaičiaus.
A 2 **B** 20 **C** 5 **D** $\frac{1}{5}$ **E** 10

422. Jeigu iš $\frac{7}{10}$ nežinomo skaičiaus atimsime $10\frac{1}{2}$, tai gausime $15\frac{2}{5}$.
a) Raskite nežinomą skaičių.
b) Raskite 20% nežinomo skaičiaus.
A 74 **B** 7,4 **C** 740 **D** 37 **E** $\frac{5}{37}$


423. a) Jeigu $-2 + x = 3$, tai $25 : x - 1 = \ldots$
b) Jeigu $6x = -\frac{1}{2}$, tai $2x - 3 = \ldots$
c) Jeigu $2 : x = -1$, tai $\frac{1}{6}x + 3 = \ldots$
d) Jeigu $x + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$, tai $\frac{1}{2} : x + 1 = \ldots$


424. Raskite atėminį, jei skirtumas mažesnis už turinį 129 vienetais.

LYGTYS $a \cdot x + b \cdot x = c$, $a \cdot x - b \cdot x = c$



Užduotis. Išspręskite lygtį, pirmiausia kairėje jos pusėje sutraukę panašiuosius narius.

a) $4 \cdot x + 2 \cdot x = 12$; b) $x + 3 \cdot x = -4$;
c) $-5 \cdot x + 3 \cdot x = -4$;

$x = 1 \cdot x$

Išspręskime lygtį $-4 \cdot x + x = 12$.

1) Kairėje lygties pusėje yra du nariai su nežinomuoju ($-4 \cdot x$ ir x). Sutraukime panašiuosius narius. → $-4 \cdot x + x = 12$; $(-4 + 1) \cdot x = 12$; $-3 \cdot x = 12$

2) Abi lygties $-3 \cdot x = 12$ puses padalykime iš -3. → $-3 \cdot x = 12 \;|\; :(-3)$; $x = -4$

3) *Pasitikriname.* $-4 \cdot (-4) + (-4) \stackrel{?}{=} 12$,
$12 = 12$ – lygybė teisinga.

Atsakymas. $x = -4$.

d) $6 \cdot x - 3 \cdot x = 9$; e) $7 \cdot x - x = -18$; f) $-5 \cdot x - 3 \cdot x = -16$.

Išspręskime lygtį $-2 \cdot x - 3 \cdot x = -10$.

1) Sutraukime panašiuosius narius. → $-2 \cdot x - 3 \cdot x = -10$; $(-2 - 3) \cdot x = -10$; $-5 \cdot x = -10$

2) Abi lygties $-5 \cdot x = -10$ puses padalykime iš -5. → $-5 \cdot x = -10 \;|\; :(-5)$; $x = 2$

3) *Pasitikriname.* $-2 \cdot 2 - 3 \cdot 2 \stackrel{?}{=} -10$,
$-10 = -10$ – lygybė teisinga.

Atsakymas. $x = 2$.



425. Raskite lygties sprendinį ir pasitikrinkite, ar teisingai išsprendėte.

a) $5 \cdot x + 3 \cdot x = 16$; b) $-4 \cdot y + 2 \cdot y = -4$; c) $6 \cdot z + z = 14$;
d) $8 \cdot x - 5 \cdot x = 12$; e) $6 \cdot y - 4 \cdot y = -8$; f) $4 \cdot z - z = -9$;
g) $-2 \cdot x - 3 \cdot x = 15$; h) $-4 \cdot y - 3 \cdot y = -7$; i) $-z - 2 \cdot z = 6$.

426. Išspręskite lygtį.

a) $0{,}5x + 3x = 7$; b) $1{,}3y - y = 5{,}4$;
c) $0{,}8x + 1{,}6x = -12$; d) $-0{,}6y + y = -8$;
e) $-0{,}6x - 2{,}4x = 15$; f) $-1{,}7y - 0{,}3y = 30$.

$2 \cdot x = 2x$
$-5 \cdot x = -5x$

427. Raskite lygties sprendinį.

a) $\frac{3}{5}x + \frac{1}{5}x = 12$;
b) $\frac{2}{7}x - \frac{1}{7}x = 3$;
c) $\frac{5}{7}x + \frac{3}{7}x = -8$;
d) $\frac{8}{9}x - \frac{1}{9}x = -7$;
e) $-\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}x = 10$;
f) $-\frac{3}{7}x - \frac{6}{7}x = -18$.

Išspręskime lygtį $\frac{1}{7}x + \frac{4}{7}x = 10$.

I būdas.
$\left(\frac{1}{7} + \frac{4}{7}\right)x = 10$
$\frac{5}{7}x = 10 \;|\; :\frac{5}{7}$
$x = 14$

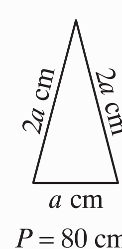
II būdas.
$\frac{1}{7}x + \frac{4}{7}x = 10 \;|\; \cdot 7$
$x + 4x = 70$
$5x = 70 \;|\; :5$
$x = 14$

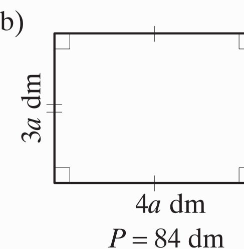
428. Teisingai išsprendę lygtis ir sprendinius surašę lentelėje, sužinosite, kuriais metais Tilžėje išleistas pirmasis lietuviškas matematikos uždavinynas.

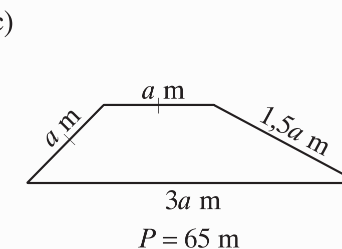
A $\frac{3x}{7} + \frac{5x}{7} = 1\frac{1}{7}$ **B** $\frac{4x}{9} - \frac{x}{9} = 2\frac{2}{3}$
C $-\frac{7x}{6} + \frac{5x}{6} = -2\frac{2}{3}$ **D** $-\frac{3x}{10} - \frac{7x}{10} = -5$

A	B	C	D

429. Pagal brėžinį sudarykite lygtį ir raskite pavaizduotos figūros kraštinių ilgius (P — perimetras).

a)


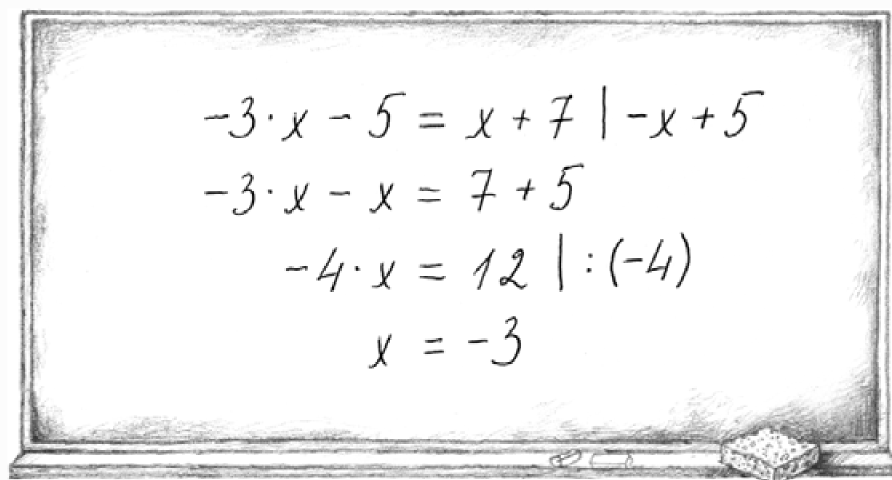
b)


c)


430. Išspręskite lygtį.

a) $6x + 3x - 7x = 12$; b) $-4y + y + 7y = -16$;
c) $x - 5{,}2x + 7{,}3x = 9{,}3$; d) $-2{,}5y - 7{,}4y + 10y = 2{,}5$.

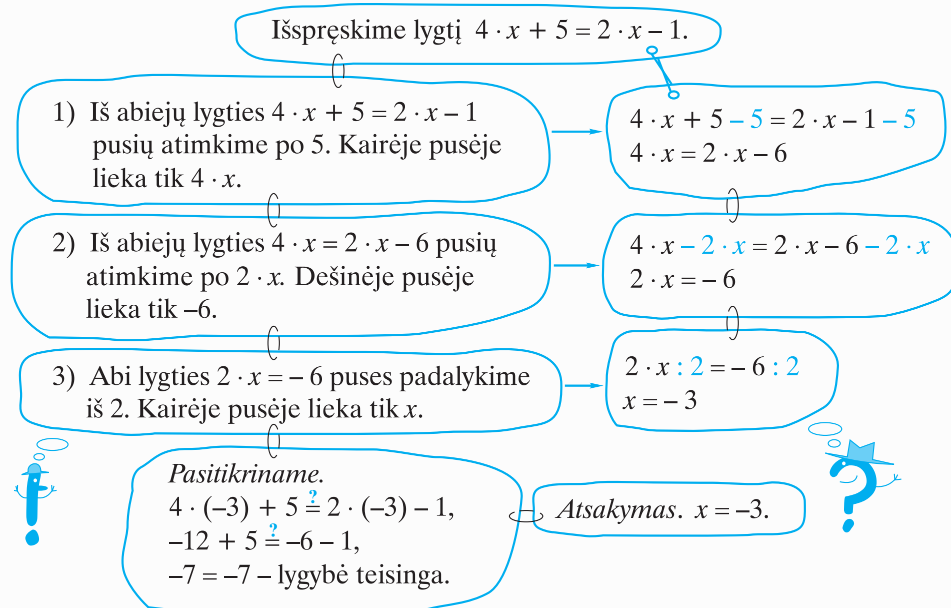
LYGTYS, KAI NEŽINOMASIS YRA ABIEJOSE LYGYBĖS PUSĖSE



Užduotis. Išspręskite lygtį.

a) $3 \cdot x + 1 = x + 3$; b) $5 \cdot x + 6 = 2 \cdot x + 3$;
c) $8 \cdot x - 5 = -2 \cdot x + 5$; d) $-2x - 1 = -x - 3$.

Pirmiausia pasiekite, kad nariai su nežinomúoju būtų kairėje lygties pusėje, o skaičiai — dešinėje.





431. Išspręskite lygtį.

a) $3x = x + 2$; b) $8x - 12 = 4x$; c) $12x - 8 = -4x$;
d) $-14 - y = y$; e) $-20 - 6y = -4y$; f) $5 - 17y = 3y$;
g) $-3z = 12z + 30$; h) $-2z = 2z - 4$; i) $5z = -z + 1$.

432. Raskite lygties sprendinį.

a) $8x - 5 = 6x + 3$; b) $4x - 24 = 2x + 12$; c) $7x + 19 = 4x - 2$;
d) $7y - 5 = 6y - 3$; e) $4y + 32 = 14y + 2$; f) $4y - 24 = 8y + 48$;
g) $34 - 4z = 16 + 5z$; h) $5 + 5z = 69 - 3z$; i) $16 - 5z = 17 + z$.

433. Raskite lygties sprendinį.

a) $2\frac{1}{2}x - 6 = 4 + \frac{1}{2}x$; b) $-2\frac{2}{3}y - 4 = -4\frac{2}{3}y + 7$;
c) $1\frac{1}{2}x + 3 = -2\frac{1}{2}x - 1$; d) $6\frac{2}{5} + 2y = 1\frac{1}{2}y - \frac{3}{5}$;
e) $6 + 5x = 0{,}5x - 7{,}5$; f) $0{,}3y + 7{,}2 = -1{,}7y + 1{,}4$;
g) $5{,}2x + 6 = -1{,}2x + 9{,}2$; h) $-1{,}5y + 20{,}5 = 2y + 3$.

434. Teisingai išsprendę lygtis ir sprendinius surašę lentelėje, gausite žinomą datą.

a)

A	B	C	D

Žalgirio mūšio metai

A $x + 8 = 2x + 7$ B $9 - 4y = y - 11$ C $\frac{x}{2} = 0{,}5$ D $6y - 3 = y - 3$

b)

A	B	C	D

Mindaugo karūnavimo metai

A $y + 7 = 2y + 6$ B $1\frac{1}{3}y - 0{,}2 = 1{,}8 + \frac{1}{3}y$
C $\frac{x}{3} = 1\frac{2}{3}$ D $-4x + 4 = x - 11$

435. Su kuria a reikšme duotųjų reiškinių reikšmės yra lygios?

a) $2a - 13$ ir $a + 3$; b) $a + 8$ ir $4a - 4$;
c) $3a - \frac{1}{2}a$ ir $1\frac{1}{2}a + 1{,}5$; d) $2{,}4a + 9$ ir $0{,}6a - 9$.

436. Sakinį užrašykite lygtimi ir ją išspręskite.

a) Skaičių x padauginus iš -3 ir atėmus 5, gauta tiek pat, kiek ir prie $3x$ pridėjus 55.
b) Skaičiui y priešingą skaičių padauginus iš -5, gauta 5 vienetais daugiau, negu y padauginus iš $\frac{9}{2}$.

LYGTYS SU SKLIAUSTAIS

1 užduotis. Išspręskite lygtį.
a) $3 \cdot x + (x + 1) = -11$; b) $-3 \cdot x + (x - 1) = 11$; c) $3x + (-x - 1) = 11$.
Pirmiausia atskliauskite.

Išspręskime lygtį $-4 \cdot x + (x - 1) = 14$.

1) Kai lygtyje yra skliaustai, tai patogu pirmiausia atskliausti. → $-4 \cdot x + x - 1 = 14$

2) Kairėje lygties $-4 \cdot x + x - 1 = 14$ pusėje yra du nariai su nežinomuoju ($-4 \cdot x$ ir x). Sutraukiame panašiuosius narius. → $-3 \cdot x - 1 = 14$

3) Prie abiejų lygties $-3 \cdot x - 1 = 14$ pusių pridedame po 1. → $-3 \cdot x = 15$

4) Abi lygties $-3 \cdot x = 15$ puses padalijame iš -3. → $x = -5$

Pasitikriname.
$-4 \cdot (-5) + (-5 - 1) \stackrel{?}{=} 14$,
$20 + (-6) \stackrel{?}{=} 14$,
$14 = 14$ – lygybė teisinga.

Atsakymas. $x = -5$.

2 užduotis. Išspręskite lygtį.
a) $3 \cdot x - (x + 1) = -11$; b) $-3 \cdot x - (x - 1) = 9$; c) $3x - (-x - 1) = -7$.

Išspręskime lygtį $-4x - (x - 1) = 14$.

1) Atskliaučiame. → $-4x - x + 1 = 14$

2) Sutraukiame panašiuosius narius. → $-5x + 1 = 14$

3) Iš abiejų pusių atimame po 1. → $-5x = 14 - 1$, $-5x = 13$

4) Abi puses padalijame iš -5. → $x = 13 : (-5)$, $x = -2{,}6$

Atsakymas. $x = -2{,}6$.

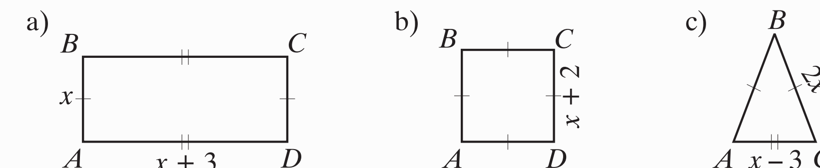
437. Išspręskite lygtį.
a) $x + (2x + 3) = 9$;
b) $2x + (3x - 1) = 4$;
c) $7 + (-3y - 8) = 8$;
d) $3y + (-y + 1) = -3$;
e) $-6z + (-3 - z) = -10$;
f) $3z + (-z - 1) = 2$.

$a + (b + c) = a + b + c$
$a + (b - c) = a + b - c$
$a + (-b - c) = a - b - c$

438. Išspręskite lygtį.
a) $x - (5x + 1) = 3$;
b) $3x - (2x - 1) = 4$;
c) $15 - (-3y - 8) = 8$;
d) $2y - (4y - 11) = -3$;
e) $-6z - (-5 - z) = -10$;
f) $-2z - (-4z - 3) = 4$.

$a - (b + c) = a - b - c$
$a - (b - c) = a - b + c$
$a - (-b - c) = a + b + c$

439. Figūros perimetras yra 18 cm. Raskite figūros kraštinių ilgius.

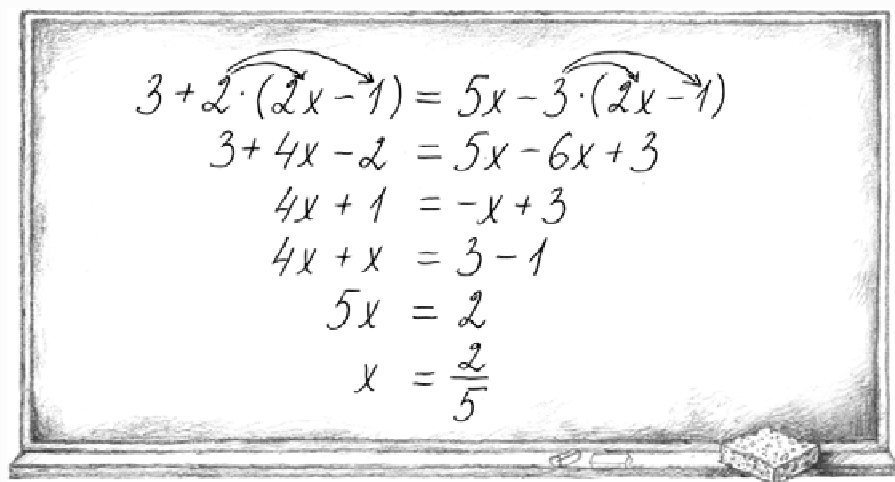


440. Raskite lygties sprendinį.
a) $5x + 3 - (2x - 4) = x - 2 - (x + 3)$;
b) $4 - 2y - (5 - 3y) = y - 1 - (y - 8)$;
c) $19z - (2z - 9) = 4z - (8 + 4z)$;
d) $5x - 2 + (4x - 4) = 1 + (3x - 3)$;
e) $y - 1 + (y - 2) = -4 - (y - 3)$;
f) $3z + 5 = -(-2z - 7) + 18$;
g) $4x - 2 - (3x + 8) = 6 + (-4x - 8)$.

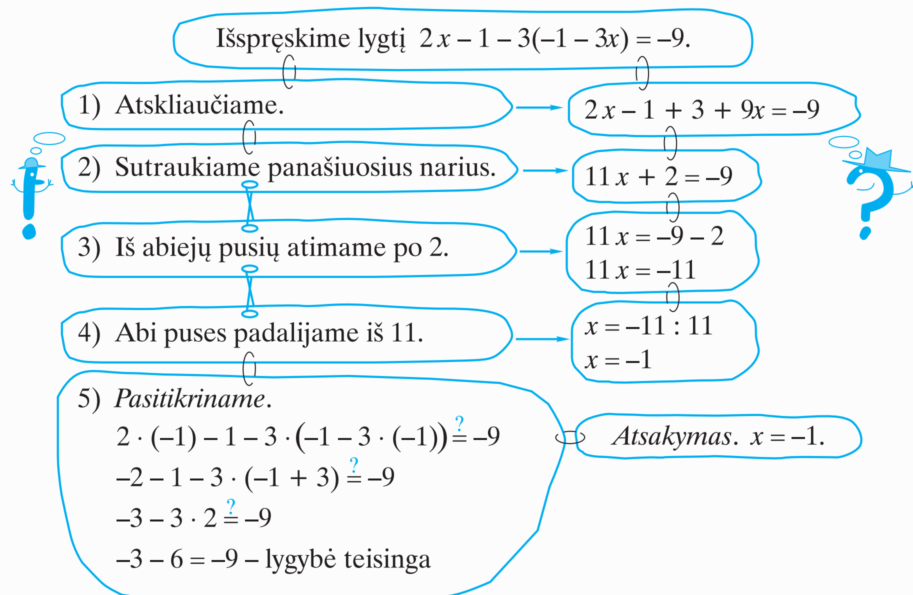
441. Sakinį užrašykite lygtimi ir ją išspręskite.
a) Iš skaičių $3x$ ir 5 skirtumo atėmus skaičių 5 ir $3x$ skirtumą, gauta -16.
b) Prie 20 pridėjus skaičių x ir 11 skirtumą, gauta 55.
c) Iš skaičių $4x$ ir 4 skirtumo atėmus skaičių $3x$ ir 3 skirtumą, gauta 1.
d) Prie skaičių $3x$ ir 8 sumos pridėjus skaičių $2x$ ir 5 skirtumą, gauta 13.

DAR DAUGIAU LYGČIŲ SU SKLIAUSTAIS

1 užduotis. Išspręskite lygtį.
a) $3 + 2 \cdot (x - 1) = -9$;
b) $5x + 1 + 2(-1 - x) = 2x - 5$.



2 užduotis. Išspręskite lygtį.
a) $3 - 2 \cdot (x - 1) = -9$;
b) $5x + 1 - 2(-1 - x) = 2x - 5$.



442. Raskite lygties sprendinį.
a) $5(3x + 1) + 11 = 16$;
b) $2(x + 3) - 12 = -26$;
c) $3(4x + 8) = -3x - 6$;
d) $4(-x + 7) = x - 17$;
e) $y - 32 = 7(-y - 8)$;
f) $2y + 5 = 5(y + 1) + 12$;
g) $4z + 3 = (3z + 1) \cdot 2 - z$;
h) $(3z + 12) \cdot 5 + z = 68$.

443. Išspręskite lygtį.
a) $-3(x - 5) = 2x + 5$;
b) $-5(y + 2) = 4y - 1$;
c) $-4(-x + 7) = x + 17$;
d) $y + 11 = -4(y + 1)$;
e) $2 - 3z = -2(3z + 8)$;
f) $-3(2x - 1) = x - 4$.

$-2(-1 - 3x) = x - 3$
$-2 \cdot (-1) - (-2) \cdot 3x = x - 3$
$2 + 6x = x - 3$
$6x - x = -3 - 2$
$5x = -5$
$x = -1$

444. Išspręskite lygtį dviem būdais.
a) $3(x - 2) = 9$;
b) $(x + 3) \cdot 8 = -48$;
c) $(0{,}6x + 4) \cdot 10 = 100$;
d) $(2x - 4) \cdot \frac{1}{3} = 12$;
e) $-6(z - 4) = 12$;
f) $-13(z + 2) = 26$;
g) $(0{,}3y + 3) \cdot (-10) = 30$;
h) $(2y - 1) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = 12$.

Išspręskime lygtį $(3x - 2) \cdot 2 = 14$.

I būdas.
1) Atskliaučiame:
$3x \cdot 2 - 2 \cdot 2 = 14$,
$6x - 4 = 14$.
2) Pridedame po 4:
$6x = 14 + 4$,
$6x = 18$.
3) Padalijame iš 6:
$x = 18 : 6$,
$x = 3$.

II būdas.
1) Padalijame iš 2:
$3x - 2 = 14 : 2$,
$3x - 2 = 7$.
2) Pridedame po 2:
$3x = 7 + 2$,
$3x = 9$.
3) Padalijame iš 3:
$x = 9 : 3$,
$x = 3$.

445. Raskite y reikšmę, su kuria duotųjų reiškinių reikšmės yra lygios.
a) $2y + 8$ ir $-2(3y - 2)$; b) $-3(y + 13)$ ir $2(3y - 6)$.

446. Teisingai išsprendę lygtis ir sprendinius surašę lentelėje, gausite žinomą datą.

a) *Pirmojo dokumento, liudijančio apie veikusią Lietuvoje mokyklą, metai*

A	B	C	D

A $-3x + (5x - 2) = 0$ **B** $0{,}2(7 - 30x) = -5x - 1{,}6$
C $3(x - 2) = x + 12$ **D** $\frac{1}{5}(3x - 4) = \frac{1}{5}x + 2$

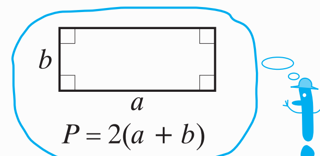
b) *Pirmosios lietuviškos knygos išleidimo metai*

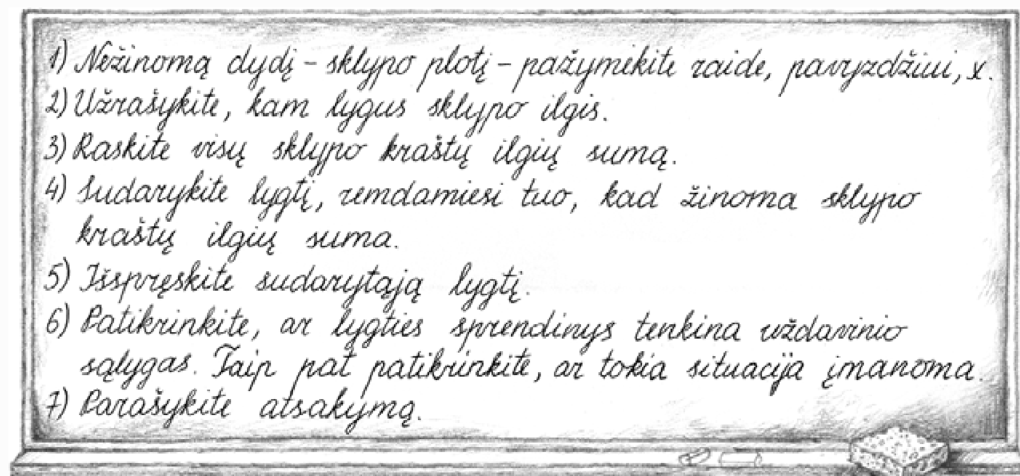
A	B	C	D

A $6 = 3(x + 1)$ **B** $0{,}2(x + 2{,}5x) = 3{,}5$
C $3(x - 2) - 4 = 2(5 - x)$ **D** $\frac{1}{2}(x - 5) = 1$

UŽDAVINIŲ SPRENDIMAS SUDARANT LYGTIS

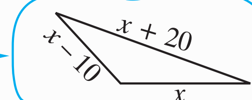
Užduotis. Išspręskite uždavinį, sudarę lygtį.
Stačiakampio sklypo ilgis 20 metrų didesnis už plotį. Koks sklypo plotis, jei jo perimetras lygus 200 metrų?





Trikampio perimetras lygus 160 cm. Viena kraštinė 10 centimetrų ilgesnė už antrąją, bet 20 cm trumpesnė už trečiąją. Apskaičiuokime trikampio kraštinių ilgius.

1) Vienos kraštinės ilgį pažymėkime x.
2) Tada antrosios kraštinės ilgis bus $x - 10$, o trečiosios kraštinės ilgis bus $x + 20$.



3) Pagal sąlygą sudarome lygtį. → $x + (x - 10) + (x + 20) = 160$

4) Išsprendžiame lygtį:
- atskliaučiame,
- sutraukiame panašiuosius narius,
- atimame po 10,
- padalijame iš 3.

$x + x - 10 + x + 20 = 160$
$3x + 10 = 160$
$3x = 150$
$x = 50$

5) Vadinasi, trikampio vienos kraštinės ilgis yra 50 cm, antrosios kraštinės ilgis yra $50 - 10 = 40$ cm, o trečiosios kraštinės ilgis yra $50 + 20 = 70$ cm.

6) *Pasitikriname*. $50 + 40 + 70 = 160$.
Iš tikrųjų, trikampis su kraštinėmis 40, 50 ir 70 egzistuoja ($40 + 50 > 70$).

Atsakymas. 50 cm, 40 cm, 70 cm.



447. Sudarę lygtį, raskite ieškomus skaičius, jei:
a) pirmasis skaičius 6 vienetais didesnis už antrąjį, o jų suma lygi 18;
b) vienas skaičius 4 vienetais mažesnis už kitą, o jų suma 12;
c) vienas skaičius 5 kartus mažesnis už kitą, o jų suma lygi 42;
d) pirmasis skaičius 3 kartus didesnis už antrąjį, o jų suma lygi 28.

448. Stalas ir 6 kėdės kainuoja 848 Lt. Kėdė 8 Lt pigesnė už stalą. Kiek kainuoja kėdė ir kiek stalas?

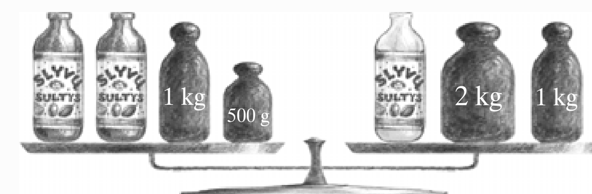
449. Vienoje lentynoje buvo 95 knygos, o kitoje — 111 knygų. Kai iš antrosios lentynos paėmė penkis kartus daugiau knygų negu iš pirmosios, tai abiejose lentynose knygų liko po lygiai. Po kiek knygų paėmė iš kiekvienos lentynos?

450. Kilogramas bulvių kainuoja 1,1 Lt, o kilogramas kopūstų — 0,7 Lt. Vaclovas bulvių nupirko 3 kg daugiau negu kopūstų ir už visą pirkinį sumokėjo 12,3 Lt. Kiek kilogramų bulvių ir kiek kilogramų kopūstų nupirko Vaclovas?

451. Išspręskite uždavinius, sudarę lygtis.
a) Ūkininkas turi 12 ha žemės. Pupomis jis apsėjo 3 ha mažesnį plotą nei žirniais. Kokį plotą ūkininkas apsėjo žirniais?
b) Ūkininkas turi 12 ha žemės. Pupomis jis apsėjo 3 ha didesnį plotą nei žirniais. Kokį plotą ūkininkas apsėjo žirniais?
c) Žirniais ūkininkas apsėjo 2 kartus didesnį plotą nei pupomis. Kiek hektarų žemės ūkininkas apsėjo žirniais ir kiek pupomis, jei žirniai užima 4 ha didesnį plotą nei pupos?
d) Žirniais ūkininkas apsėjo 2 kartus mažesnį plotą nei pupomis. Kiek hektarų žemės ūkininkas apsėjo žirniais ir kiek pupomis, jei žirniai užima 4 ha mažesnį plotą nei pupos?

452. Stačiakampis žemės sklypas, kurio ilgis 3 kartus didesnis už plotį, aptvertas tvora. Apskaičiuokite to sklypo plotą arais, jei tvoros ilgis yra 128 m.

453. Paveikslėlyje pavaizduotos svarstyklės yra pusiausviros. Ant kairiosios svarstyklių pusės padėti du buteliai su sultimis, o ant dešiniosios — butelis be sulčių (tuščias butelis).



Dalia išgėrė pusę butelio sulčių. Kiek gramų sulčių išgėrė Dalia, jei tuščias butelis yra dvigubai lengvesnis už butelį su sultimis?

APIBENDRINAME

Lygties $a \cdot x + b \cdot x = c$ ($a \neq 0$, $b \neq 0$) sprendimas:

$a \cdot x + b \cdot x = c$
$(a + b) \cdot x = c$

$x = c : (a + b)$

$2 \cdot x + 4 \cdot x = 12$
$(2 + 4) \cdot x = 12$
$6 \cdot x = 12 \quad | : 6$
$x = 12 : 6$
$x = 2$

Kai narių su nežinomúoju yra *abiejose* lygties pusėse, tai pirmiausia lygtį pertvarkome taip, kad tie nariai atsidurtų vienoje pusėje.

$6x + 3 = 2x - 5$

Prie abiejų lygties pusių galima pridėti (iš abiejų lygties pusių galima atimti) po tą patį skaičių ar reiškinį.
Abi lygties puses galima dauginti (dalyti) iš to paties skaičiaus (nelygaus 0).

$6x + 3 = 2x - 5 \quad | -2x - 3$
$6x - 2x = -5 - 3$
$4x = -8 \quad | : 4$
$x = -2$

Jeigu lygtyje yra skliaustai, tai patogu pirmiausia atskliausti.

$2(x - 1) - (x + 4) = 3$
$2x - 2 - x - 4 = 3$ ← atskliautėme
$x - 6 = 3$ ← sutraukėme panašiuosius narius
$x = 3 + 6$
$x = 9$

Tekstinius uždavinius dažnai patogu spręsti sudarant lygtis.

Darius sugalvojo skaičių, padaugino jį iš 2 ir, prie rezultato pridėjęs 7, gavo −121. Kokį skaičių sugalvojo Darius?

Sprendimas.

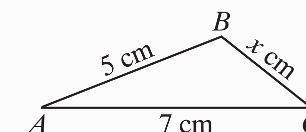
- Nežinomą dydį pasižymime raide. — Sugalvotą skaičių pažymėkime x.
- Pagal sąlygą sudarome lygtį. — $2 \cdot x + 7 = -121$.
- Išsprendžiame sudarytąją lygtį. — $2 \cdot x = -128$, $x = -64$.
- Pasitikriname. — $-64 \cdot 2 = -128$, $\quad -128 + 7 = -121$.
- Parašome atsakymą. — *Atsakymas.* Darius sugalvojo skaičių −64.



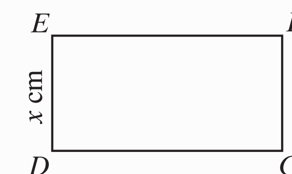
Lygtys, lygtys ir dar kartą lygtys...

Pirmiausia išspręskite 1)-ąją uždavinio dalį, tada 2)-ąją ir galiausiai 3)-iąją. Visose tose dalyse vienodos raidės žymi vienodus dydžius.

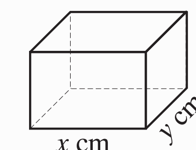
1) Trikampio ABC perimetras lygus trigubam kraštinės AB ilgiui. Sudarykite lygtį ir apskaičiuokite kraštinės BC ilgį x.



2) Stačiakampio $DEFG$ plotis DE lygus trikampio ABC kraštinės BC ilgiui. Stačiakampio ilgis yra y vienetų didesnis už jo plotį. Sudarykite lygtį ir apskaičiuokite stačiakampio ilgį, jei stačiakampio perimetras lygus 24 cm.



3) Stačiakampio gretasienio ilgis lygus stačiakampio $DEFG$ pločiui DE, gretasienio plotis yra y cm, o aukštis — z cm. Sudarykite lygtį ir apskaičiuokite stačiakampio gretasienio aukštį, jei jo viso paviršiaus plotas lygus 72 cm^2.



Pasitikrinimui. Jeigu gerai sudarėte ir išsprendėte visas tris lygtis, turėjote gauti, jog antrosios lygties sprendinys dvigubai didesnis už pirmosios lygties sprendinį ir 4 vienetais didesnis už trečiosios lygties sprendinį.

IŠ LYGČIŲ ISTORIJOS

Jau senų senovėje matematikos veikaluose pasitaikydavo lygčių, taip pat uždavinių, sprendžiamų lygtimis. Antai egiptiečių papiruse, rašytame apie 2000 metų prieš mūsų erą (jo autorius raštininkas Achmestas nurodo, kad tas matematikos veikalas yra kito senesnio veikalo nuorašas), yra uždavinių nežinomam skaičiui rasti. Tas nežinomasis buvo vadinamas „hau“ (krūva) ir žymimas hieroglifu.

SPRENDŽIAME

454. Išspręskite lygtį.
a) $5x + 3 = 6x - 7$; b) $5x - 6 = 7x + 6$; c) $10x - 6 = 6x + 5$;
d) $15 - 3x = x + 2$; e) $4 - 6x = 4 - 2x$; f) $-x - 1 = -3x - 1$.

455. Raskite lygties sprendinį.
a) $3x - 4 + 2x = 6 + 2x - 4$; b) $50 - 7y - 16 = 3y - 16$;
c) $-6x + 16 = 4x - 6x - 24$; d) $5y - 6 + y = 2y - 2$;
e) $2x - 12 + x = 3x + 4x$; f) $1 + 2y + 3y = -2y + 1 - 3y$;
g) $x + 2 = -x - 2$; h) $5y - y - 3 = y + 5y + 3$.

456. Išspręskite lygtį.
a) $1{,}5x + 0{,}08 = 0{,}08 + 1{,}4x$; b) $0{,}77 + 0{,}3x = 0{,}5 - 0{,}6x$;
c) $\frac{3}{4}y - 12 = -5 - \frac{1}{4}y - 12$; d) $\frac{2}{5} - \frac{2}{5}y = \frac{2}{5} - \frac{1}{10}y + 3$;
e) $0{,}7z + \frac{2}{3}z - 1 = 0{,}7z$; f) $2z - \frac{3}{5}z = 1\frac{1}{2}z + 2$;
g) $1{,}8x - 2\frac{1}{2}x - 31 = -2\frac{1}{4}x$; h) $0{,}5x - 2 = 1{,}4 - 1{,}5x + \frac{1}{2}x$.

457. Atskliauskite ir išspręskite lygtį.
a) $x + (4x - 1) = 4$; b) $3 - (4x + 1) = -2$;
c) $2x + (4x + 11) = -7$; d) $6 + (3 - x) = 10$;
e) $3y - (y - 1) = 7$; f) $-2y - (5 + y) = 13$;
g) $4y - (y + 2) = 7$; h) $2 + (-y - 3) = 11 + y$;
i) $7 + (3z - 8) = 8 + z$; j) $3z + (2z - 1) = -11 + z$;
k) $7z - (3z - 3) = 3 + 2z$; l) $z + 3 = z - 3 - (z - 2)$.

458. Išspręskite lygtį.
a) $3(2x - 1) + 7 = 5(x - 1) + 7$; b) $-5(y - 7) = 30 - (2y + 1)$;
c) $-2(x + 5) + 3 = 2 - 3(x + 1)$; d) $3(2y - 1) + 6y = 10y - 7$;
e) $4x - 2(x + 7) = 2x - 2(x - 1)$; f) $6(y - 3) = 10 - 2(y + 2)$;
g) $10 - 5(x - 1) = -4(x - 2)$; h) $3(2y+1) - 5(12y-7) = -42y+30$.

459. Raskite lygties sprendinį.
a) $0{,}7x + 5(5x - 1) - 2{,}7x = 6{,}5$; b) $0{,}3(0{,}4x + 0{,}2) + 0{,}36x = 3{,}42$;
c) $3{,}1(1 - 3y) + y = 0{,}4(y - 14)$; d) $0{,}8(0{,}5 - 2x) = 2x + 0{,}4$;
e) $1{,}7 - (x - 6{,}2) = -(8{,}5 + 3x)$; f) $7\left(x + \frac{2}{3}\right) - 4\left(x + \frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{3}$;
g) $\frac{1}{5}(x - 3) - 1 = \frac{1}{2}(x + 3) - \frac{2}{5}$; h) $\left(3x + 7\frac{1}{3}\right) - \left(6x - 2\frac{2}{3}\right) = 1$.



460. Raskite y reikšmę, su kuria:
a) reiškinių $y + 4$ ir $3y + 2$ reikšmės lygios;
b) reiškinio $y+4$ reikšmė 2 vienetais didesnė už reiškinio $3y+2$ reikšmę;
c) reiškinio $y + 4$ reikšmė 2 vienetais mažesnė už reiškinio $3y + 2$ reikšmę;
d) reiškinio $y + 4$ reikšmė 2 kartus mažesnė už reiškinio $3y + 2$ reikšmę.

461. Reiso metu žvejų laivas priėmė 30 žmonių iš sugedusio tralerio. Todėl maisto atsargų laive, kurių būtų užtekę 60 dienų, dabar užteko tik 50 dienų. Kiek žmonių buvo laive iš pradžių?
A 15 **B** 40 **C** 110 **D** 140 **E** 150

Uždavinius 462–466 išspręskite sudarę lygtis.

462. Prie sugalvoto skaičiaus pridėjau 5, sumą padauginau iš 9, pridėjau sugalvotąjį skaičių ir gavau 225. Kokį skaičių sugalvojau?

463. Raskite tris iš eilės einančius sveikuosius skaičius, jei:
a) jų suma lygi 18; b) jų suma lygi -12.

464. Pirmame sklype yra 9 serbentų krūmais daugiau negu antrame. Jeigu iš antrojo sklypo 3 krūmus persodintume į pirmąjį, tai pirmajame sklype serbentų krūmų būtų 1,5 karto daugiau negu antrajame. Kiek serbentų krūmų yra pirmajame sklype?

465. Kad laiku grąžintų knygą į biblioteką, mokinys kas dieną turėjo perskaityti po 40 puslapių. Bet jis kas dieną perskaitydavo 15 puslapių mažiau ir grąžino knygą 6 dienomis vėliau. Per kiek laiko mokinys turėjo perskaityti knygą?

466. Įstaiga pirko kėdžių kabinetams. Kiekviename kabinete statant po 3 kėdes, trūktų 3 kėdžių. Kiekviename kabinete statant po 2 kėdes, liktų 2 kėdės. Kiek įstaiga nupirko kėdžių ir kiek joje yra kabinetų?


467. Klasės matematikos olimpiadoje reikėjo išspręsti 8 uždavinius. Už kiekvieną teisingai išspręstą uždavinį buvo skiriami 5 taškai, o už kiekvieną neispręstą arba neteisingai išspręstą — atimami 3 taškai. Kiek uždavinių mokinys išsprendė teisingai, jeigu jis už darbą gavo 16 taškų?


468. Senovės matematikas Diofantas gyveno III amžiuje. Ant jo kapo buvo toks užrašas:
„Praeivi! Po šiuo akmeniu ilsisi kūnas Diofanto, kuris mirė gana senas. $\frac{1}{6}$ savo gyvenimo jis gyveno vaiko amžių, $\frac{1}{12}$ — jaunuolio, $\frac{1}{7}$ — jaunikio. Penkeriems metams po vestuvių praslinkus, susilaukė sūnaus, kuris gyveno 2 kartus trumpiau negu tėvas. Ketvirtaisiais metais po sūnaus mirties mirė ir jis pats.
Pasakyk, jei moki skaičiuoti, kokio amžiaus sulaukęs, Diofantas mirė?“



PASITIKRINAME

469. Iš duotųjų lygčių nurodykite tas, kurių sprendinys yra 5.

A $x - 5 = 10$ **B** $5 \cdot x = 0$ **C** $2x + 1 = 11$
D $0 \cdot x = 5$ **E** $-x = -5$ **F** $-1 \cdot x = -x$
G $-x : 5 = -1$ **H** $5 : x = -1$ **I** $2 - x = -3$

470. Nespręsdami lygties nustatykite, kuris iš skaičių -3; -1; 0; 1; 3 yra jos sprendinys.

a) $x + 2 = 3$; b) $-3x = 0$; c) $x - 9 = -10$;
d) $-4 + x = -1$; e) $x : (-3) = -1$; f) $3 : x = -1$.

471. Nustatę, ką reikėtų pridėti prie (atimti iš) abiejų lygties pusių, ieškant nežinomojo, išspręskite lygtį.

a) $x + 2 = 12$; b) $2 + y = -2$; c) $z + 18 = 18$;
d) $-1{,}7 + x = 3$; e) $\frac{1}{2} + y = 2\frac{1}{2}$; f) $-\frac{1}{8} + z = \frac{1}{8}$;
g) $x - 2 = 12$; h) $y - 2 = -6$; i) $z - 2 = -2$;
j) $x - 3{,}2 = 5$; k) $y - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$; l) $z - 2\frac{1}{2} = -3$.

472. Nustatę, iš ko reikia padalyti (padauginti) abi lygties puses, ieškant nežinomojo, išspręskite lygtį.

a) $3x = -9$; b) $\frac{1}{3}y = -9$; c) $-5z = -10$;
d) $\frac{1}{4}x = 10$; e) $3y = -4{,}5$; f) $-0{,}2z = 10$;
g) $x : 3 = 7$; h) $y : (-2) = 8$; i) $z : 4 = -1$;
j) $x : \left(-\frac{1}{2}\right) = -4$; k) $y : (-0{,}3) = 3$; l) $z : 1{,}2 = -2$.

473. Išspręskite lygtį.

a) $5x + 3 = 28$; b) $4y + 7 = -21$; c) $-3z + 1 = -17$;
d) $6x - 7 = 11$; e) $3y - 4 = -40$; f) $-5z - 5 = 45$.

474. Išspręskite lygtį.

a) $x : 3 + 4 = 8$; b) $y : 2 + 3 = -7$; c) $z : (-5) + 2 = -4$;
d) $x : 2 - 5 = 3$; e) $y : 4 - 1 = -4$; f) $z : (-3) - 2 = 1$.

475. Raskite lygties sprendinį.

a) $\frac{x}{2} + 3 = 11$; b) $\frac{x}{8} + 5 = -5$; c) $\frac{x}{10} + 10 = 1$;
d) $\frac{x}{4} - 5 = 1$; e) $\frac{x}{9} - 3 = 6$; f) $\frac{x}{5} - 4 = -9$.

476. Išspręskite lygtį.

a) $4x + 6x = 20$; b) $2y + 3y = -15$; c) $-3z + z = 8$;
d) $6x - 4x = 14$; e) $10y - 2y = -16$; f) $-5z - z = -12$.

477. Išspręskite lygtį.

a) $2x = x + 4$; b) $2x = x - 14$; c) $6x = 10 - 4x$;
d) $2y - 3 = y + 3$; e) $y - 3 = 3y + 3$; f) $5y - 5 = 35 - 3y$;
g) $3 + 2z = 5z + 6$; h) $-5z = -2z - 6$; i) $2z + 1 = -8 + 11z$.

478. Raskite lygties sprendinį.

a) $x + (x + 5) = 15$; b) $3y + (2y - 4) = -19$;
c) $2x + (-3x + 4) = 8$; d) $3y + (-5 - y) = -23$;
e) $2x - (x + 3) = 9$; f) $y - (2y - 3) = 10$;
g) $2x - (-x + 8) = 13$; h) $2y - (-6 - y) = -30$.

479. Išspręskite lygtį.

a) $5(x + 3) + 17 = 42$; b) $3(-y + 5) = -y + 7$;
c) $-4(5 - x) + 19 = 2x - 5$; d) $-2(-7 - y) = -2y - 26$.

480. Su kuria a reikšme:

a) reiškinio $6a - 3$ reikšmė lygi -39?
b) reiškinių $2a - 13$ ir $a + 3$ reikšmės yra lygios?
c) reiškinio $8 - 5a$ reikšmė vienetu mažesnė už reiškinio $1 - a$ reikšmę?

481. a) Vienas teigiamas skaičius 4 kartus didesnis už kitą, o jų skirtumas lygus 15. Raskite tuos skaičius.
b) Vienas teigiamas skaičius 8 kartus mažesnis už kitą, o jų skirtumas lygus 49. Raskite tuos skaičius.

482. Dvi trikampio kraštinės yra lygios, o trečioji — dvigubai trumpesnė už vieną iš jų. Apskaičiuokite trikampio kraštinių ilgius, kai jo perimetras lygus 75 cm.

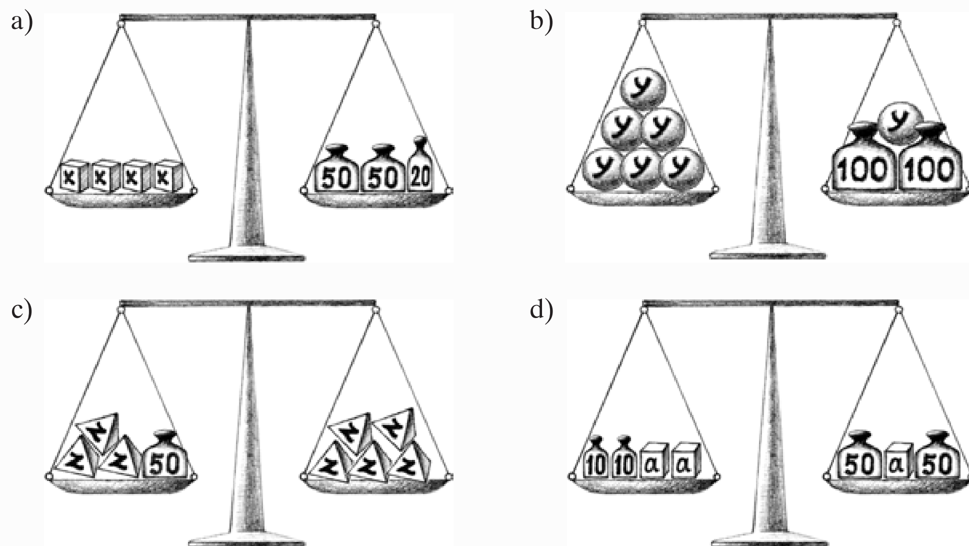
483. Stačiakampis žemės sklypas, kurio ilgis 4 metrais didesnis už plotį, aptvertas tvora. Apskaičiuokite to sklypo plotą, jei tvoros ilgis yra 128 m.

484. Pirmoje knygų lentynoje yra 75 knygos, o antroje — 27 knygos. Kiek knygų reikia perstatyti iš pirmosios lentynos į antrąją, kad antrojoje lentynoje būtų dvigubai mažiau knygų nei pirmojoje?

485. a) Virvė, kurios ilgis 9,2 m, perpjauta į dvi dalis taip, kad viena dalis 2 m ilgesnė už kitą. Apskaičiuokite kiekvienos dalies ilgį.
b) Virvė, kurios ilgis 9,2 m, perpjauta į dvi dalis taip, kad viena dalis 2 m trumpesnė už kitą. Apskaičiuokite kiekvienos dalies ilgį.

Svarstyklės ir lygtys

1 užduotis. Remdamiesi paveikslėliu, užrašykite pavaizduotą situaciją lygtimi ir tą lygtį išspręskite.



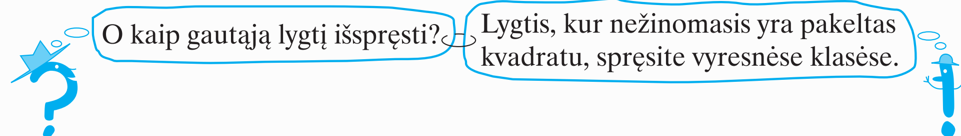
2 užduotis. Išspręskite uždavinį sudarydami lygtį.
Aš sugalvojau skaičių, jį padauginau iš 2, tada atėmiau 8 ir gautąjį skaičių padauginau iš 3. Tada iš gautojo rezultato atėmiau dvigubą sugalvotą skaičių ir gavau sugalvotą skaičių. Kokį skaičių aš sugalvojau?

3 užduotis.

1) Pagal uždavinio sąlygą sudarykite lygtį.

   Aš sugalvojau skaičių, jį padauginau iš jo paties, tada iš gautojo skaičiaus atėmiau trigubą sugalvotą skaičių ir gavau nulį.

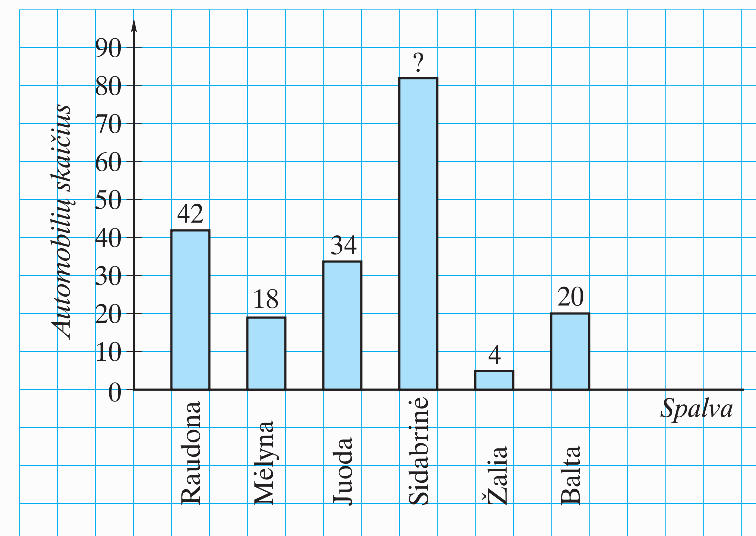
2) Kurie iš skaičių
   $-3, \quad -2, \quad -1, \quad 0, \quad 1, \quad 2, \quad 3$
   yra tos lygties sprendiniai?



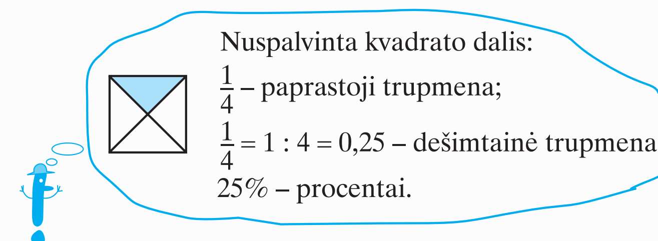


KARTOJAME

486. Tautrimas valandą stebėjo, kokios spalvos automobiliai pravažiavo pro jo namą. Gautus duomenis jis pavaizdavo stulpeline diagrama.



1) Kiek iš viso tą valandą pravažiavo automobilių pro Tautrimo namą, jei balti automobiliai sudarė $\frac{1}{10}$ pravažiavusių automobilių skaičiaus?
2) Kiek tą valandą pravažiavo sidabrinių automobilių?
3) Kurią visų pravažiavusių automobilių dalį sudarė sidabriniai automobiliai? Atsakymą parašykite paprastąja trupmena.
4) Kurios spalvos automobilių pravažiavo mažiausiai? Kurią visų pravažiavusių automobilių dalį jie sudarė? Atsakymą parašykite dešimtaine trupmena.
5) Kurią visų pravažiavusių automobilių dalį sudarė raudoni automobiliai? Atsakymą parašykite paprastąja trupmena; dešimtaine trupmena; procentais.



6) Kiek procentų visų pravažiavusių automobilių sudarė mėlyni, juodi, sidabriniai, žali ir balti automobiliai kartu?

1. DUOMENYS

31. 1) 3; 4; 3; 2) penktadienį; ketvirtadienį; 3) a) $\frac{6}{200}=\frac{3}{100}$; b) 0,03; c) 3%.

32. 1) Vaikų; vyrų; 2) 400; 3) 120; 4) 50%; 5)

Moterys	Vyrai	Vaikai
120	80	200

34. 1) a) Po lygiai; b) mergaičių; c) aštuntokių mergaičių; 2) a) 800; b) 800; c) 1000.
3)

7B	8B
7M	8M

35. 1) 7; 8; 8; 2) ne; taip — jei gaus 10 arba 9; 3) matematika — 8; anglų — 8; geografija — 8,5; 4) matematika — 10; anglų — 8 ir 9; geografija — 9.

2. VEIKSMAI SU TEIGIAMAISIAIS IR NEIGIAMAISIAIS SKAIČIAIS

166. a) -18; b) 20; c) $-\frac{3}{4}$; d) $\frac{8}{5}$; e) $-0{,}5$; f) 3,2. **167.** a) 15; b) 8; c) 2,5; d) $1\frac{2}{3}$; e) 0.

168. a) $\frac{1}{18}$; b) $-\frac{1}{24}$; c) $\frac{9}{5}$; d) $-\frac{15}{7}$; e) 2,5; f) $-\frac{100}{12}=-\frac{25}{3}$.

169. 0,23; 0,(23); 0,2(3); 0,32; 0,3(2); 0,(32).

170. a) $\approx 0{,}33$; b) $\approx 0{,}67$; c) $\approx 0{,}56$; d) $\approx 0{,}64$; e) $\approx 0{,}94$.

171. a) 28,7; 27,3; 19,6; 40; b) 4,83; 4,37; 1,058; 20; c) $2\frac{11}{15}$; $2\frac{1}{15}$; $\frac{4}{5}$; $7\frac{1}{5}$.

172. a) 30; b) 106; c) -97; d) 42; e) 13; f) 4.

173. a) -12; b) -30; c) 5; d) 0,1; e) 0; f) 0; g) -1; h) -1; i) 0.

174. a) 0; b) 0; c) 15; d) 26,7; e) 1; f) $-\frac{8}{5}=-1\frac{3}{5}$; g) 0; h) $2\frac{1}{3}$; i) 3.

175. a) 7; b) -5; c) 20; d) 0.

176. a) $-6-4-7-1=-18$; b) $19+9-8-3=17$; c) $-3{,}8+4{,}2+3{,}2-2{,}6=1$; d) $-\frac{3}{5}-\frac{2}{5}-\frac{7}{11}-\frac{4}{11}=-2$.

177. a) -30; b) -1; c) 0,7; d) $\frac{7}{3}=2\frac{1}{3}$; e) $-3\frac{3}{5}$; f) 0.

178. a) 12; b) 4; c) $-0{,}1$; d) $-\frac{2}{3}$; e) 3; f) 0. **179.** a) -300; b) 1300; c) -35; d) 6600.

180. a) $40>20$; b) $-8=-8$; c) $24<48$; d) $-3<-\frac{3}{49}$.

181. $-23{,}5$. **182.** a) 74; b) -240; c) $-\frac{21}{50}$; d) $-16\frac{1}{8}$.

3. LAIPSNIAI

274. a) 25; b) 0,027; c) 49; d) $-0{,}064$; e) $\frac{9}{64}$; f) $-\frac{1}{216}$; g) $10\frac{9}{16}$; h) $-4\frac{17}{27}$.

275. a) $(-14)^{12}$; b) $(-28)^2$; c) $(-56)^2$; d) $(-58)^3$.

276. a) $(-8)^{17}<0$; b) $-17^{10}<0$; c) $-15^9<0$; d) $(-21)^{12}>0$; e) $(-3{,}9)^{20}>0$; f) $(-0{,}04)^{15}<0$; g) $\left(-2\frac{5}{6}\right)^{14}>0$; h) $-17{,}3^{21}<0$.

277. a) 22; b) 3; c) -22; d) 14; e) -15; f) -3; g) 36; h) -32; i) 3; j) -9; k) 16; l) -5.

278. a) 12; b) 5; c) 4; d) 5; e) -23; f) 1; g) 2; h) -54.

279. a) 4^8; b) $(-9)^9$; c) $0{,}6^{13}$; d) $\left(-\frac{3}{4}\right)^{12}=\left(\frac{3}{4}\right)^{12}$; e) 5^9; f) $\left(7\frac{1}{2}\right)^{15}$; g) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{10}=\left(\frac{2}{5}\right)^{10}$; h) $\left(\frac{3}{7}\right)^4$; i) $(-2)^8=2^8$.

280. a) 5^4; b) $(-7)^3$; c) $2{,}3^2$; d) $\left(-\frac{7}{9}\right)^8=\left(\frac{7}{9}\right)^8$; e) $\left(3\frac{4}{5}\right)^7$; f) $0{,}7^6$.

281. a) 1; b) 1; c) 16; d) 1; e) 1; f) 27.

282. a) 64; b) 81; c) 125; d) 32; e) 27; f) 1 000 000.

283. a) 7^6; b) 10^{12}; c) $(-3)^{30}=3^{30}$; d) $0{,}5^{120}$; e) $\left(\frac{3}{4}\right)^{12}$; f) $\left(-1\frac{3}{5}\right)^{14}=\left(1\frac{3}{5}\right)^{14}$.

284. a) 8; b) 4; c) 5; d) 6; e) 5; f) 4; g) 24; h) 5.

285. a) 4; b) 27; c) -7; d) 25; e) 16; f) -27.

286. a) -3; b) -18; c) -12; d) 22; e) 97; f) -90; g) -130; h) 57.

287. a) 52; b) 6; c) 144; d) -2; e) -100; f) 2.

4. REIŠKINIAI

366. 1) a) $(a+b)\ell$; b) $3(a+b)\ell$; 2) a) $7\,\ell$; b) $21\,\ell$.

367. 1) a) $1{,}2a$ Lt; b) $2b$ Lt; c) $(1{,}2a+2b)$ Lt; 2) a) 240 Lt; b) 240 Lt; c) 480 Lt.

368. a) $5(x+y)$ m; b) $20(x+y)$ m; c) $(30x+40y)$ m.

369. a) 12; 6; 0; b) 1; 0; -1; c) 20; -5; 20; d) 12; 0; 6.

370. a) $19a$; b) $5b^2$; c) $-3cd$; d) $4a$; e) $-10b^2$; f) $16cd$.

371. a) $15a$; b) $-6a^2b$; c) $6a^3$; d) b; e) $-3{,}5ab$; f) $0{,}5a^2$; g) $\frac{1}{8}a^3$; h) $0{,}01a^2b^2$; i) $4a^6$.

372. a) $-2x+4$; b) $5y-3$; c) $6x+2$; d) $-6y$; e) $7x+a$; f) $4b$.

373. a) $3x+6$; b) $-6-2x$; c) x^2+5x; d) $12-4y$; e) $-3y+3$; f) $-4y+y^2$; g) $4x^2+8x$; h) $-10x-2x^2$; i) $12x+12x^2$; j) $2y^2-6y$; k) $-4y^2+8y$; l) $-10y+15y^2$.

374. a) $x(x+4)=x^2+4x$; b) $2x(x-3)=2x^2-6x$; c) $2x(4x-1)=8x^2-2x$.

375. a) $9x+3$; b) $5x+4$; c) $-5x-28$; d) $15-10x$; e) $2x^2-4x$; f) $7x^2+7x$; g) $2x^2$; h) $-14x^2+x$.

376. a) $5x$; -10; b) $2x-6$; -5; c) $10x-20$; -19.

5. LYGTYS

469. C, E, F, G, I. **470.** a) 1; b) 0; c) -1; d) 3; e) 3; f) -3.

471. a) 10; b) -4; c) 0; d) 4,7; e) 2; f) $\frac{1}{4}$; g) 14; h) -4; i) 0; j) 8,2; k) $\frac{2}{3}$; l) $-\frac{1}{2}$.

472. a) -3; b) -27; c) 2; d) 40; e) $-1{,}5$; f) -50; g) 21; h) -16; i) -4; j) 2; k) $-0{,}9$; l) $-2{,}4$.

473. a) 5; b) -7; c) 6; d) 3; e) -12; f) -10. **474.** a) 12; b) -20; c) 30; d) 16; e) -12; f) -9.

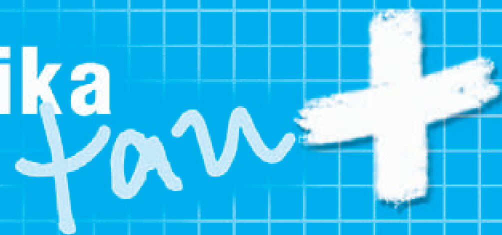
475. a) 16; b) -80; c) -90; d) 24; e) 81; f) -25. **476.** a) 2; b) -3; c) -4; d) 7; e) -2; f) 2.

477. a) 4; b) -14; c) 1; d) 6; e) -3; f) 5; g) -1; h) 2; i) 1.

478. a) 5; b) -3; c) -4; d) -9; e) 12; f) -7; g) 7; h) -12. **479.** a) 2; b) 4; c) -2; d) -10.

480. a) $a=-6$; b) $a=16$; c) $a=2$. **481.** a) 20 ir 5; b) 56 ir 7. **482.** 15 cm, 30 cm, 30 cm.

483. 1020 m^2. **484.** 7. **485.** a) 5,6 m ir 3,6 m; b) 3,6 m ir 5,6 m.



7 KLASĖ

2 dalis

TEV

TURINYS

Praėjus beveik penkiolikai metų nuo pirmojo TEV vadovėlio pasirodymo, pristatome jau trečiąją savo matematikos vadovėlių seriją. Atnaujinus Pagrindinio ugdymo bendrąsias programas, teko peržiūrėti tiek vadovėlių turinį, tiek jų formą. Kartu pasistengėme į naująją seriją „Matematika Tau⁺" perkelti ir atnaujintų programų dvasią.

Galbūt matematinės beletristikos mėgėjai mūsų vadovėliuose pasiges spalvingų piešinukų, pamokymų, kaip susikrauti kuprinę, dvasingų pokalbių „aplink" matematiką. Tačiau juose ras daug ***tikrosios matematikos****: įdomios ir patraukiančios, užkrečiančios ir viliojančios, įvairių poreikių ir skirtingos motyvacijos vaikams. Ir* ***realių taikymų****, ryšių su aplinkiniu pasauliu bei kitais mokomaisiais dalykais.*

Prieš skyriaus turinio puslapį yra įvadas, **kurio tikslas – patraukliai supažindinti su tema, nagrinėjama šiame skyriuje.**

Stipresniems mokiniams skirti skyreliai

Pateikiama skyriaus teorijos santrauka ir pavyzdžiai.

Uždavinių atverstiniai žinioms pagilinti ir įtvirtinti. Paskutiniai uždaviniai, pažymėti ženkleliu, skirti smalsesniems.

Baigiamieji skyreliai skirti:

- **Pasitikrinti, kaip pavyko suprasti ir įsiminti skyriuje nagrinėtus dalykus.**
- **Pasikartoti ankstesnę medžiagą ir pasirengti nagrinėti kitą skyrių.**

Po atverstinio „Pasitikriname" **grįžtama prie įvadiniame puslapyje nagrinėto klausimo.**

6 PROCENTAI

Žiūrime filmą

Žiūrime filmą

20% 29% 8% x%

Mes kuriame *vadovėlius, orientuotus į ateitį, skirtus šiuolaikiškiems vaikams ir kūrybingiems mokytojams. Kiekvienas TEV vadovėlių komplektas nuo šiol turės bent vieną kompiuterinę mokymo priemonę, kiekvieno vadovėlio kompiuterinę versiją bus galima rasti internete.*

Mes siekiame*, kad mokiniai ne tik skaitytų vadovėlio tekstą, bet ir dirbtų su vadovėliu, pasitelkę kompiuterines mokymo priemones, naudotųsi interneto ištekliais, bendrautų su mokytojais, taikant informacinių technologijų pasiekimus ugdymo procese.*

Mes norime*, kad mokytojai ne tik aktyviai naudotų prie vadovėlio priderintas papildomas mokymo priemones, bet ir patys tobulintų vadovėlio turinį, diferencijuotų mokymą, integruotų matematiką su kitais dalykais, naudodami mobilias interaktyvias kompiuterines (MIKO) knygas, kurios įeina į kiekvienos klasės vadovėlių komplektą.*

Įvado pabaigoje pateikiamos teminės užduotys ir trumpa skyriaus anotacija

3 užduotis. Parteryje ir balkone iš viso yra 200 vietų. Filmą žiūrėjo 156 žiūrovai. Kiek procentų kino salės visų sėdimų vietų užėmė žiūrovai?

O aš šiuos uždavinius moku išspręsti sudarydamas proporciją.

O kas tai yra proporcija?

Atsakymą į šį klausimą sužinosite skyriuje „Procentai".

***Šiame skyriuje*:**

- prisiminsite, kas yra procentas;
- pakartosite, kaip rasti skaičiaus dalį, išreikštą procentais, kai žinomas visas skaičius; kaip rasti visą skaičių, kai žinoma jo dalis, išreikšta procentais;
- išmoksite surasti, kiek procentų sudaro duotojo skaičiaus dalis;
- sužinosite, kas yra proporcija bei pagrindinė proporcijos savybė;
- išmoksite spręsti procentų uždavinius sudarydami proporciją.

Pagrindinių skyrelių atverstiniai, skirti visiems mokiniams:

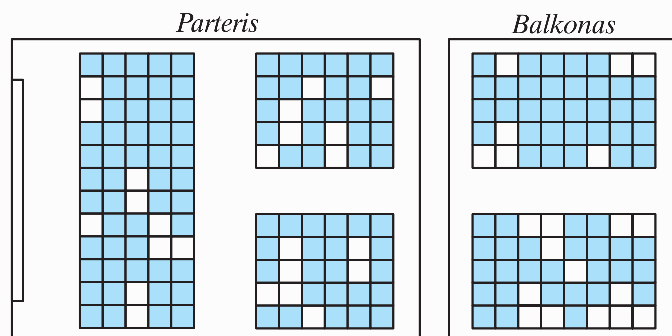
- **Kairiajame puslapyje yra teorinė medžiaga. Ji pateikiama klausimais ir užduotimis, kurias atlikti padeda šauktukas ir klaustukas. Kas yra svarbiausia – surašyta lentoje.**
- **Dešiniajame puslapyje yra tik su tuo skyreliu susiję uždaviniai.**

Mūsų tikslas buvo parengti vadovėlių komplektą – pagalbininką mokytojui, draugišką bet kuriam mokiniui. Kaip tai pavyko – sužinosime po kelerių metų, tačiau atsiliepimų, pastabų, kritikos laukiame visada. Mūsų vadovėlių komplektai yra „gyvi", atsinaujinantys, nuolat tobulinami, todėl visa tai, kas padėtų pagerinti mūsų kūrinį, atsiras kituose leidimuose.

Ačiū Jums iš anksto!



Žiūrime filmą



1 užduotis. Kino salės parteryje iš viso yra 120 vietų. Kino seanso metu buvo užimta 80% visų parterio vietų. Kiek žiūrovų sėdėjo parteryje?

100% atitinka 120 vietų, tai
1% atitinka 120 : 100 = 1,2 vietos,
o 80% atitinka 1,2 · 80 = 96 vietas.

2 užduotis. Kino seanso metu balkone sėdėjo 60 žiūrovų, o tai yra 75% visų balkone esančių vietų. Kiek vietų yra balkone?

75% atitinka 60 vietų, tai
1% atitinka 60 : 75 = 0,8 vietos,
o 100% atitinka 0,8 · 100 = 80 vietų.

3 užduotis. Parteryje ir balkone iš viso yra 200 vietų. Filmą žiūrėjo 156 žiūrovai. Kiek procentų kino salės visų sėdimų vietų užėmė žiūrovai?

156 vietos sudaro
$\frac{156}{200} = \frac{78}{100} = 0{,}78$ visų vietų;
$\frac{78}{100} = 0{,}78$ atitinka 78%.

O aš šiuos uždavinius moku išspręsti sudarydamas proporciją.

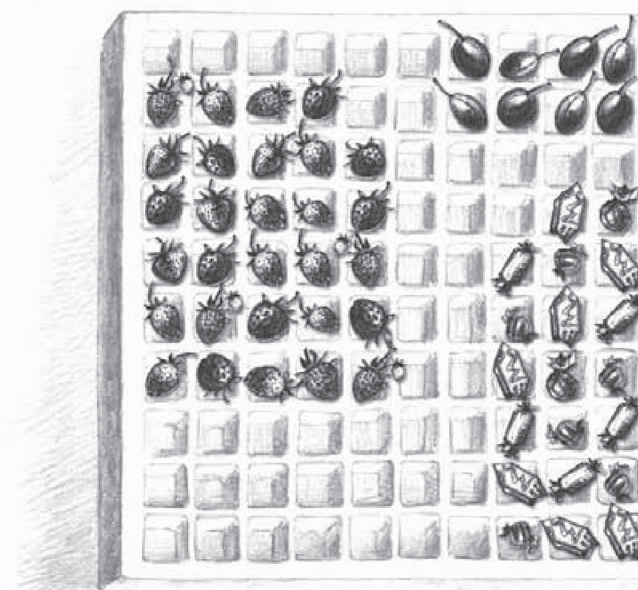
O kas tai yra proporcija?

Atsakymą į šį klausimą sužinosite skyriuje „Procentai“.

Šiame skyriuje:

- prisiminsite, kas yra procentas;
- pakartosite, kaip rasti skaičiaus dalį, išreikštą procentais, kai žinomas visas skaičius; kaip rasti visą skaičių, kai žinoma jo dalis, išreikšta procentais;
- išmoksite surasti, kiek procentų sudaro duotojo skaičiaus dalis;
- sužinosite, kas yra proporcija bei pagrindinė proporcijos savybė;
- išmoksite spręsti procentų uždavinius sudarydami proporciją.

6 PROCENTAI



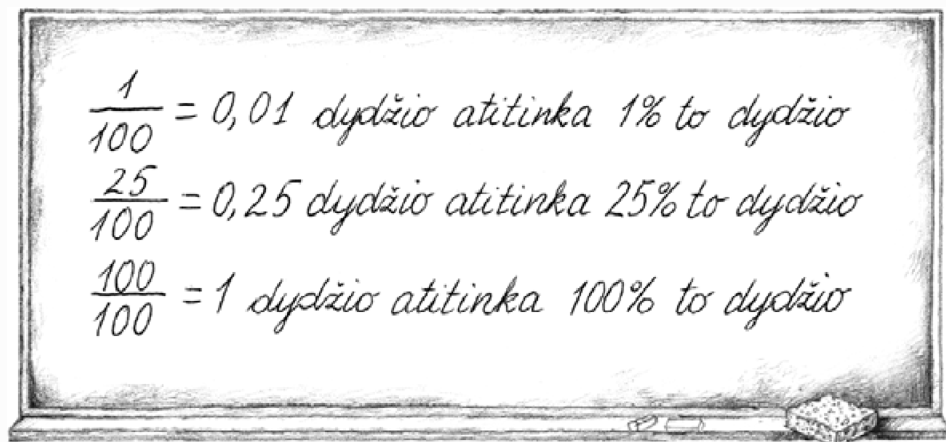
20%

29%

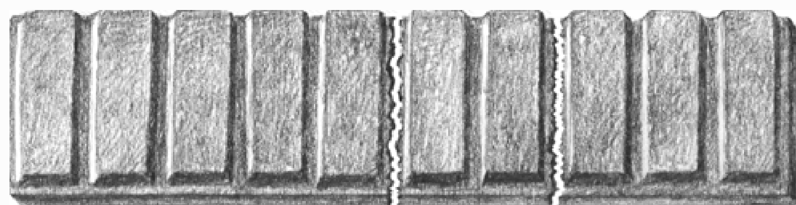
8%

x%

40 TRUPMENOS IR PROCENTAI

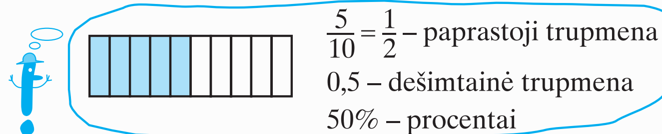


Užduotis. Julius suvalgė pusę pavaizduotos šokolado plytelės, o Agnė — penktadalį tos plytelės.



Juliui Agnei Liko

1) Kiek lygių gabalėlių sudarė šokolado plytelę?
2) Kiek gabalėlių plytelės suvalgė Julius ir kiek — Agnė?
3) Kurią plytelės dalį suvalgė Agnė? Atsakymą parašykite:
   a) paprastąja trupmena; b) dešimtaine trupmena; c) procentais.



$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ – paprastoji trupmena
0,5 – dešimtainė trupmena
50% – procentai

4) Kuri plytelės dalis liko? Atsakymą parašykite:
   a) paprastąja trupmena; b) dešimtaine trupmena; c) procentais.

Dydžio dalį reiškiančią trupmeną keisdami procentais, tą trupmeną dauginame iš 100.

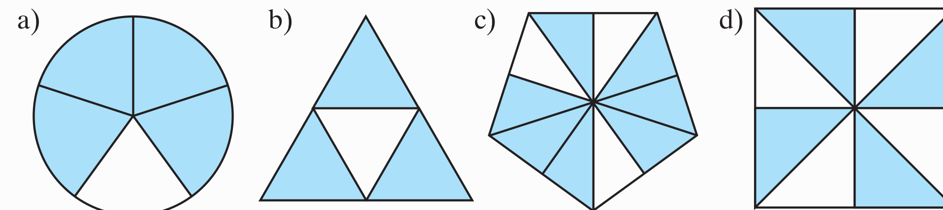
$\frac{1}{2}$ skaičiaus atitinka $\frac{1}{2} \cdot 100 = 50(\%)$ to skaičiaus.

Dydžio dalį reiškiančius procentus keisdami trupmena, procentų skaičių dalijame iš 100.

50% skaičiaus atitinka $50 : 100 = 0{,}5 = \frac{1}{2}$ to skaičiaus.



1. Figūra padalyta į lygias dalis.



1) Kuri figūros dalis nuspalvinta? Atsakymą užrašykite paprastąja trupmena; dešimtaine trupmena; procentais.
2) Kiek procentų figūros nenuspalvinta?

2. Kiek procentų atitinka dešimtaine trupmena nurodyta skaičiaus dalis?

a) 0,02; b) 0,37; c) 0,6;
d) 1,05; e) 1,99; f) 2,7;
g) 0,003; h) 0,052; i) 0,384.

0,217 skaičiaus atitinka $0{,}217 \cdot 100 = 21{,}7(\%)$ to skaičiaus.

3. Kiek procentų atitinka paprastąja trupmena nurodyta skaičiaus dalis?

a) $\frac{9}{100}$; b) $\frac{3}{10}$; c) $\frac{17}{1000}$;
d) $\frac{123}{100}$; e) $\frac{51}{10}$; f) $\frac{1009}{1000}$;
g) $\frac{17}{20}$; h) $\frac{7}{25}$; i) $\frac{7}{8}$;
j) $\frac{9}{5}$; k) $\frac{7}{4}$; l) $\frac{13}{8}$.

$\frac{3}{8}$ skaičiaus atitinka $\frac{3}{8} \cdot 100 = 37{,}5(\%)$ to skaičiaus.

4. Procentais nurodytą skaičiaus dalį užrašykite dešimtaine ir paprastąja trupmenomis.

a) 7%; b) 43%; c) 80%;
d) 106%; e) 200%; f) 233%;
g) 0,2%; h) 13,5%; i) 51,3%.

21,7% skaičiaus atitinka $21{,}7 : 100 = 0{,}217 = \frac{217}{1000}$ to skaičiaus.

5. Ūkininkas nušienavo dalį pievos. Kiek procentų pievos nušienavo ūkininkas, jei nušienauta pievos dalis lygi:

a) 0,8? b) 0,62? c) 0,99? d) 0,525? e) 0,875?
f) $\frac{1}{2}$? g) $\frac{3}{5}$? h) $\frac{9}{20}$? i) $\frac{1}{8}$? j) $\frac{23}{40}$?

6. Suvalgyta torto dalis išreikšta procentais:

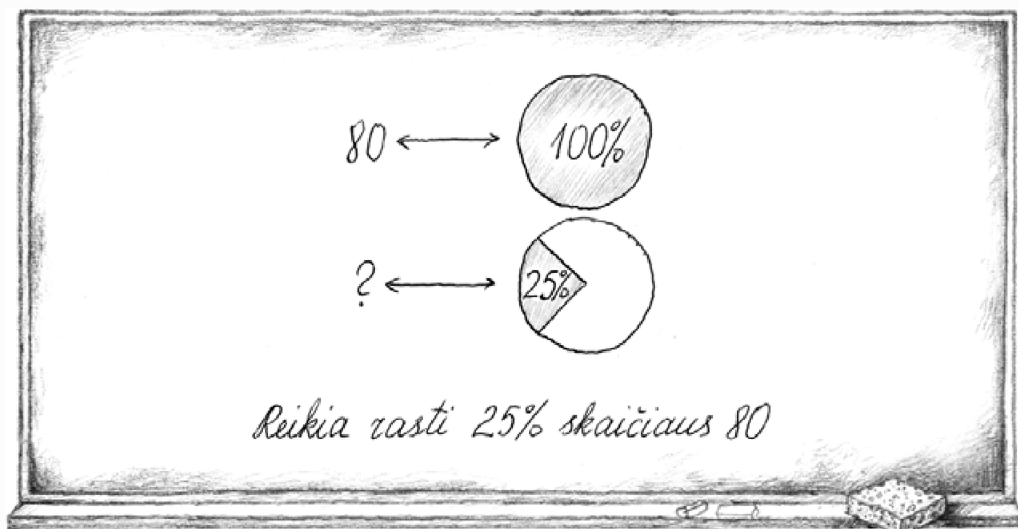
a) 50%; b) 60%; c) 25%; d) 55%; e) 62,5%; f) 2,5%.

Kuri torto dalis liko nesuvalgyta? Atsakymą parašykite procentais, dešimtaine trupmena ir paprastąja trupmena.

IEŠKOME SKAIČIAUS DALIES

41

1 užduotis. Mokykloje mokosi 80 septintokų. 25% septintokų lanko šokių būrelį. Kiek septintokų lanko šokių būrelį?



Panagrinėkite, kaip šį uždavinį sprendė !.

Kadangi 100% atitinka 80 mokinių, tai
1% atitinka $80 : 100 = \frac{80}{100} = 0{,}8$ mokinio.

Kadangi 1% atitinka 0,8 mokinio, tai
25% atitinka $0{,}8 \cdot 25 = 20$ mokinių.

Atsakymas. Šokių būrelį lanko 20 septintokų.

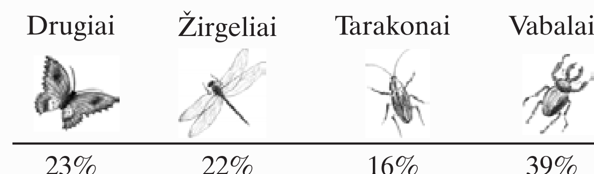
2 užduotis. Iš 80 aštuntokų 40% lanko sporto būrelį. Kiek aštuntokų lanko sporto būrelį?

80 ⟶ 100%
? ⟶ 40%

Reikia rasti 40% skaičiaus 80

7. Apskaičiuokite skaičiaus 3200:
a) 1%; b) 10%; c) 25%; d) 50%; e) 75%; f) 100%.

8. Mokyklos gamtininkų kolekcijoje yra 600 vabzdžių. Paveikslėlyje pavaizduota, kiek procentų šių vabzdžių sudaro drugiai, kiek — žirgeliai, kiek — tarakonai ir kiek — vabalai.



Drugiai	Žirgeliai	Tarakonai	Vabalai
23%	22%	16%	39%

Kiek kolekcijoje yra: a) drugių? b) žirgelių? c) tarakonų? d) vabalų?

9. Lietuvos plotas yra maždaug 65 300 kvadratinių kilometrų. Diagramoje pavaizduota, kurią dalį (procentais) Lietuvos ploto užima laukai ir pievos, kurią — miškai ir krūmai, kurią — pelkės ir vanduo ir kurią — kitos žemės.

Laukai ir pievos 57%	Miškai ir krūmai 30%	Pelkės ir vanduo 7%	Kitos žemės 6%

Kiek kvadratinių kilometrų Lietuvos ploto užima:
a) laukai ir pievos? b) miškai ir krūmai?
c) pelkės ir vanduo? d) kitos žemės?

10. Mokykloje mokosi 120 septintokų. Sporto būrelius lanko 30% septintokų, iš kurių 25% yra mergaitės.
1) Kiek septintokų lanko sporto būrelius?
2) Kiek iš jų yra mergaičių ir kiek berniukų?

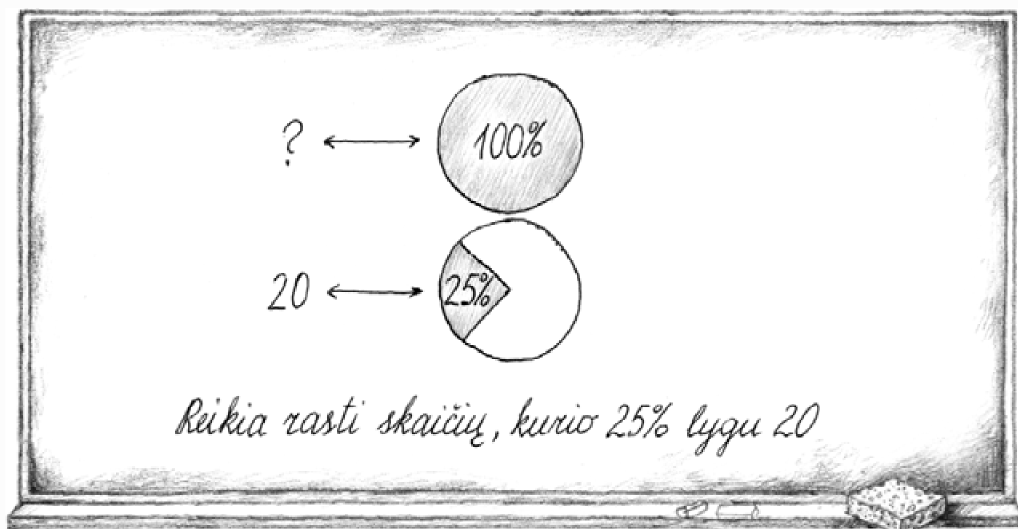
11. Dionizas laikraštyje perskaitė tokią informaciją.

Lietuvoje gyvena maždaug 3,4 mln. žmonių (2006 m. duomenimis). Mieste gyvena maždaug 67% Lietuvos gyventojų, iš kurių 46% yra vyrai. Maždaug 17% visų Lietuvos gyventojų yra kaime gyvenančios moterys.

Padėkite Dionizui atsakyti į klausimus.
1) Kiek Lietuvos gyventojų gyvena mieste? kaime?
2) Kiek Lietuvos miestuose gyvena vyrų? moterų?
3) Kiek Lietuvos kaimuose gyvena vyrų? moterų?

42 IEŠKOME VISO SKAIČIAUS

1 užduotis. Šokių būrelį lanko 20 septintokų, o tai yra 25% visų mokyklos septintokų. Kiek septintokų mokosi mokykloje?



Panagrinėkite, kaip šį uždavinį sprendė !.

Kadangi 25% atitinka 20 mokinių, tai 1% atitinka $20 : 25 = \frac{20}{25} = 0{,}8$ mokinio.

Kadangi 1% atitinka 0,8 mokinio, tai 100% atitinka $0{,}8 \cdot 100 = 80$ mokinių.

Atsakymas. Mokykloje mokosi 80 septintokų.

2 užduotis. Sporto būrelį lanko 32 aštuntokai, o tai yra 40% visų mokyklos aštuntokų. Kiek aštuntokų mokosi mokykloje?

? ⟶ 100%
32 ⟶ 40%

Reikia rasti skaičių, kurio 40% lygu 32

12. Koks yra visas skaičius, jei:
a) 1% to skaičiaus lygu 4?
b) 10% to skaičiaus lygu 25?
c) 25% to skaičiaus lygu 20?
d) 50% to skaičiaus lygu 41?
e) 75% to skaičiaus lygu 12?
f) 100% to skaičiaus lygu 1?

13. Ūkininkas kviečiais apsėjo 30 ha lauko plotą, o tai sudaro 75% visos ūkininko turimos žemės. Kiek hektarų žemės turi ūkininkas?

14. Kornelija į tuščią mašinos baką įpylė 32,4 ℓ benzino, o tai sudaro 72% visos bako talpos. Kokia bako talpa litrais?

15. Nomeda laikraštyje perskaitė, kad:

Lietuvos miestuose gyvena apie 460 tūkst. vaikų (2006 m. duomenimis), o tai yra maždaug 64% visų Lietuvos vaikų.

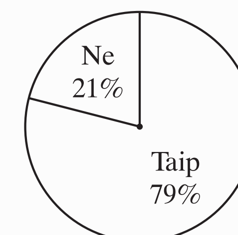
Padėkite Nomedai atsakyti į klausimus.
1) Kiek maždaug vaikų gyvena Lietuvoje?
2) Kiek maždaug vaikų gyvena Lietuvos kaimuose?

16. Aukštaitìjos nacionalinio parko teritorija yra Ignalìnos, Utenõs ir Švenčionių̃ rajonuose. Diagramoje pavaizduota, kuri parko teritorijos dalis (procentais) yra Ignalinos ir kuri — Utenos rajonuose.

Ignalinos 58%	Utenos 25%	Švenčionių ?%

1) Kiek procentų parko teritorijos yra Švenčionių rajone?
2) Koks parko bendras plotas, jei Švenčionių rajone yra 6896,9 ha parko?
3) Kiek hektarų parko yra Ignalinos ir kiek — Utenos rajone?

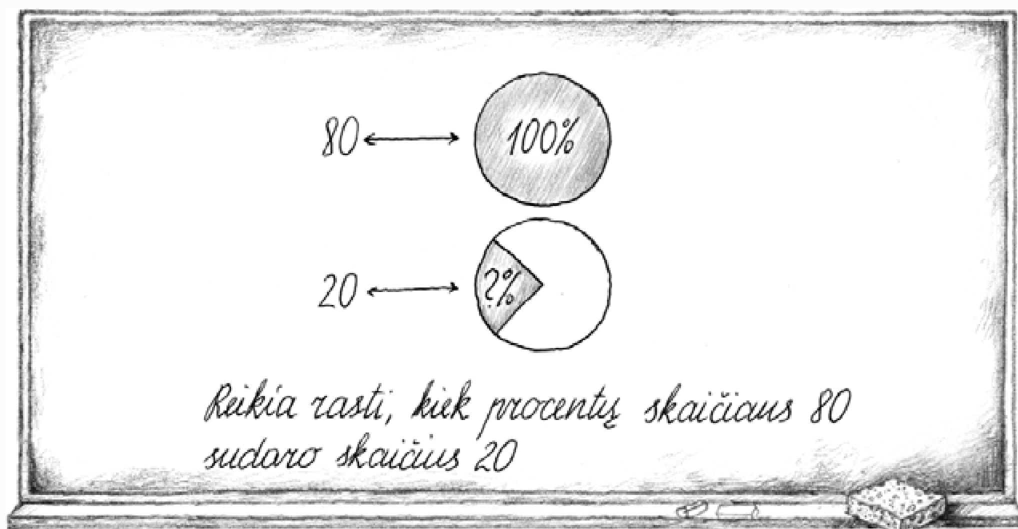
17. Internete vyko apklausa „Ar dalyvavai *Kengūros* konkurse?“ Gauti atsakymai pavaizduoti skrituline diagrama. Kiek buvo atsakiusiųjų „Taip“, jei neigiamai atsakė 420 apklausoje dalyvavusių internautų?





43 IEŠKOME PROCENTŲ

1 užduotis. Mokykloje mokosi 80 septintokų. Šokių būrelį lanko 20 septintokų. Kiek procentų septintokų lanko šokių būrelį?



Panagrinėkite, kaip šį uždavinį sprendė !.

Kadangi 100% atitinka 80 mokinių, tai 1% atitinka 80 : 100 = 0,8 mokinio.

Kadangi 0,8 mokinio atitinka 1%, tai 20 mokinių atitinka 20 : 0,8 = 25 procentus.

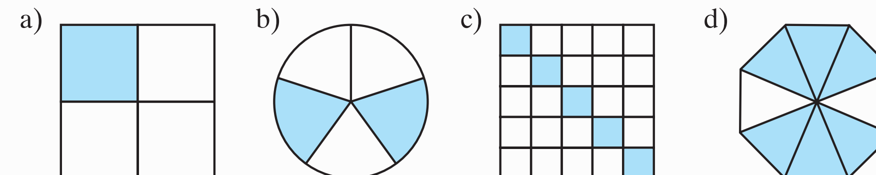
Atsakymas. Šokių būrelį lanko 25% septintokų.

2 užduotis. Iš 80 aštuntokų 32 lanko sporto būrelį. Kiek procentų aštuntokų lanko sporto būrelį?

80 ⟶ 100%
32 ⟶ ?%

Reikia rasti, kiek procentų skaičiaus 80 sudaro skaičius 32

18. Figūra padalyta į lygias dalis.



1) Kiek procentų figūros nuspalvinta?
2) Kiek procentų figūros nenuspalvinta?

19. Knygoje yra 200 puslapių. Laurynas perskaitė 150 puslapių. Kiek procentų knygos perskaitė Laurynas?

20. Iš pasodintų 1250 pušaičių prigijo 1050. Kiek procentų pušaičių prigijo?

21. Iš pasėtų 220 žirnių išdygo 187. Kiek procentų žirnių išdygo? neišdygo?

22. Stovykloje yra 150 vaikų, iš jų 60 — mergaičių. Kiek procentų stovyklos vaikų sudaro mergaitės? berniukai?

23. Sode auga 180 vaismedžių. Paveikslėlyje pavaizduota, kiek sode auga obelaičių, kiek — kriaušaičių ir kiek — slyvaičių.

81	45	54
Obelaitės	Kriaušaitės	Slyvaitės

Kiek procentų visų sode augančių vaismedžių sudaro:
a) obelaitės? b) kriaušaitės? c) slyvaitės?

24. Gediminas laikraštyje rado lentelę, kurioje buvo pateiktas 2005 metais Lietuvoje veikusių mokymo įstaigų skaičius.

MOKYMO ĮSTAIGA	SKAIČIUS
Bendrojo lavinimo mokyklos	1534
Profesinės mokyklos	76
Aukštesniosios mokyklos	5
Kolegijos	28
Universitetai	21

Padėkite Gediminui atsakyti į klausimus.
1) Kiek iš viso mokymo įstaigų buvo Lietuvoje 2005 metais?
2) Kiek procentų (vienetų tikslumu) Lietuvos mokymo įstaigų sudarė:
a) bendrojo lavinimo mokyklos? b) profesinės mokyklos?
c) aukštesniosios mokyklos? d) kolegijos?
e) universitetai?

APIBENDRINAME

Viena šimtoji kurio nors skaičiaus arba dýdžio dalis vadinama *pròcentu*, t. y.

$\frac{1}{100} = 0{,}01$ dydžio atitinka 1% to dydžio.

Visas dydis atitinka 100%.

$\frac{1}{100}$ lito atitinka 1% lito (1 centą).

$\frac{100}{100}$ lito atitinka 100% lito (1 litą).

Dydžio dalį reiškiančią trupmeną keisdami procentais, tą trupmeną dauginame iš 100.

$\frac{1}{4} = 0{,}25$ skaičiaus atitinka

$\frac{1}{4} \cdot 100 = 25(\%)$ to skaičiaus.

Dydžio dalį reiškiančius procentus keisdami trupmena, procentų skaičių dalijame iš 100.

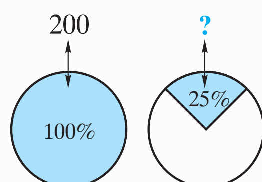
25% skaičiaus atitinka

$25 : 100 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ to skaičiaus.

Ieškodami $p\%$ skaičiaus A:

- randame 1% skaičiaus A — skaičių A dalijame iš 100:
  $\frac{A}{100}$;
- randame $p\%$ skaičiaus A — gautąjį skaičių (1% skaičiaus A) dauginame iš p:
  $\frac{A}{100} \cdot p$.

Raskime 25% skaičiaus 200.

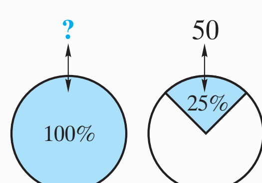


1% skaičiaus 200 yra $\frac{200}{100} = 2$;
25% skaičiaus 200 yra $2 \cdot 25 = 50$.

Ieškodami skaičiaus A, kai žinome, kad $p\%$ skaičiaus A lygu a:

- randame 1% skaičiaus A — skaičių a dalijame iš p:
  $\frac{a}{p}$;
- randame visą skaičių A — gautąjį skaičių (1% skaičiaus A) dauginame iš 100:
  $\frac{a}{p} \cdot 100$.

Raskime skaičių, kurio 25% lygu 50.

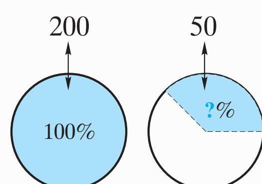


1% ieškomo skaičiaus yra $\frac{50}{25} = 2$;
visas skaičius yra $2 \cdot 100 = 200$.

Ieškodami, kiek procentų skaičiaus A sudaro skaičius a:

- randame 1% skaičiaus A — skaičių A dalijame iš 100:
  $\frac{A}{100}$;
- randame, kiek procentų skaičiaus A sudaro skaičius a — skaičių a dalijame iš gautojo skaičiaus (1% skaičiaus A):
  $a : \frac{A}{100}$.

Raskime, kiek procentų skaičiaus 200 sudaro skaičius 50.



1% skaičiaus 200 yra $\frac{200}{100} = 2$;
$50 : 2 = 25(\%)$.

Lietuva — Europos centras

1989 metais Prancūzijos nacionalinio geografijos instituto mokslininkai pateikė Eur̀opos geografinio centro apibrėžimą ir nustatė, kad šis centras yra 26 km į šiaurę nuo Vilniaus (važiuojant Molėtų kryptimi), šalia Pùrnuškių kaimo, Bernótų piliakalnio. Europos geografinio centro koordinatės yra 54°54′ šiaurės platumos ir 25°19′ rytų ilgumos.
Europos geografinį centrą puošia memorialinis akmuo ir skulptoriaus prof. Gedimino Jokūbonio sukurta kompozicija, skirta Lietuvos stojimui į ES pažymėti, — balto granito kolona, kurios viršų juosia žvaigždžių juosta, ES simbolis.





- Lietuvojè gyvena maždaug 3,4 mln. gyventojų (2006 m. duomenimis), o tai yra maždaug 0,47% visų Europos gyventojų.
  1) Kiek maždaug gyventojų (milijonų tikslumu) gyvena Europoje?
- Europa — vienas iš mažiausių (antras po Australijos) pasaulio žemynų. Jos plotas yra apie 10,4 milijono kvadratinių kilometrų. Lietuvõs plotas sudaro apie 0,63% Europos ploto.
  2) Kiek maždaug kvadratinių kilometrų (šimtų tikslumu) užima Lietuva?
- Didžiausias Lietuvos miestas (pagal gyventojų skaičių) yra jos sostinė Vìlnius. Čia gyvena maždaug 540 tūkst. gyventojų. Didžiausiame Europos mieste — Maskvojè (Rùsijos sostinė) — gyvena maždaug 10 400 000 gyventojų.
  3) Kiek procentų (vienetų tikslumu) Maskvõs gyventojų skaičiaus sudaro Vìlniaus gyventojų skaičius?
- Aukščiausia Europos viršukalnė siekia 4821 m (Monblano kalnas). Aukščiausia Lietuvos kalva — Aukštasis kalnas. Jo aukštis yra 293,84 m.
  4) Kiek procentų (dešimtųjų tikslumu) Monblano kalno aukščio sudaro Aukštojo kalno aukštis?

SPRENDŽIAME

25. Aukštaitijos nacionalinio parko plotas yra 29 100 ha. 5,6% parko teritorijos užima ežerai. Kiek kvadratinių kilometrų parko ploto užima ežerai?

26. Virginija nusipirko pakelį kruopų mišinio.

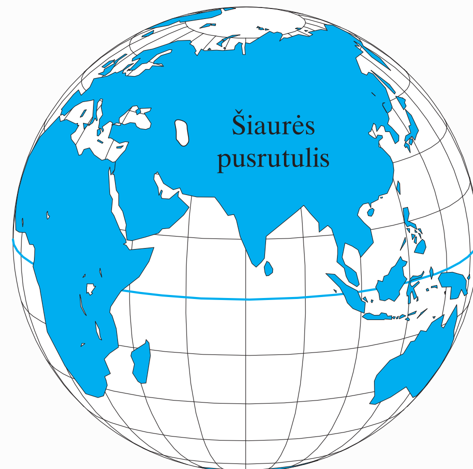


Kiek pakelyje yra gramų:
a) kviečių? b) miežių? c) rugių? d) avižų?

27. Mokykloje mokosi 880 mokinių. Turistiniame žygyje dalyvavo 75% visų mokyklos mokinių, iš kurių 55% buvo mergaitės. Kiek berniukų dalyvavo žygyje?

44 **28.** Žemės rutulio paviršiaus plotas maždaug lygus 510 milijonų kvadratinių kilometrų. Sausuma sudaro maždaug 29%, o vanduo užima maždaug 71% Žemės rutulio paviršiaus. Šiaurės pusrutulyje sausuma užima maždaug 39% pusrutulio paviršiaus. Pietų pusrutulyje vanduo užima maždaug 81% pusrutulio paviršiaus. Apskaičiuokite plotą, kurį užima sausuma ir kurį — vanduo:
a) visame Žemės rutulio paviršiuje;
b) šiaurės pusrutulyje;
c) pietų pusrutulyje.







29. Krepšinio aikštelės plotas lygus 300 m^2, o tai sudaro 15% mokyklos sporto aikštyno ploto. Koks viso sporto aikštyno plotas?

30. Malant rugius, gaunama 75% miltų. Kiek reikia sumalti kilogramų rugių, kad gautume 20 kilogramų ruginių miltų?

31. Jolanta nuvežė į vaistinę 6 kg džiovintų aviečių ir 5 kg džiovintų mėlynių. Kiek kilogramų šviežių uogų ji surinko, jeigu džiovinant avietės netenka 75% savo masės, o mėlynės netenka 80% savo masės?

32. Mokykloje mokosi 900 mokinių. Kiek procentų visų mokyklos mokinių pirmąjį pusmetį baigė vien 9-tukais ir 10-tukais, jei jų iš viso buvo 180?

33. Europoje yra 45 šalys (kurių visa teritorija priklauso tik Europai). Iš jų 27 yra Europos Sąjungos narės (2007 m. duomenimis). Kiek procentų visų Europos šalių 2007 metais priklausė Europos Sąjungai?

34. Ilgiausia Lietuvos upė — Nemunas. Jo ilgis yra 937 km, iš kurių 475 km yra Lietuvos teritorijoje. Kiek procentų (vienetų tikslumu) viso Nemuno ilgio yra Lietuvos teritorijoje?

35. Europos plotas yra apie 10,4 mln. kvadratinių kilometrų, iš kurių maždaug 1,768 mln. kvadratinių kilometrų užima kalnai. Kiek procentų Europos ploto sudaro kalnai?

36. Pasaulyje yra apie 6,3 mlrd. gyventojų, iš kurių net 5,1 mlrd. gyvena besivystančiose šalyse (2006 m. duomenimis). Kiek procentų (šimtųjų tikslumu) visų pasaulio gyventojų sudaro besivystančių šalių gyventojai?

37. Per treniruotę Vaidas, Aldas, Tadas ir Gedas mėtė į krepšį baudas. Kiekvienas metė po 25 kartus. Lentelėje pateikta, kiek kartų kiekvienas iš jų pataikė į krepšį.

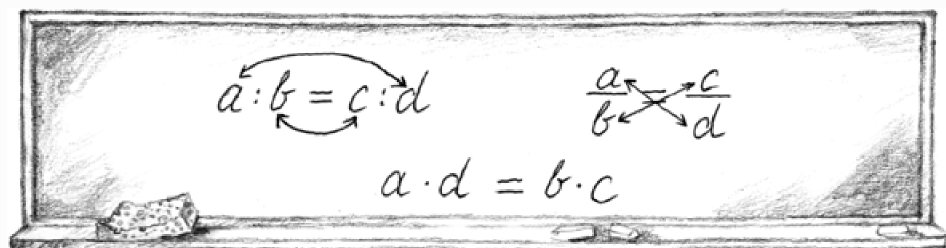
VARDAS	Vaidas	Aldas	Tadas	Gedas
PATAIKYTA KARTŲ	15	20	18	17

Apskaičiuokite kiekvieno berniuko baudų pataikymo į krepšį procentą.

38. Vienas futbolo kėlinys trunka 45 minutes. Varžybose tarp septintokų ir aštuntokų teisėjas po pirmojo kėlinio pridėjo 2 minutes, o po antrojo kėlinio — 3 minutes papildomo laiko. 57 minutes viso rungtynių laiko kamuolį turėjo septintokai. Kiek procentų viso rungtynių laiko kamuolį turėjo septintokai ir kiek — aštuntokai?

39. Sąsiuvinyje *iš akies* pažymėkite du taškus taip, kad atstumas tarp jų būtų 10 cm. Išmatuokite atstumą tarp pažymėtų taškų liniuote (milimetrais).
1) Kokią paklaidą (milimetrais) jūs padarėte matuodami iš akies?
2) Šią paklaidą išreikškite procentais.

PAGRINDINĖ PROPORCIJOS SAVYBĖ



Užduotis. Lentelėje pateikta, kiek mokinių mokosi mokykloje, kiek iš jų lanko teatro ir dailės studijas bei nurodyta, kiek procentų visų mokyklos mokinių jie sudaro.

	MOKINIŲ SKAIČIUS	PROCENTŲ SKAIČIUS
Mokykloje mokosi	800	100%
Lanko teatro studiją	8	1%
Lanko dailės studiją	40	5%

1) Raskite sántykį skaičių: 800 ir 100; 8 ir 1; 40 ir 5.

Dviejų skaičių a ir b dalmuo kartais vadinamas tų skaičių *sántykiu*.

Rašome: $a : b$ arba $\frac{a}{b}$
Skaitome: skaičių a ir b santykis

$6 : 2$ arba $\frac{6}{2}$ $(= 3)$
Skaitome: skaičių 6 ir 2 santykis (lygus 3)

2) Ar lygūs santykiai: 800 : 100 ir 8 : 1? 800 : 100 ir 40 : 5? 8 : 1 ir 40 : 5?

Jei santykiai $a : b$ ir $c : d$ yra lygūs, tai ta lygybė vadinama ***propòrcija***.

Rašome: $a : b = c : d$ arba $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.
Skaitome: skaičių a ir b santykis lygus skaičių c ir d santykiui;
arba: a sutinka su b, kaip c sutinka su d.

$6 : 2 = 3 : 1$ arba $\frac{6}{2} = \frac{3}{1}$.
Skaitome: skaičių 6 ir 2 santykis lygus skaičių 3 ir 1 santykiui;
arba: 6 sutinka su 2, kaip 3 sutinka su 1.

3) Daugindami įsitikinkite, kad teisingos lygybės:
$800 \cdot 1 = 100 \cdot 8$; $800 \cdot 5 = 100 \cdot 40$; $8 \cdot 5 = 1 \cdot 40$.

Jei turime proporciją $a : b = c : d$, tai teisinga lygybė $a \cdot d = b \cdot c$.
Ši proporcijos savybė vadinama pagrindine.

$6 : 2 = 3 : 1$
$6 \cdot 1 = 2 \cdot 3$

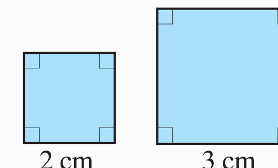
40. Klasėje mokosi 24 mokiniai, iš jų 10 — mergaičių. Užrašykite:
a) mergaičių ir visų klasės mokinių santykį;
b) visų klasės mokinių ir mergaičių santykį;
c) mergaičių ir berniukų santykį;
d) berniukų ir visų klasės mokinių santykį.

41. Raskite santykį skaičių:
a) 10 ir 5; b) 15 ir 75;
c) 32 ir 5; d) 12 ir 18;
e) 10 ir 0,2; f) $\frac{1}{5}$ ir 20.

Skaičių 6 ir 3 santykis lygus: $\frac{6}{3} = 6 : 3 = 2$

42. Stačiakampio ilgis yra 4,5 dm, o plotis yra 1,5 dm. Raskite stačiakampio:
a) ilgio ir pločio santykį; b) pločio ir ilgio santykį.

43. Pagal brėžinio duomenis raskite mažojo ir didžiojo kvadratų:
a) kraštinių ilgių santykį;
b) perimetrų santykį;
c) plotų santykį.



44. Ar lygūs santykiai:
a) 42 : 14 ir 72 : 24? b) $\frac{78}{13}$ ir $\frac{60}{12}$?
c) $\frac{8}{24}$ ir $\frac{12}{36}$? d) 21 : 35 ir 25 : 15?

45. Užrašykite teiginį proporcija.
a) Skaičių 10 ir 2 santykis lygus skaičių 20 ir 4 santykiui.
b) Skaičių 5 ir 8 santykis lygus skaičių 0,5 ir 0,8 santykiui.
c) 7 sutinka su 2, kaip 21 sutinka su 6.
d) $\frac{2}{7}$ sutinka su 0,1, kaip 14 sutinka su 4,9.

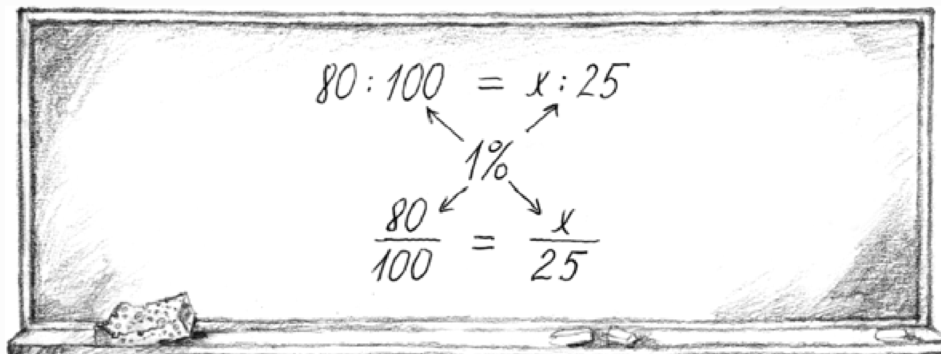
46. Daugindami įsitikinkite, kad lygybė (proporcija) yra teisinga.
a) $\frac{2}{5} = \frac{10}{25}$; b) $\frac{4}{14} = \frac{14}{49}$; c) $\frac{8}{3} = \frac{120}{45}$;
d) $\frac{25}{0{,}5} = \frac{1250}{25}$; e) $27 : 21 = 4\frac{1}{2} : 3\frac{1}{2}$; f) $1\frac{2}{7} : 1\frac{3}{7} = 1\frac{1}{5} : 1\frac{1}{3}$.

45 **47.** Raskite nežinomą proporcijos narį, remdamiesi pagrindine proporcijos savybe.
a) $\frac{x}{6} = \frac{1}{2}$; b) $\frac{x}{15} = \frac{5}{3}$;
c) $2 : 5 = x : 10$; d) $16 : 8 = x : 4$;
e) $\frac{3}{x} = \frac{1}{4}$; f) $\frac{12}{x} = \frac{2}{1}$;
g) $2 : 5 = 10 : x$; h) $21 : 14 = 3 : x$.

$\frac{6}{14} = \frac{3}{x}$
$6 \cdot x = 14 \cdot 3$,
$6 \cdot x = 42$,
$x = 42 : 6$,
$x = 7$.

46 PROCENTŲ UŽDAVINIŲ SPRENDIMAS SUDARANT PROPORCIJĄ

1 užduotis. Mokykloje mokosi 80 septintokų. 25% septintokų lanko šokių būrelį. Kiek septintokų lanko šokių būrelį?



Panagrinėkite, kaip šį uždavinį galima spręsti sudarant proporciją.

Kadangi 100% atitinka 80 mokinių, tai 1% atitinka 80 : 100 mokinio.
Kadangi 25% atitinka x mokinių, tai 1% atitinka x : 25 mokinio.

Vadinasi, teisinga tokia lygybė (proporcija):
$80 : 100 = x : 25$.

x reikšmę rasiu remdamasis pagrindine proporcijos savybe:

$80 : 100 = x : 25,$
$80 \cdot 25 = 100 \cdot x,$
$100 \cdot x = 2000,$
$x = 2000 : 100,$
$x = 20.$

O aš x apskaičiuosiu taip:

$\frac{80}{100} = \frac{x}{25}$ $\quad | \cdot 100,$
$80 = 4x$ $\quad | : 4,$
$x = 20.$

Atsakymas. Šokių būrelį lanko 20 mokinių.

2 užduotis. Išspręskite uždavinį, sudarydami proporciją.

a) Šokių būrelį lanko 20 septintokų, o tai yra 25% visų mokyklos septintokų. Kiek septintokų mokosi mokykloje?

x — 100%
20 — 25% → $x : 100 = 20 : 25$

b) Mokykloje mokosi 80 septintokų. Šokių būrelį lanko 20 septintokų. Kiek procentų septintokų lanko šokių būrelį?

80 — 100%
20 — x% → $80 : 100 = 20 : x$

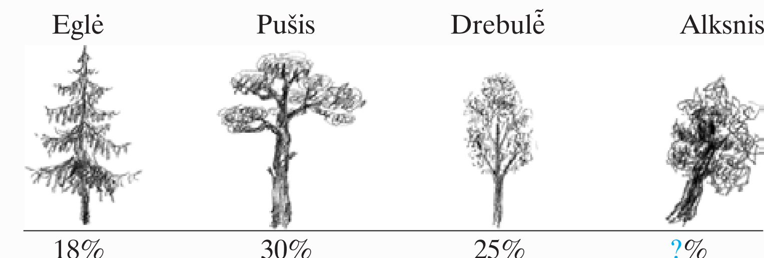
48. Klasėje mokosi 30 mokinių, iš kurių 12 — berniukų. Kiek procentų visų klasės mokinių sudaro berniukai?
Kuri iš pateiktų trumpų sąlygų atitinka šio uždavinio sąlygą?

A 12 mokinių — 100%, 30 mokinių — x%;
B 30 mokinių — 100%, 12 mokinių — x %;
C x mokinių — 100%, 12 mokinių — 30%.

Išspręskite 49–56 uždavinius, sudarydami proporcijas.

49. Lauko plotas yra 72 ha. Avižos užima 25% lauko. Kiek hektarų užima avižos?

50. Atsodinant mišką, buvo pasodinta 10 000 medelių. Paveikslėlyje pavaizduota, kokie medeliai buvo pasodinti, ir nurodyta, kurią visų pasodintų medelių dalį sudarė eglės, pušys ir drėbulės.



Kiek buvo pasodinta:
a) eglių? b) pušų? c) drebulių? d) alksnių?

51. Adomas kviečiais apsėjo 13 hektarų, tai yra 26% viso lauko ploto. Koks lauko plotas?

52. Spintoje yra 27 poezijos knygos, o tai yra 18% visų spintoje esančių knygų. Kiek knygų yra spintoje?

53. Europoje gyvena apie 727 mln. gyventojų (2006 m. duomenimis), o tai yra maždaug 11,5% visų Žemės gyventojų. Kiek maždaug žmonių gyvena Žemėje? Atsakymą suapvalinkite iki milijonų.

54. Iškasus tvenkinį, į jį buvo įleista 890 žuvų, iš kurių 178 — karosai. Kiek procentų visų į tvenkinį įleistų žuvų sudarė karosai?

55. Lietuvoje 2005 metais iš viso buvo 1664 mokymo įstaigos, iš kurių 42 buvo privačios. Kiek procentų (dešimtųjų tikslumu) visų mokymo įstaigų sudarė privačios mokymo įstaigos?

56. 2005 metais Lietuvoje aukštąjį išsilavinimą įgijo 29 500 studentų. Kiek procentų (vienetų tikslumu) šių studentų sudarė studentai, įgiję aukštąjį *universitetinį* išsilavinimą, jei jų buvo 18 300?

APIBENDRINAME

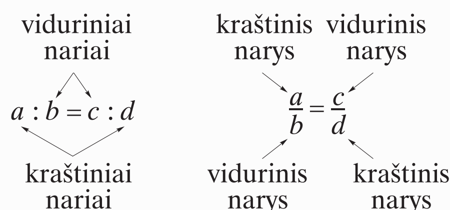
Dviejų skaičių a ir b dalmuo kartais vadinamas tų skaičių *sántykiu*.
Rašome: $a : b$ arba $\frac{a}{b}$.

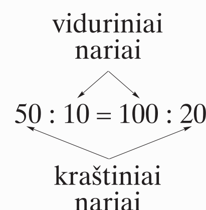
Skaičių 50 ir 10 santykis yra $50 : 10$ arba $\frac{50}{10}$.

Jei santykiai $a : b$ ir $c : d$ ($\frac{a}{b}$ ir $\frac{c}{d}$) yra lygūs, tai ta lygybė vadinama *propòrcija*.
Rašome: $a : b = c : d$ arba $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.
Skaitome: a sutinka su b, kaip c sutinka su d (arba skaičių a ir b santykis lygus skaičių c ir d santykiui).

$50 : 10 = 100 : 20$ — proporcija
Skaitome: 50 sutinka su 10, kaip 100 sutinka su 20.

Proporcijos $a : b = c : d$ nariai a ir d vadinami kraštiniais, o b ir c — viduriniais nariais:





viduriniai nariai

$50 : 10 = 100 : 20$

kraštiniai nariai

Pagrindinė proporcijos savybė.
Proporcijos kraštinių narių sandauga lygi jos vidurinių narių sandaugai, t. y. jei $a : b = c : d$, tai $a \cdot d = b \cdot c$.

$50 : 10 = 100 : 20$, $50 \cdot 20 = 10 \cdot 100$.

Procentų uždavinius galima spręsti sudarant proporciją:
- visas dydis A atitinka 100%,
- dydžio A dalis a atitinka p%.

Iš abiejų atitikčių randame 1%:
- $A : 100$ (arba $\frac{A}{100}$);
- $a : p$ (arba $\frac{a}{p}$).

Randame lygties
$A : 100 = a : p$ (arba $\frac{A}{100} = \frac{a}{p}$)
nežinomą dydį (A, a arba p):
- $A = \frac{a \cdot 100}{p}$,
- $a = \frac{A \cdot p}{100}$,
- $p = \frac{a \cdot 100}{A}$.

Raskime 25% skaičiaus 200.

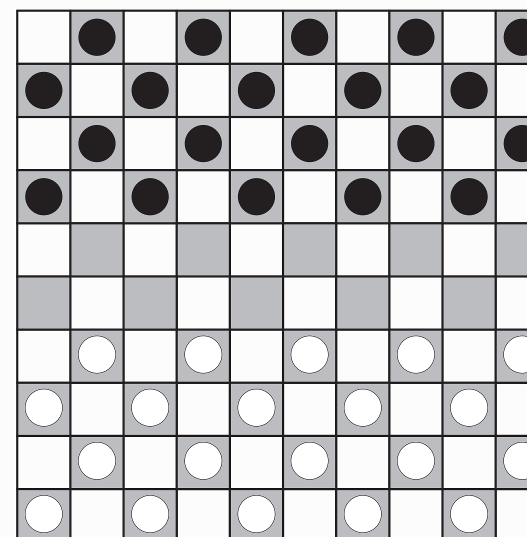
200 — 100%,
x — 25%;

$200 : 100 = x : 25$, $x = 50$.



Šimtalangės šaškės

Daugelyje pasaulio šalių žaidžiama šaškėmis. Skirtingose šalyse dažnai skiriasi ne tik žaidimo taisyklės, bet ir lentos dydis. Lenta būna 64, 100 ar net 144 laukelių. Šiame paveikslėlyje pavaizduota tarptautinių šaškių (kitaip vadinamų šimtalangėmis) pradinė padėtis.



Sudarę ir išsprendę proporcijas, atsakykite į klausimus, susijusius su šimtalangėmis šaškėmis.

1) Kiek procentų *visų lentos laukelių* užima:
   a) visos šaškės? b) juodosios šaškės?
2) Kiek procentų *juodųjų laukelių* užima:
   a) visos šaškės? b) baltosios šaškės?

Rimgaudas su Daumantu žaidė šimtalangėmis šaškėmis. Po kurio laiko lentoje likusios šaškės užėmė 36% visų juodųjų laukelių, o likusios baltosios šaškės užėmė 16% visų juodųjų laukelių.

3) Kiek šaškių liko lentoje?
4) Kiek lentoje liko baltųjų šaškių?

Dar po kurio laiko lentoje liko 2 baltosios šaškės, o tai sudarė 20% visų lentoje likusių šaškių.

5) Kiek šaškių liko lentoje?
6) Kiek procentų lentoje likusių juodųjų šaškių sudarė baltosios šaškės?

SPRENDŽIAME

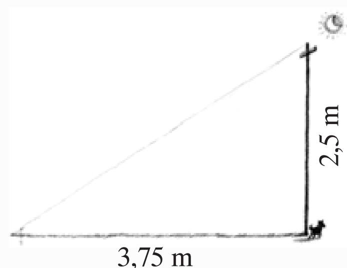
57. Tėvui dabar yra 48 metai, o sūnui — 20 metų.
1) Koks tėvo ir sūnaus metų santykis dabar?
2) Koks buvo tėvo ir sūnaus metų santykis prieš 4 metus?
3) Koks bus tėvo ir sūnaus metų santykis po 12 metų?

58. Vieno kvadrato perimetras lygus 48 cm, o kito — 12 cm. Apskaičiuokite didžiojo kvadrato ir mažojo kvadrato:
a) perimetrų santykį; b) kraštinių ilgių santykį; c) plotų santykį.

59. Vieno kubo briaunos ilgis yra 8 cm, o kito — 4 cm. Apskaičiuokite mažojo kubo ir didžiojo kubo:
a) briaunų ilgių santykį; b) paviršiaus plotų santykį; c) tūrių santykį.

60. Vieno skritulio spindulio ilgis yra 8 cm, o kito — 6 cm. Apskaičiuokite mažojo skritulio ir didžiojo skritulio:
a) skersmenų ilgių santykį; b) ilgių santykį; c) plotų santykį.

61. Stulpo aukštis yra 2,5 m, o jo šešėlio ilgis lygus 3,75 m.



1) Raskite stulpo aukščio ir jo šešėlio ilgio santykį.
2) Leidžiantis saulei, šešėlio ilgis didėja. Raskite santykį stulpo aukščio ir jo šešėlio ilgio, šešėliui pailgėjus:
a) 0,5 m; b) 1 m; c) 1,25 m.
3) Kaip keičiasi (didėja ar mažėja) stulpo aukščio ir jo šešėlio ilgio santykis, leidžiantis saulei?

62. Ar galima sudaryti proporciją iš santykių:
a) 54 : 18 ir 78 : 26? b) 48 : 96 ir 96 : 288?
c) $\frac{0,5}{0,1}$ ir $\frac{125}{25}$? d) $\frac{0,2}{2}$ ir $\frac{100}{10}$?
e) $1\frac{1}{2} : 3$ ir $4,5 : 9$? f) $2\frac{2}{5} : 1\frac{1}{5}$ ir $1 : 2$?



63. Raskite nežinomą proporcijos narį.
a) $\frac{75}{35} = \frac{x}{14}$; b) $\frac{98}{343} = \frac{60}{x}$; c) $\frac{42}{x} = \frac{108}{90}$;
d) $\frac{15,6}{2,88} = \frac{2,6}{x}$; e) $\frac{0,75}{x} = \frac{1,25}{1,4}$; f) $\frac{x}{0,32} = \frac{0,4}{0,16}$;
g) $6\frac{1}{2} : x = 6\frac{5}{6} : 4\frac{1}{10}$; h) $x : \frac{3}{8} = \frac{5}{6} : \frac{3}{10}$; i) $3\frac{1}{8} : 1\frac{1}{4} = 1\frac{1}{4} : x$.

Išspręskite 64–67 uždavinius, sudarydami proporcijas.

64. Žemės rutulio paviršiaus plotas yra apie 510 milijonų kvadratinių kilometrų. Maždaug 30% šio ploto užima ledynai. Dykumų plotas maždaug lygus 12% ledynų užimamo ploto. Kokį Žemės paviršiaus plotą užima ledynai ir kokį — dykumos?

65. Lietuvoje iš viso yra 2833 ežerai, kurių plotas didesnis nei 0,5 ha. Šių ežerų bendras plotas yra 880 km^2. Trys didžiausi (pagal užimamą plotą) ežerai yra: Drūkšiaĩ (Zarasų raj.) — jo plotas yra 4479,0 ha; Dysnaĩ (Ignalinos raj.) — jo plotas yra 2400,9 ha; Dusià (Lazdijų raj.) — jo plotas yra 2334,0 ha. Apskaičiuokite dešimtųjų tikslumu, kiek procentų ežerų (didesnių nei 0,5 ha) bendro ploto sudaro Drūkšių ežeras; Dysnų ežeras; Dusios ežeras.

66. 20% klasės mokinių yra iš vienavaikių šeimų, 72% — iš šeimų, kuriose auga po 2 vaikus, o likę 2 mokiniai auga šeimose, auginančiose tris ir daugiau vaikų. Kiek šios klasės mokinių auga vienavaikėse ir kiek — dvivaikėse šeimose?

67. Lentelėje surašyta, kaip krepšinio rungtynių metu mėtė baudas septintokai ir kaip — aštuntokai.

SEPTINTOKAI	PATAIKYTA	AŠTUNTOKAI	PATAIKYTA
Valdas	4 iš 5	Tadas	1 iš 2
Julius	3 iš 4	Vaidas	6 iš 8
Kostas	7 iš 10	Laimis	0 iš 1
Marius	0 iš 3	Jonas	6 iš 10
Darius	2 iš 2	Aldas	3 iš 3

1) Apskaičiuokite kiekvieno mokinio baudų pataikymo procentą.
2) Apskaičiuokite (vienetų tikslumu) baudų pataikymo procentą:
a) septintokų; b) aštuntokų.
3) Kurių — septintokų ar aštuntokų — baudų pataikymo procentas yra didesnis?


68. Nubrėžkite atkarpą CD. Pažymėkite joje tašką E taip, kad:
a) $\frac{CE}{ED} = 1$; b) $\frac{CE}{ED} < 1$; c) $\frac{CE}{ED} > 1$; d) $\frac{CE}{ED} = 2$.



PASITIKRINAME

69. Užbaikite pildyti lentelę.

Dydžio dalis, išreikšta:								
procentais		32%			125%			52,1%
dešimtainė trupmena	0,01			1,03			0,305	
paprastąja trupmena			$\frac{7}{10}$			$\frac{1}{40}$		

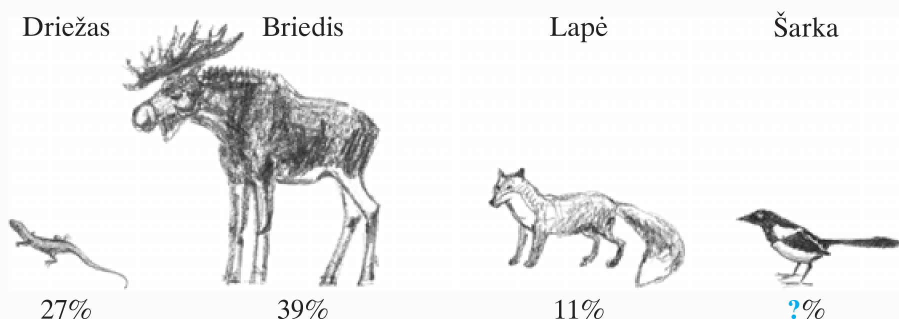
70. Turistinio maršruto ilgis yra 220 km. Pirmąją dieną turistai nukeliavo 28% viso maršruto, antrąją — 39% viso maršruto, o trečiąją dieną nukeliavo likusią kelio dalį. Kiek kilometrų nukeliavo turistai kiekvieną dieną?

71. Lietuvoje yra penki etnografiniai regionai. Bendras jų plotas yra beveik 153 000 ha. Remdamiesi diagrama, apskaičiuokite kiekvieno etnografinio regiono plotą.

Aukštaitijos nacionalinis parkas 27%	Dzūkijos nacionalinis parkas 37%	Kuršių nerijos nacionalinis parkas 17%	Trakų istorinis p. 5%	Žemaitijos nacionalinis parkas 14%

72. Emilija atkirpo 70 cm juostelės, o tai yra 40% viso juostelės ilgio. Kokio ilgio buvo visa juostelė?

73. Vaikiškoje knygelėje parašyta, kad rinkimuose į miško tarybą varžėsi keturi kandidatai. Kiekvienas gyvūnas balsavo tik už vieną kandidatą. Balsų pasiskirstymas pavaizduotas piešiniu.



1) Kiek procentų gyvūnų savo balsą atidavė už šarką?
2) Kiek iš viso balsavo gyvūnų, jei už šarką balsavo 46 gyvūnai?
3) Kiek gyvūnų balsavo už briedį? už driežą? už lapę?

74. Vazoje yra 30 saldainių, iš jų 12 — šokoladinių. Kurią visų vazoje esančių saldainių dalį sudaro šokoladiniai saldainiai? Atsakymą parašykite:
a) paprastąja trupmena; b) dešimtaine trupmena; c) procentais.

75. Lentynoje yra 25 knygos, iš jų 4 — žodynai. Kiek procentų lentynoje esančių knygų sudaro žodynai?

76. Gyvūnų prieglaudoje yra 408 katės, iš jų — 102 rainos. Kiek procentų prieglaudoje esančių kačių sudaro rainos katės?

77. Roko senelių albume yra 84 nuotraukos, iš kurių 7 — spalvotos. Užrašykite santykį:
a) spalvotų ir visų albumo nuotraukų;
b) spalvotų ir nespalvotų nuotraukų;
c) nespalvotų ir spalvotų nuotraukų;
d) nespalvotų ir visų albumo nuotraukų.

78. Daugindami nustatykite, ar lygybė (proporcija) yra teisinga.
a) $\frac{8}{3} = \frac{40}{15}$; b) $\frac{3}{12} = \frac{1}{6}$; c) $\frac{4}{3} = \frac{24}{18}$;
d) $2\frac{1}{3} : 3\frac{1}{2} = 3 : 2$; e) $7\frac{1}{8} : 4\frac{1}{14} = 7 : 4$; f) $10 : 14 = 2{,}5 : 3{,}5$.

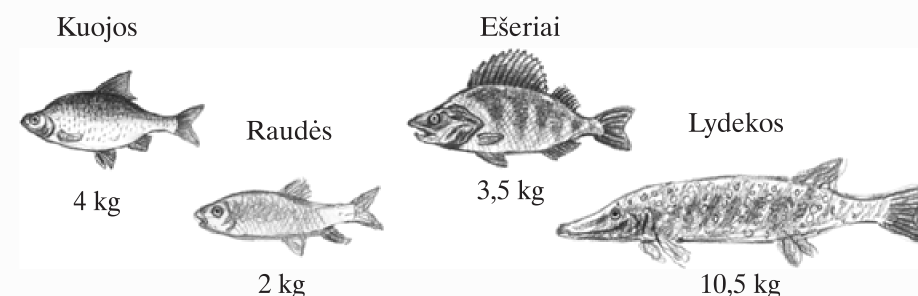
79. Apskaičiuokite nežinomą proporcijos narį.
a) $x : 9 = 1 : 3$; b) $8 : 4 = 4 : x$; c) $10 : 35 = x : 7$;
d) $\frac{x}{18} = \frac{24}{36}$; e) $\frac{27}{15} = \frac{9}{x}$; f) $\frac{10}{4} = \frac{x}{14}$.

Išspręskite 80–82 uždavinius, sudarydami proporcijas.

80. Loreta nupirko 5 kg vaisių, iš kurių 20% buvo kriaušės. Kiek kilogramų kriaušių nupirko Loreta?

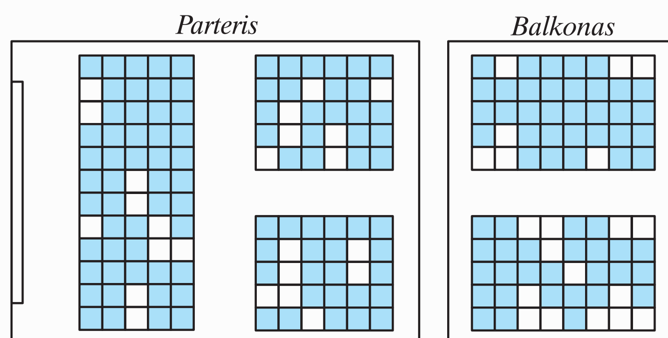
81. Skirmantas parduotuvėje išleido 53,1 Lt, o tai yra 30% jo turėtų pinigų. Kiek pinigų turėjo Skirmantas?

82. Paveikslėlyje pavaizduota, kiek kilogramų ir kokių žuvų pagavo Valdas.



1) Kiek kilogramų žuvų pagavo Valdas iš viso?
2) Kiek procentų pagautų žuvų (pagal masę) sudarė:
a) kuojos? b) raudės? c) ešeriai? d) lydekos?

Žiūrime filmą



Išspręskite 1–3 užduotis sudarydami proporcijas.

1 užduotis. Kino salės parteryje iš viso yra 120 vietų. Kino seanso metu buvo užimta 80% visų parterio vietų. Kiek žiūrovų sėdėjo parteryje?

2 užduotis. Kino seanso metu balkone sėdėjo 60 žiūrovų, o tai yra 75% visų balkone esančių vietų. Kiek vietų yra balkone?

3 užduotis. Parteryje ir balkone iš viso yra 200 vietų. Filmą žiūrėjo 156 žiūrovai. Kiek procentų vietų buvo užimta?

Žodis *proporcija* kilęs iš lotyniško žodžio *proportio*, reiškiančio darnumą. Dar senovės pitagoriečiai proporcijų ieškojo gamtoje, muzikoje, visatoje. Tvarką ir grožį pitagoriečiai siedavo su proporcijomis. Jie sakydavo: „Jei proporcinga, tai tvarkinga ir gražu“. Iki XI a. proporcijos dažniausiai buvo išreiškiamos žodžiais. Tik vėliau buvo bandoma jas užrašyti vartojant simbolius. Pavyzdžiui, viename XII a. indų rankraštyje proporcija $10 : \frac{163}{60} = 4 : \frac{163}{150}$ užrašyta taip:

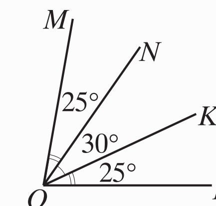
10	163	4	163
1	60	1	150

Įžymusis XVII a. prancūzų matematikas R. Dekartas (1596–1650) proporciją, pavyzdžiui, $7 : 12 = 84 : 144$ rašė taip: 7|12|84|144. Šiuolaikinį užrašą su dvitaškiu ir lygybės ženklu 1693 m. pasiūlė garsusis vokiečių matematikas G. V. Leibnicas (1646–1716).



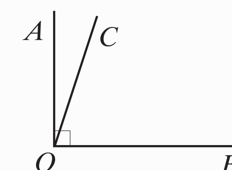
KARTOJAME

83. 1) Surašykite visus brėžinyje pavaizduotus smailiuosius kampus.
2) Kurie iš tų kampų yra lygūs?

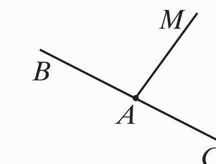


84. Spindulys OK dalija kampą MON į du kampus taip, kad $\angle KON = 30°$. Apskaičiuokite kampo MOK dydį, jei:
a) $\angle MON = 128°$; b) $\angle MON$ — statusis; c) $\angle MON$ — ištiestinis.

85. Spindulys OC dalija statųjį kampą AOB į du kampus taip, kad kampo AOC dydis sudaro 20% kampo AOB dydžio. Apskaičiuokite kampų AOC ir BOC dydžius.

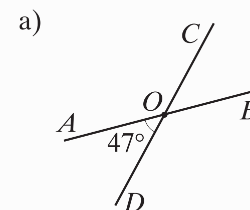


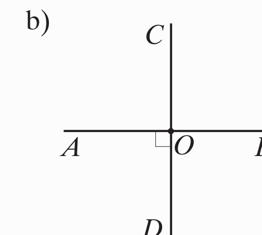
86. Spindulys AM dalija ištiestinį kampą BAC į du kampus taip, kad kampo MAC dydis sudaro 45% kampo BAC dydžio. Apskaičiuokite kampų MAC ir BAM dydžius.

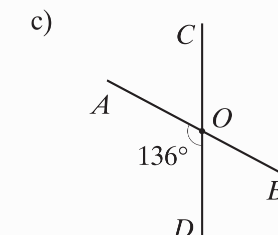


87. Nubraižykite kampą, kurio 30% lygu 24°.

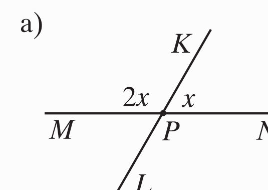
88. Tiesės AB ir CD kertasi taške O. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite kampų AOC, COB ir BOD dydžius.

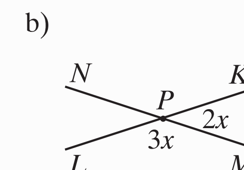
a) 

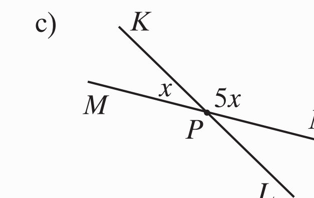
b) 

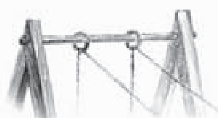
c) 

89. Tiesės MN ir KL kertasi taške P. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite visų keturių susidariusių kampų dydžius.

a) 

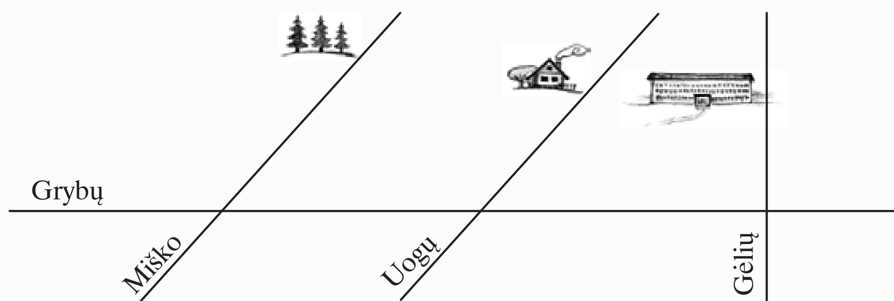
b) 

c) 



Gatvės, gatvelės ...

Titas pavaizdavo schema dalį savo miestelio.



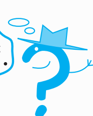
Užduotis.

1) Kurios gatvės kerta Grybų gatvę?
2) Iš akies nustatykite, ar Gėlių gatvė su Grybų gatve sudaro statųjį kampą. Savo spėjimą pasitikrinkite matuodami.
3) Kiek smailiųjų kampų matote Grybų ir Miško gatvių sankirtoje? Išmatuokite vieną iš jų.
4) Kiek bukųjų kampų matote Grybų ir Miško gatvių sankirtoje? Apskaičiuokite vieną iš jų.
5) Išmatuokite vieną iš keturių kampų, susidariusių Grybų ir Uogų gatvių sankirtoje.
6) Kaip manote, ar Miško ir Uogų gatvės yra lygiagrečios?



O ką reiškia „lygiagretu“? Kaip nustatyti, ar dvi tiesės yra lygiagrečios?

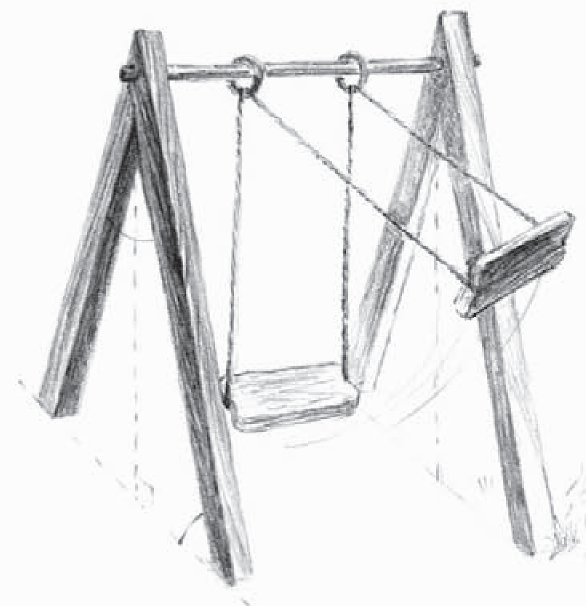
Apie tai ir mokysitės skyriuje „Kampai ir tiesės“.



Šiame skyriuje:

- prisiminsite, ką vadiname kampu;
- pakartosite kampų rūšis;
- sužinosite, kas yra kampo pusiaukampinė;
- sužinosite, kokie kampai vadinami gretutiniais, o kokie — kryžminiais;
- sužinosite, kokios tiesės vadinamos lygiagrečiomis;
- sužinosite, kaip vadinami kampai, susidarantys dvi lygiagrečias tieses kertant trečiąją;
- išmoksite nustatyti, ar dvi plokštumos tiesės yra lygiagrečios.

7 KAMPAI IR TIESĖS



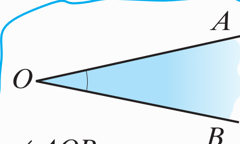
47 KAMPAI. KAMPO PUSIAUKAMPINĖ

Užduotis.

1) Nubrėžkite du spindulius OA ir OB, išeinančius iš vieno taško O. Kaip vadinama plokštumos dalis, esanti tarp tų dviejų spindulių?

Plokštumos dalis, kurią riboja du spinduliai, turintys bendrą pradžią, vadinama *kampù*.

Sakome: kampas AOB (arba kampas BOA, arba kampas O).
Rašome: ∠*AOB* (arba ∠*BOA*, arba ∠*O*).



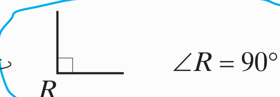
∠*AOB*
O – kampo viršūnė
OA, *OB* – kampo kraštinės

2) Matlankiu išmatuokite jūsų nubraižyto kampo dydį. Kokį kampą — ištiestinį, statųjį, smailųjį ar bukąjį — nubraižėte?

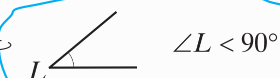
Kampas, kurio kraštinės sudaro tiesę, vadinamas *ištiestiniù* kampù.



Pusė ištiestinio kampo vadinama *stačiúoju* kampu.



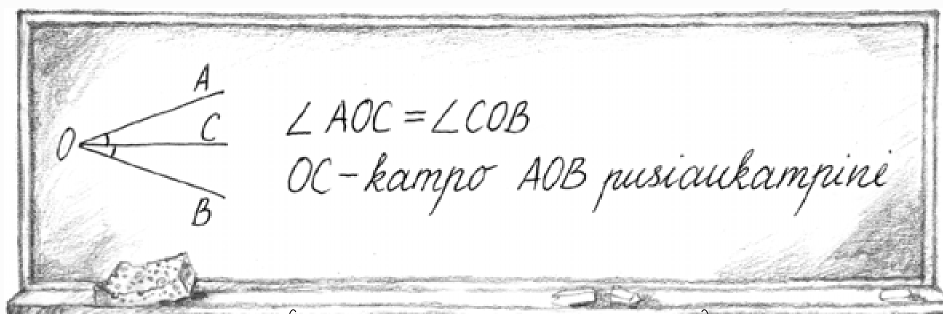
Kampas, mažesnis už statųjį, vadinamas *smailiúoju* kampu.



Kampas, didesnis už statųjį, bet mažesnis už ištiestinį, vadinamas *bukúoju* kampu.



3) Iš kampo viršūnės nubrėžkite spindulį OC, dalijantį tą kampą pusiau.



Iš kampo viršūnės išeinantis spindulys, dalijantis kampą pusiau, vadinamas to kampo ***pusiáukampine***.

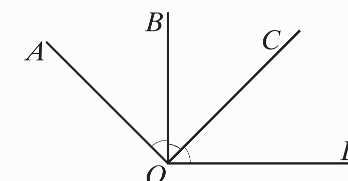
Brėžinyje lygius kampus žymėsime vienodais lankeliais.

90. a) Nubraižykite smailųjį ir bukąjį kampus ir užrašykite kiekvieną iš jų trimis raidėmis. Išmatuokite ir užrašykite kiekvieno kampo dydį.
b) Nubraižykite statųjį ir ištiestinį kampus ir užrašykite kiekvieną iš jų viena raide. Koks kiekvieno tų kampų dydis?

91. Nubraižykite 60° ir 145° kampus, turinčius:
a) bendrą viršūnę ir bendrą kraštinę; b) tik bendrą viršūnę.

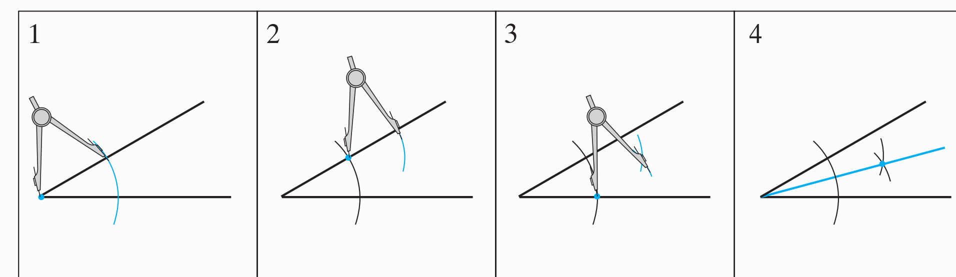
92. Nubraižykite 3 kampus: ištiestinį, statųjį ir 60 laipsnių dydžio. Naudodamiesi matlankiu, nubrėžkite kiekvieno šių kampų pusiaukampinę.

93. Kampas BOD yra status. Kampai AOB, BOC ir COD yra lygūs.
a) Surašykite spindulius, kurie yra brėžinyje pavaizduotų kampų pusiaukampinės.
b) Kurios rūšies yra kampas AOD? kampas COD? kampas AOC?
c) Apskaičiuokite kampo AOD dydį.



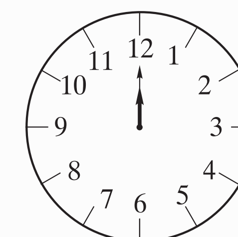
94. 1) Popieriaus lape nubraižykite kampą ir jį iškirpkite.
2) Kampą lenkdami per viršūnę taip, kad kampo kraštinės sutaptų, gaukite kampo pusiaukampinę.
3) Matlankiu išmatuokite iškirptojo kampo dydį.
4) Apskaičiuokite dydžius kampų, į kuriuos iškirptąjį kampą padalijo jo pusiaukampinė.

48 **95.** Kampo pusiaukampinę galima nubraižyti ir naudojantis skriestuvu.

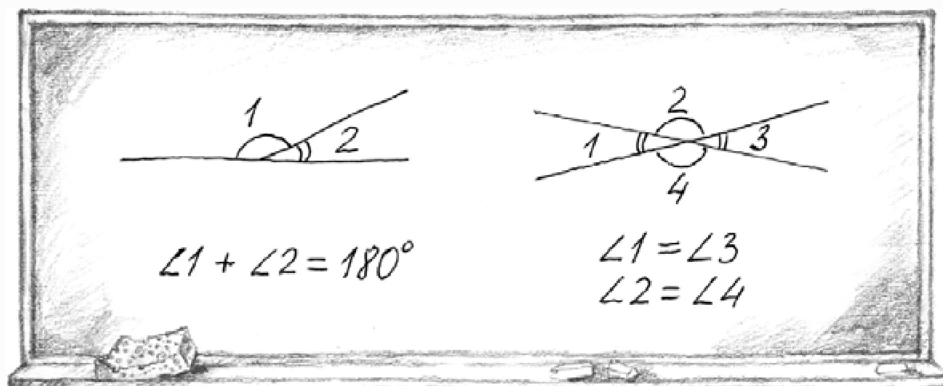


Nubraižykite bukąjį kampą. Naudodamiesi skriestuvu, nubraižykite to kampo pusiaukampinę.

96. Laikrodis rodo lygiai 12 valandų (žr. pav.).
a) Kelių laipsnių kampu pasisuks minutinė rodyklė per 30 min? 15 min? 1 min?
b) Per kiek minučių minutinė rodyklė pasisuks kampu, lygiu 60°? 120°? 72°?



49 GRETUTINIAI IR KRYŽMINIAI KAMPAI



1 užduotis. 1) Nubrėžkite ištiestinį kampą MOK.
2) Iš viršūnės O nubrėžkite spindulį OL.
3) Užrašykite susidariusius du kampus. Raskite tų kampų dydžių sumą.

Du kampai, susidarę nubrėžus spindulį iš ištiestinio kampo viršūnės, vadinami ***gretutiniais***. → $\angle 1$ ir $\angle 2$ – gretutiniai kampai

Gretutinių kampų dydžių suma lygi 180°. → $\angle 1 + \angle 2 = 180°$

2 užduotis.
1) Nubraižykite dvi susikertančias tieses. Susidariusius keturis kampus pažymėkite iš eilės skaičiais *1*, *2*, *3* ir *4*.

Priešingieji kampai, susidarę susikirtus dviem tiesėms, vadinami ***kryžminiais***. → $\angle 1$ ir $\angle 3$ – kryžminiai kampai; $\angle 2$ ir $\angle 4$ – kryžminiai kampai

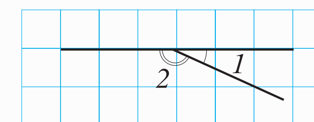
2) Kaip vadinami kampai: $\angle 1$ ir $\angle 2$? $\angle 2$ ir $\angle 3$? $\angle 3$ ir $\angle 4$? $\angle 4$ ir $\angle 1$? Kam lygi kiekvienos poros kampų dydžių suma?
3) Įsitikinkime, kad $\angle 1 = \angle 3$.

$\angle 1 + \angle 2 = 180°$, $\angle 3 + \angle 2 = 180°$ → $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 2$ → $\angle 1 = \angle 3$

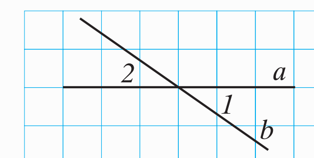
Kryžminiai kampai yra lygūs.

4) Įsitikinkite, kad $\angle 2 = \angle 4$.

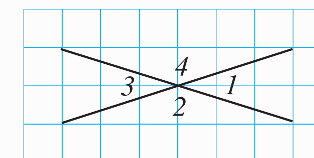
97. *Duota*: $\angle 1$ ir $\angle 2$ — gretutiniai, $\angle 1 = 26°$. *Apskaičiuokite*: $\angle 2$.



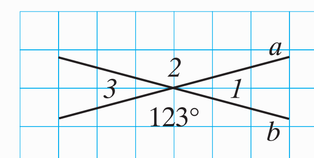
98. Tiesės a ir b — susikertančios. Koks $\angle 1$ dydis, jei $\angle 2 = 35°$? Kodėl?



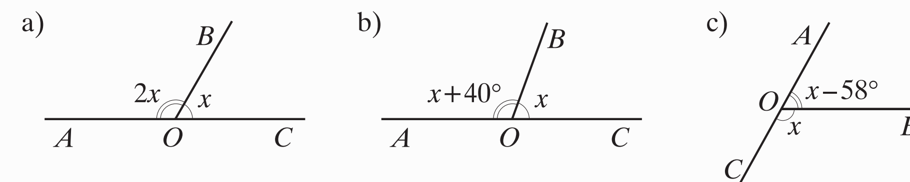
50 **99.** Tarp susikertančių tiesių susidarę kampai pažymėti skaitmenimis *1*, *2*, *3* ir *4*. Apskaičiuokite kampų *1*, *2*, *3* dydžius, jei $\angle 4 = 135°$.



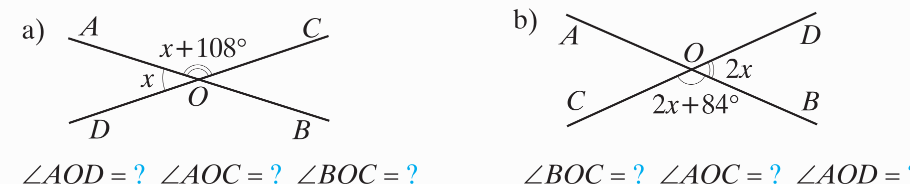
100. Tiesės a ir b — susikertančios. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite:
a) $\angle 1$; b) $\angle 2$; c) $\angle 1 + \angle 3$.



101. Kampas AOC — ištiestinis. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite kampų BOC ir AOB dydžius.



102. Tiesės AB ir CD kertasi taške O. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite nurodytų kampų dydžius.



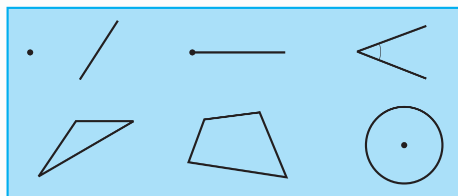
a) $\angle AOD = ?$ $\angle AOC = ?$ $\angle BOC = ?$ b) $\angle BOC = ?$ $\angle AOC = ?$ $\angle AOD = ?$

103. Apskaičiuokite gretutinių kampų dydžius, jei vienas gretutinis kampas:
a) yra 110° mažesnis už kitą kampą;
b) yra 3 kartus didesnis už kitą kampą;
c) sudaro $\frac{2}{3}$ kito kampo;
d) sudaro 44% kito kampo.

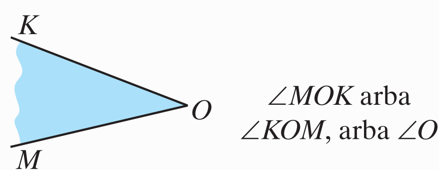
APIBENDRINAME

Geometrinės figūros — taškai, tiesės, spinduliai, kampai, trikampiai, keturkampiai, apskritimai, ... braižomos popieriaus lape, lentoje, t. y. plokščiame paviršiuje. Plokščią paviršių be kraštų (įsivaizduokite begalinį lapą ar lentą) matematikai vadina *plókštuma*.

Plokštumà



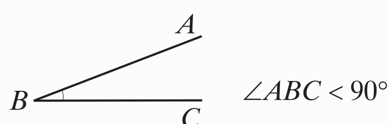
Plokštumos dalis, kurią riboja du spinduliai, turintys bendrą pradžią, vadinama *kampù*.
Žodžiui kam̃pas trumpiau užrašyti vartojamas ženklas ∠.



$\angle MOK$ arba $\angle KOM$, arba $\angle O$

Kampų̃ rūšys:

- smailùsis;



$\angle ABC < 90°$

- statùsis;



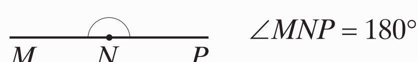
$\angle O = 90°$

- bukàsis;



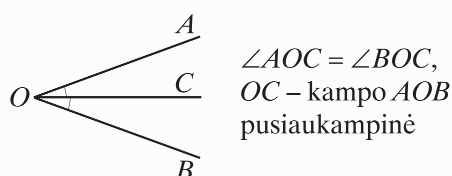
$90° < \angle 1 < 180°$

- ištiestìnis.



$\angle MNP = 180°$

Iš kampo viršūnės išeinantis spindulys, dalijantis kampą pusiau, vadinamas *kampo pusiáukampine*.



$\angle AOC = \angle BOC$,
OC – kampo AOB pusiaukampinė

Du kampaĩ, susidarę nubrėžus spindulį iš ištiestinio kampo viršūnės, vadinami *gretutìniais* kampais.

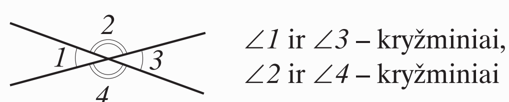


$\angle 1$ ir $\angle 2$ – gretutiniai

Gretutinių kampų dydžių suma lygi 180°.

$\angle 1 + \angle 2 = 180°$

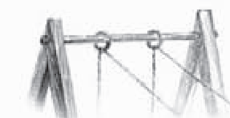
Priešingieji kampai, susidarę susikirtus dviem tiesėms, vadinami *kryžmìniais* kampais.



$\angle 1$ ir $\angle 3$ – kryžminiai,
$\angle 2$ ir $\angle 4$ – kryžminiai

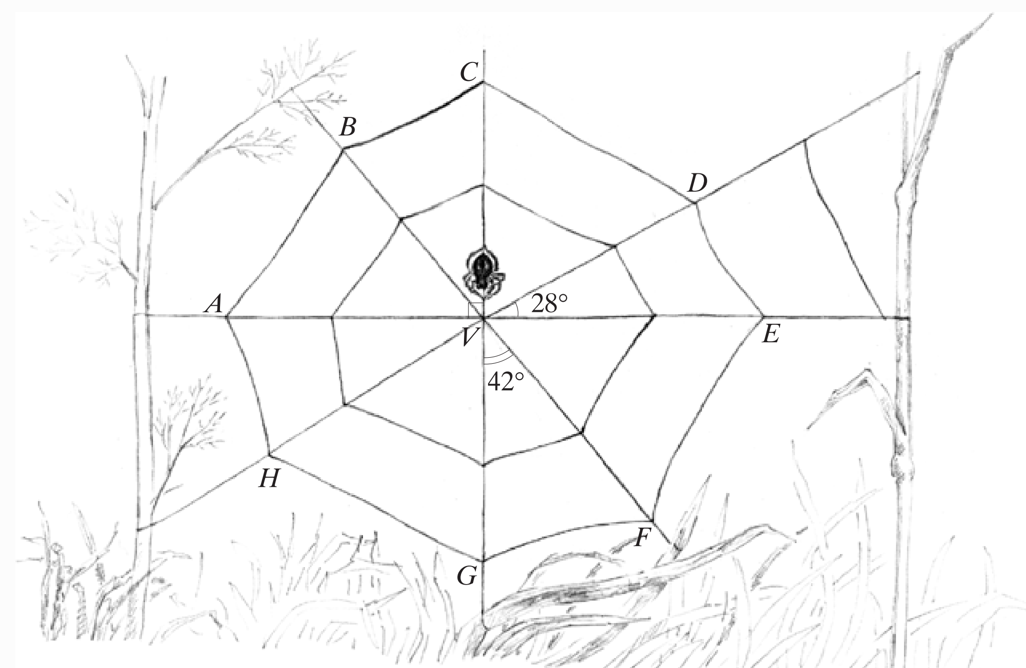
Kryžmìniai kampai yra lygūs.

$\angle 1 = \angle 3, \quad \angle 2 = \angle 4$



Voratinklis

Voras mezga voratinklį tarp dviejų medelių. Laikykime, kad AE, BF, CG ir DH yra tiesės. $\angle AVC = 90°$, $\angle DVE = 28°$, $\angle FVG = 42°$.

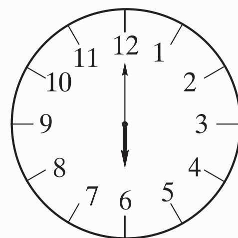


1) Kiek šiame voratinklyje galima pamatyti stačiųjų kampų? Išvardykite juos.
2) Surašykite smailiuosius kampus, kurių viena kraštinė yra tiesėje BF.
3) Surašykite bukuosius kampus, kurių viena kraštinė yra tiesėje DH.
4) Kaip vadinamas kampas CVG? Koks yra jo dydis?
5) Remdamiesi piešiniu, nustatykite:
   a) kampo BVC dydį; b) kampo AVH dydį.
6) Apskaičiuokite dydį:
   a) $\angle AVB$; b) $\angle HVG$; c) $\angle DVG$; d) $\angle AVD$; e) $\angle CVF$.

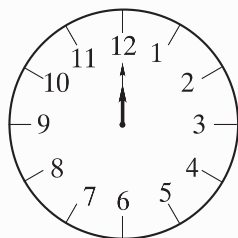
Statusis kampas — viena seniausių geometrijos sąvokų.
Teiginį, kad dviejų gretutinių kampų suma lygi dviem statiesiems kampams, suformulavo senovės babiloniečiai ir egiptiečiai.
Kaip teigia Eudemas Rodietis (IV a. pr. Kr.), parašęs pirmąjį pasaulyje matematikos istorijos veikalą, kryžminių kampų lygybę pirmasis įrodė senovės filosofas ir matematikas Talis Miletietis (VII a. pr. Kr.).

SPRENDŽIAME

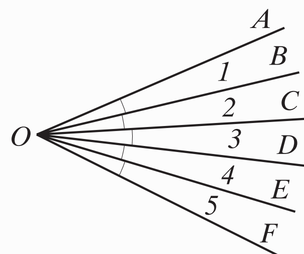
104. Laikrodis rodo lygiai 6 valandą (žr. pav.).
a) Per kiek minučių minutinė rodyklė pasisuks ištiestiniu kampu? stačiuoju kampu?
b) Nurodykite laiko tarpą tarp 6 ir 7 valandos, kada minutinė rodyklė pasisuks smailiuoju kampu; bukuoju kampu.



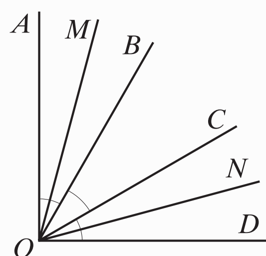
105. Laikrodis rodo lygiai 12 valandų (žr. pav.).
a) Per kiek valandų valandinė rodyklė pasisuks stačiuoju kampu? ištiestiniu kampu?
b) Kokio dydžio kampu pasisuks valandinė rodyklė per valandą? per minutę?



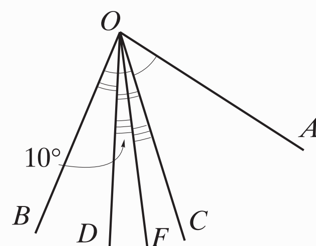
106. Iš taško O nubrėžti spinduliai OA, OB, OC, OD, OE ir OF, sudarantys lygius kampus *1*, *2*, *3*, *4* ir *5*. Surašykite:
a) kampų AOC, AOE, DOF, COE pusiaukampines;
b) kampus, kurių pusiaukampinė yra OD.



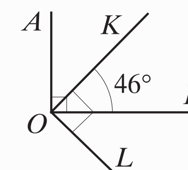
107. Kampas AOD yra status. Kampai AOB, BOC ir COD yra lygūs. Nubrėžtos kampų AOB ir COD pusiaukampinės OM ir ON. Apskaičiuokite:
a) $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COD$;
b) $\angle MOB$, $\angle CON$;
c) $\angle MON$.



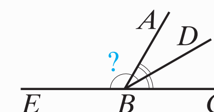
108. *Duota*: OC — $\angle AOB$ pusiaukampinė,
OD — $\angle COB$ pusiaukampinė,
OF — $\angle COD$ pusiaukampinė,
$\angle FOD = 10°$.
Apskaičiuokite: $\angle AOB$.



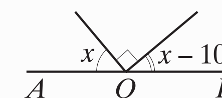
109. *Duota*: $\angle AOB = 90°$,
$\angle KOL = 90°$,
$\angle KOB = 46°$.
Raskite: $\angle AOL$ dydį.



110. $\angle ABE$ ir $\angle ABC$ — gretutiniai, BD — kampo ABC pusiaukampinė. Apskaičiuokite kampo EBD dydį, kai kampo ABC dydis lygus:
a) 60°; b) 90°; c) 160°.

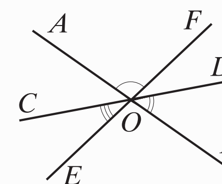


111. Kampas AOB yra ištiestinis. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite kampo x dydį.

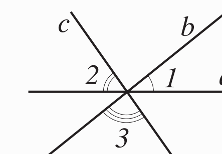


112. Susikirtus dviem tiesėms, susidarė du smailūs ir du buki kampai. Apskaičiuokite bukųjų kampų dydžius, jei:
a) smailusis kampas yra 4 kartus mažesnis už bukąjį;
b) bukasis kampas yra 110° didesnis už smailųjį.

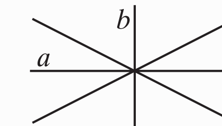
113. Tiesės AB, CD ir EF kertasi taške O.
1) Užrašykite kampą, lygų kampui BOD; kampui COE.
2) Apskaičiuokite kampų AOF, BOD ir COE dydžių sumą.



114. Tiesės a, b ir c kertasi viename taške. Apskaičiuokite $\angle 3$, kai $\angle 1 = 39°$, $\angle 2 = 55°$.



115. Tiesės a ir b dalija kryžminius kampus pusiau. Kokiu kampu kertasi tiesės a ir b?





116. Kampų matavimo vienetai, smulkesni už laipsnį, yra *minutė* ir *sekundė*.
$1° = 60'$ — vienas laipsnis lygus 60 minučių;
$1' = 60''$ — viena minutė lygi 60 sekundžių.
1) Kampai *1* ir *2* yra gretutiniai. Apskaičiuokite kampo *2* dydį, kai:
a) $\angle 1 = 50°30'$; b) $\angle 1 = 35°18'$; c) $\angle 1 = 30°30'30''$.
2) Vieno iš kryžminių kampų dydis lygus $25°25'$. Apskaičiuokite kitų trijų kampų dydžius.

51 TIESĖS

Užduotis.

1) Nubrėžkite dvi tiesės. Pasakykite, ar jūsų nubrėžtos tiẽsės yra lygiagrẽčios, ar nėra lygiagrečios.

Dvi plokštumos tiesės gali būti:
- *lygiagrẽčios*
- *susìkertančios*

A B C D M L E K N c d

Rašome: *AB* ∥ *CD*
Sakome: tiesẽ AB lygiagreti tiesei CD

Rašome: *MN* ∦ *KL*
Sakome: tiesė MN nėra lygiagreti tiesei KL

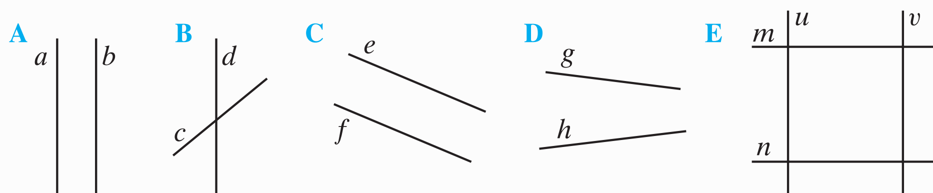
Rašome: *c* ∦ *d*
Sakome: tiesės c ir d nėra lygiagrečios

Tiesės *AB* ir *CD* nesikerta.

Tiesės *MN* ir *KL* kertasi taške *E*.

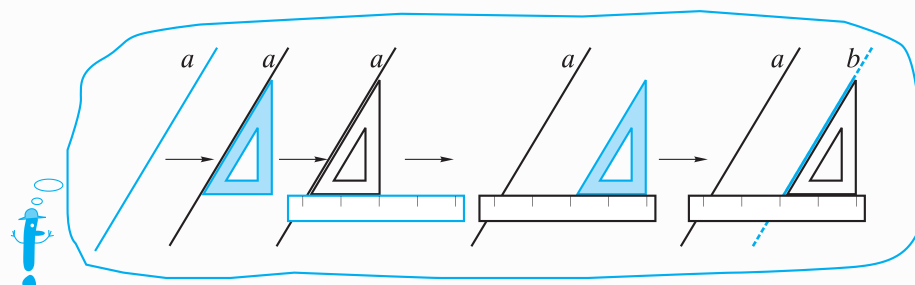
Tiesių *c* ir *d* susikirtimo tašką rastume, jas pratęsę.

2) Iš akies nustatykite, kurios iš duotųjų tiesių yra lygiagrečios.

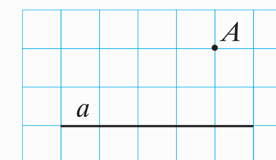


Dvi plokštumos tiesės vadinamos ***lygiagrečiomis̀***, jeigu jos nesikerta.

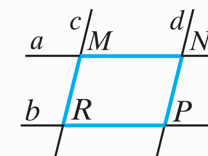
3) Naudodamiesi liniuote ir kampainiu, nubrėžkite dvi lygiagrečiàs tieses (žr. pav.).



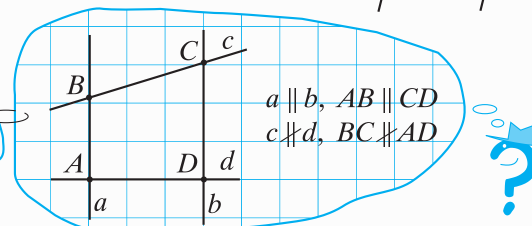
117. Sąsiuvinyje nubrėžkite tiesę *a* ir šalia jos padėkite tašką *A* taip, kaip parodyta brėžinyje. Per tašką *A* nubrėžkite tiesę:
a) kertančią tiesę *a*; b) lygiagrečią tiesei *a*.



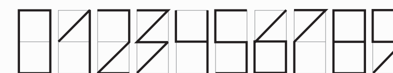
118. Vaida nubrėžė dvi lygiagrečias tieses *a* ir *b*. Jas kirto kitomis dviem lygiagrečiomis tiesėmis *c* ir *d*. Pažymėjo susidariusį keturkampį *MNPR*. Surašykite lygiagrečias keturkampio kraštines.



Atkarpos, kurios yra lygiagrečiose tiesėse, vadinamos lygiagrečiomis.

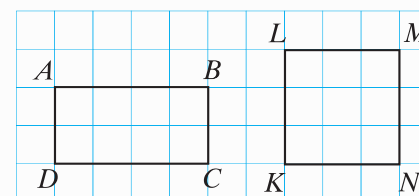


119. Pašto indeksas ant voko anksčiau buvo rašomas tokiais skaitmenimis:



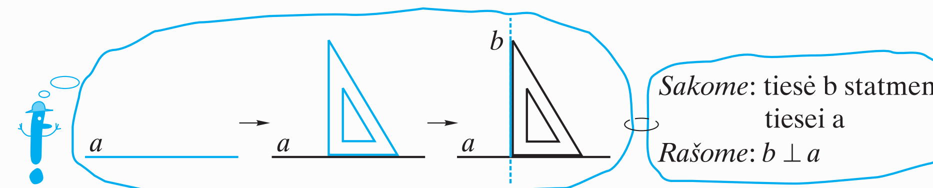
Kuriuos skaitmenis vaizduojant nepanaudotos lygiagrečios atkarpos?

120. Brėžinyje pavaizduotas stačiakampis $ABCD$ ir kvadratas $KLMN$.



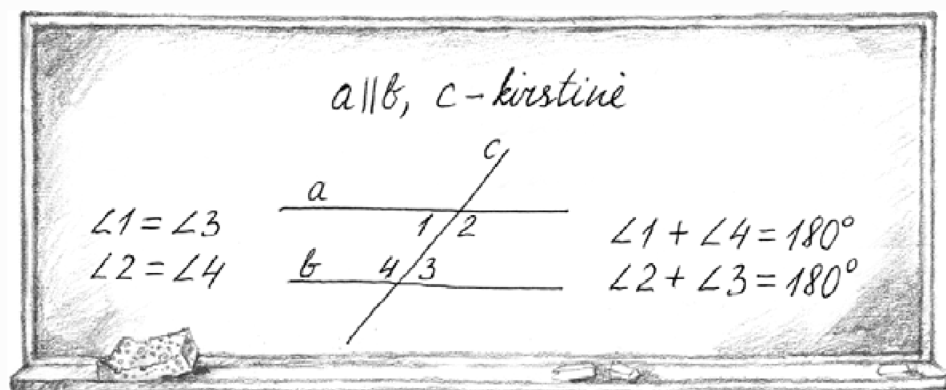
1) Kuri stačiakampio $ABCD$ kraštinė yra lygiagreti kraštinei AD? kraštinei DC?
2) Surašykite kvadrato $KLMN$ lygiagrečių kraštinių poras.
3) Surašykite abiejų stačiakampių kraštines, kurios yra lygiagrečios atkarpai MN; atkarpai AB.

121. Naudodamiesi kampainiu, nubraižykite dvi tarpusavyje statmenas tieses.



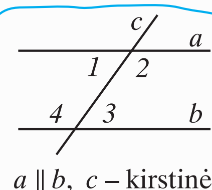
Sakome: tiesė b statmena tiesei a
Rašome: $b \perp a$

52 KAMPAI, SUSIDARANTYS DVI LYGIAGREČIĄSIAS TIESES KERTANT TREČIĄJĄ

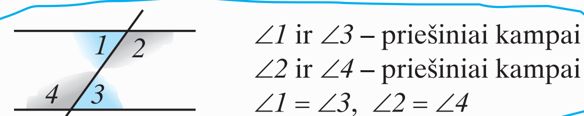


Užduotis. Nubrėžkite dvi lygiagrečias tieses *a* ir *b*. Nubrėžkite tiesę *c*, kuri kirstų tieses *a* ir *b*. Tarp lygiagrečių tiesių susidariusius *vidaus* kampus pažymėkite skaičiais *1*, *2*, *3*, *4*, kaip parodyta brėžinyje.

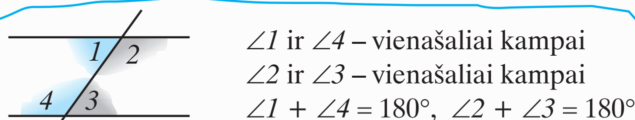
Dvi tieses kertančią tiesę vadinsime ***kirstinė***.



1) Kurie pažymėtieji kampai yra *priešiniai*, t. y. skirtingose kirstinės pusėse? Matuodami matlankiu, įsitikinkite, kad $\angle 1 = \angle 3$.

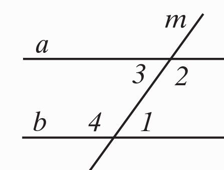


2) Remdamiesi gretutinių kampų savybe ir tuo, kad $\angle 1 = \angle 3$, įsitikinkite, kad lygūs ir kiti priešiniai kampai, t. y. $\angle 2 = \angle 4$.
3) Kurie pažymėtieji kampai yra *vienašãliai*, t. y. toje pačioje kirstinės pusėje? Apskaičiuokite vienašalių kampų *1* ir *4* dydžių sumą.

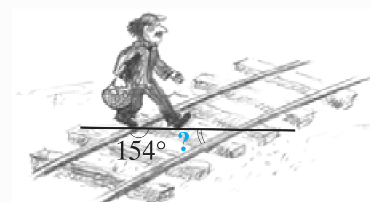


4) Įsitikinkite, kad ir kitų vienašalių kampų dydžių suma lygi 180°, t. y. $\angle 2 + \angle 3 = 180°$.

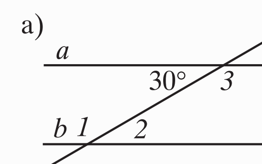
122. Skaičiais pažymėti keturi kampai, susidarę lygiagrečias tieses *a* ir *b* kertant tiese *m*. Surašykite visas:
a) priešinių kampų poras;
b) vienašalių kampų poras;
c) poras kampų, kurių dydžiai lygūs;
d) poras kampų, kurių dydžių suma lygi 180°.

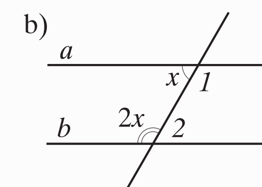


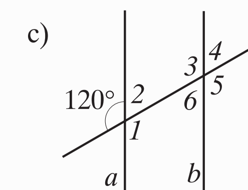
123. Žmogus eina tiesia linija per geležinkelio bėgius. Remdamiesi piešiniu, apskaičiuokite klaustuku pažymėto kampo dydį.



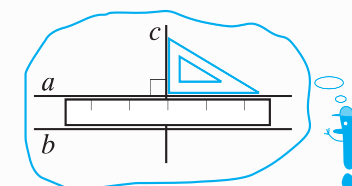
124. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite kiekvieno skaitmeniu pažymėto kampo dydį ($a \parallel b$).

a) 

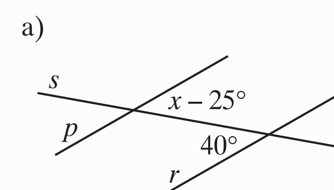
b) 

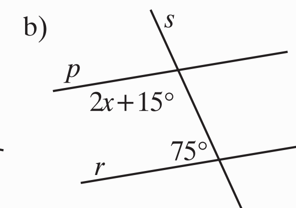
c) 

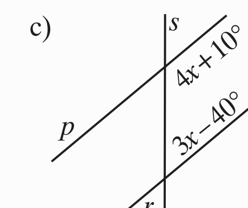
125. Nubrėžkite dvi lygiagrečias tieses *a* ir *b*. Nubrėžkite tiesę *c*, statmeną tiesei *a*. Ar tiesė *c* yra statmena ir tiesei *b*?



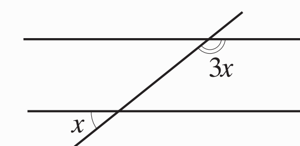
126. Dvi lygiagrečias tieses *p* ir *r* kerta kirstinė *s*. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite *x*.

a) 

b) 

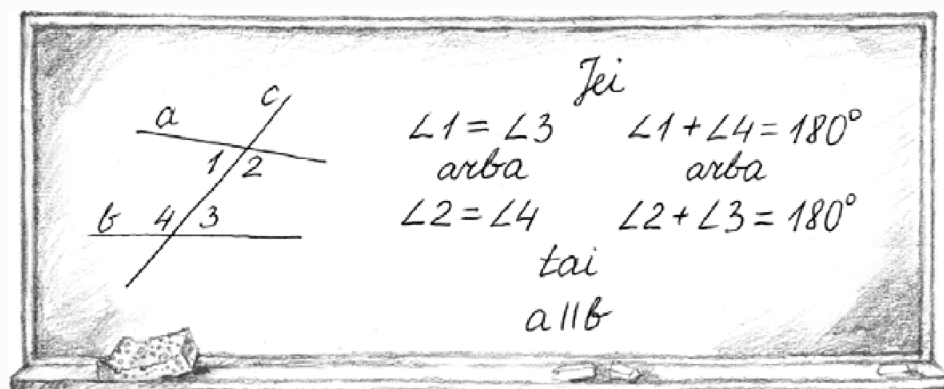
c) 

127. Dvi lygiagrečias tieses kerta trečioji. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite kampo *x* dydį.



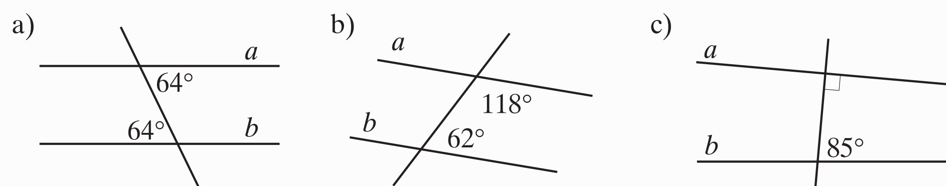


DVIEJŲ TIESIŲ LYGIAGRETUMO POŽYMIAI



1 užduotis. Nubrėžkite dvi *nelygiagrečias* tieses a, b ir kirstinę c. Susidariusius kampus pažymėkite skaičiais *1*, *2*, *3*, *4*, kaip parodyta lentoje. Išmatuokite kampų *1*, *2*, *3*, *4* dydžius ir įsitikinkite, kad:
a) priešiniai kampai ($\angle 1$ ir $\angle 3$; $\angle 2$ ir $\angle 4$) nėra lygūs;
b) vienašalių kampų suma ($\angle 1 + \angle 4$; $\angle 2 + \angle 3$) nėra lygi 180°.

2 užduotis. Nustatykite, ar tiesės a ir b yra lygiagrečios.



Kaip nustatyti, ar dvi plokštumos tiesės yra lygiagrečios?

(Brėžinys: tiesės a, b, kirstinė m, kampai 1, 2, 3, 4.) Ar $a \parallel b$?

Galima jas kirsti trečiąja tiese ir išmatuoti priešinių arba vienašalių kampų dydžius.

- Jei priešiniai kampai yra lygūs, tai tos dvi tiesės yra lygiagrečios.

Jei $\angle 1 = \angle 3$ arba $\angle 2 = \angle 4$, tai $a \parallel b$.

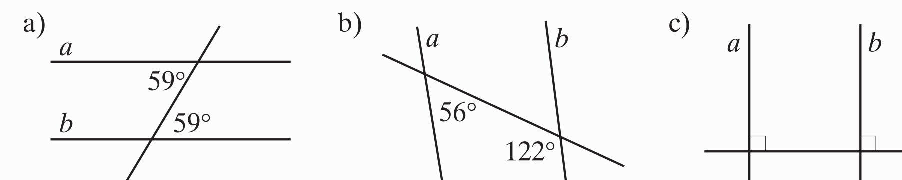
- Jei vienašalių kampų suma lygi 180°, tai tos dvi tiesės yra lygiagrečios.

Jei $\angle 1 + \angle 4 = 180°$ arba $\angle 2 + \angle 3 = 180°$, tai $a \parallel b$.

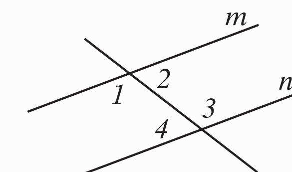
Šie teiginiai vadinami dviejų tiesių *lygiagretumo požymiais*.



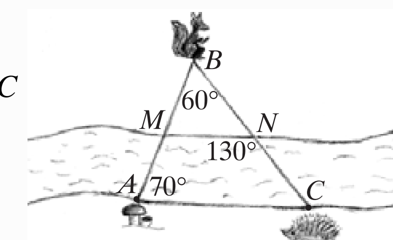
128. Ar tiesės a ir b yra lygiagrečios? Paaiškinkite kodėl.



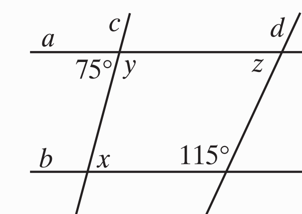
129. Ar tiesės m ir n yra lygiagrečios, jei $\angle 1 + \angle 4 = \angle 4 + \angle 3$?



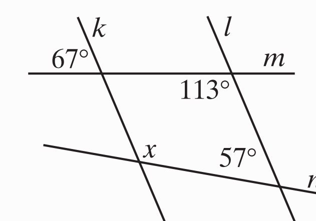
130. Remdamiesi brėžiniu:
a) apskaičiuokite $\angle C$;
b) nustatykite, ar upės krantai MN ir AC yra lygiagretūs;
c) apskaičiuokite $\angle AMN$.



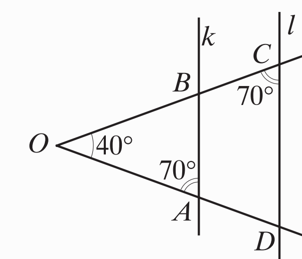
131. Dvi lygiagrečias tieses a ir b kerta kitos dvi tiesės c ir d. Remdamiesi brėžiniu:
a) apskaičiuokite kampo x dydį;
b) nustatykite, ar tiesės c ir d yra lygiagrečios;
c) apskaičiuokite kampų y ir z dydžius.



132. Dvi tieses m ir n kerta kitos dvi tiesės k ir l. Remdamiesi brėžiniu:
a) nustatykite, ar $k \parallel l$;
b) nustatykite, ar $m \parallel n$;
c) apskaičiuokite kampo x dydį.



133. Tiesės k ir l kerta kampo O kraštines taškuose A, B, C ir D. Remdamiesi brėžiniu:
1) nustatykite, ar tiesės k ir l yra lygiagrečios;
2) apskaičiuokite $\angle ADC$.



APIBENDRINAME

Dvi plokštumos tiesės vadinamos *lygiagrečiósiomis*, jeigu jos nesikerta (neturi bendrų taškų).



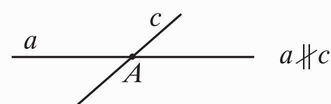
$a \parallel b$

Lygiagrečiosè tiesėse esančios atkarpos yra lygiagrẽčios.



$a \parallel b$,
$MN \parallel KL$

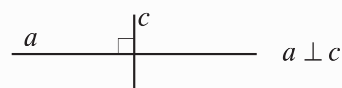
Dvi plokštumos tiesės vadinamos *susikertančiosiomis*, jeigu jos turi vieną bendrą tašką.



$a \nparallel c$

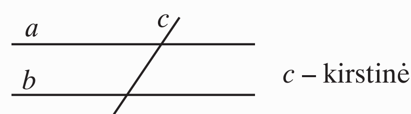
Tiesės a ir c kertasi taške A.

Dvi plokštumos tiesės vadinamos *statmenomis*, jeigu jos susikerta stačiu kampu.

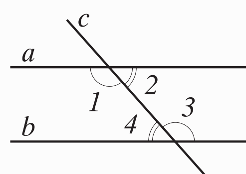


$a \perp c$

Dvi tiesės kertanti tiesẽ vadinama *kirstìnė*.



c – kirstinė



Kampai tarp tiesių ir kirstìnės vadinami:

- *priéšiniais*, jei jie yra priešingose kirstinės pusėse;
- *vienašãliais*, jei jie yra vienoje kirstinės pusėje.

$\angle 1$ ir $\angle 3$, $\angle 2$ ir $\angle 4$ — priešiniai kampai;
$\angle 1$ ir $\angle 4$, $\angle 2$ ir $\angle 3$ — vienašaliai kampai

Kampų, susidariusių dvi *lygiagrečiàs* tiesès kertant trečiąja tiesė, *savybės*:

- priešiniai kampai yra lygūs;
- vienašalių kampų suma lygi 180°.

Jei $a \parallel b$, tai:
$\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$;
$\angle 1 + \angle 4 = \angle 2 + \angle 3 = 180°$.

Dviejų tiesių *lygiagretùmo požymiai*.

- Jei dvi tieses kerta trečia tiesė ir susidarę priešiniai kampai yra lygūs, tai tos dvi tiesės yra lygiagrečios.
- Jei dvi tieses kerta trečia tiesė ir susidariusių vienašalių kampų suma lygi 180°, tai tos dvi tiesės yra lygiagrečios.

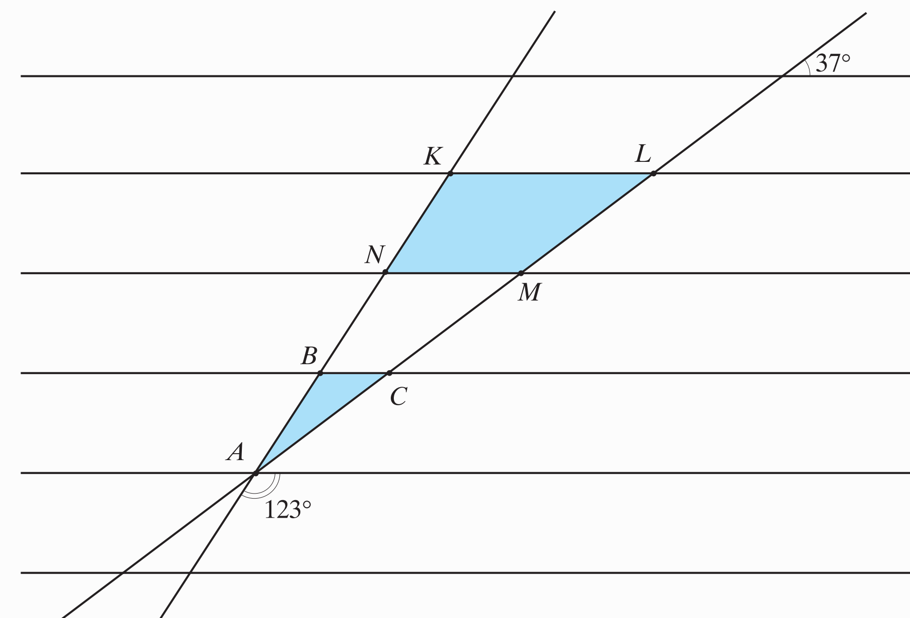
Jei $\angle 1 = \angle 3$ arba $\angle 2 = \angle 4$, tai $a \parallel b$.

Jei $\angle 1 + \angle 4 = 180°$ arba $\angle 2 + \angle 3 = 180°$, tai $a \parallel b$.



Lygiagrečiosios tiesės

Ona nubraižė 6 lygiagrečias tieses ir jas perkirto dviem susikertančiomis tiesėmis. Tada matlankiu išmatavo dviejų kampų dydžius ir juos užrašė brėžinyje.



Padėkite Onai apskaičiuoti susidariusio:

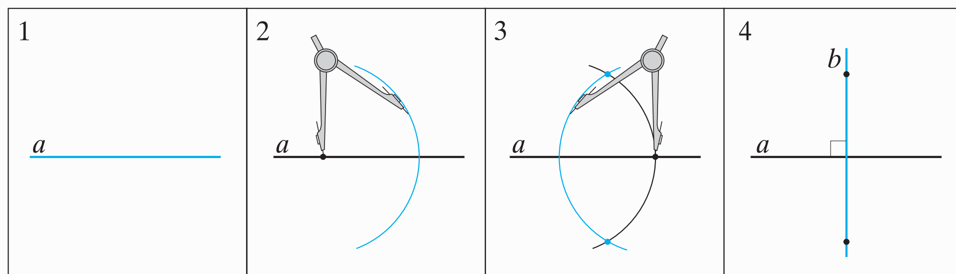
a) trìkampio ABC kampų dydžius;
b) ketùrkampio $KLMN$ kampų dydžius.

Daugiau kaip prieš du tūkstančius metų senovės Graikijoje pradėjo formuotis paprasčiausios geometrijos sąvokos. Tam daug įtakos turėjo žmogaus praktinė veikla.
Gamindamas lanką, žmogus sulenkdavo tiesų plono medžio kamieną ir jo galus surišdavo virvele. Išsitiesdamas kamienas virvelę įtempdavo. Įtempta virvelė ilgainiui tapo tiesios linijos įvaizdžiu.
Graikų žodis *parallelos*, reiškiantis „einantis greta“, „viena šalia kitos einančios“ (tiesės), kaip geometrinis terminas pradėtas vartoti dar prieš 2500 metų Pitagoro mokykloje.
III mūsų eros amžiuje senovės Graikijos matematikas Papas tiesių lygiagretumui žymėti vartojo ženklą $=$. Taip tiesių lygiagretumą žymėjo ir XII a. prancūzų matematikas Erigonas. Tik XVIII a., kai visi sekdami Rekordu ėmė vartoti šį ženklą žymėti lygybei, tiesių lygiagretumą imta žymėti ženklu $\parallel$.

SPRENDŽIAME

134. Nubrėžkite tiesę l. Vienoje tiesės l pusėje pažymėkite tašką A, o kitoje — tašką B.
1) Nubrėžkite tiesę b, einančią per tašką B ir kertančią tiesę l taške D.
2) Nubrėžkite tiesę a, einančią per tašką A ir lygiagrečią tiesei l.
3) Pažymėkite tiesių a ir b susikirtimo tašką.

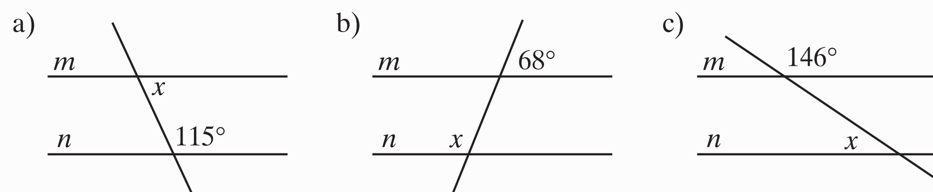
54 **135.** Nubraižyti dvi statmenas tieses galima naudojantis skriestuvu (žr. pav.).



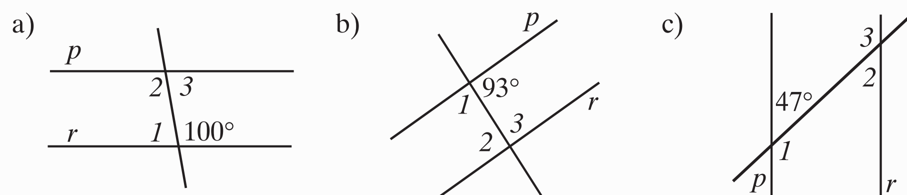
Naudodamiesi skriestuvu, nubrėžkite tiesę m, statmeną tiesei n.

136. Nubrėžkite tris tieses taip, kad jos:
a) neturėtų nė vieno susikirtimo taško;
b) turėtų tik vieną susikirtimo tašką;
c) turėtų lygiai du susikirtimo taškus;
d) turėtų lygiai tris susikirtimo taškus.

137. Tiesės m ir n yra lygiagrečios. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite kampo x dydį.

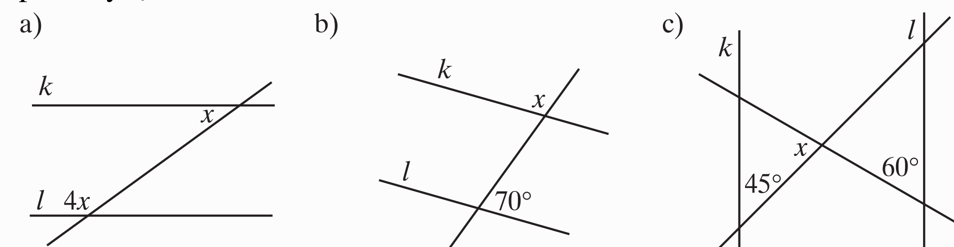


138. Tiesės p ir r yra lygiagrečios. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite kampų *1*, *2*, *3* dydžius.



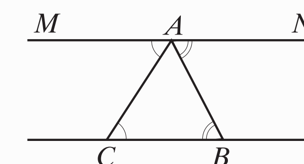


139. Tiesės k ir l yra lygiagrečios. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite kampo x dydį.

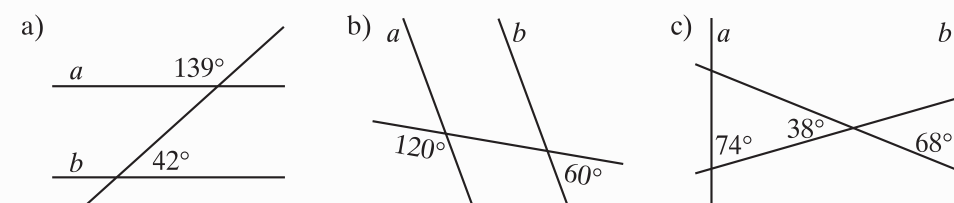


140. Dviejų vienašalių kampų, susidariusių dvi lygiagrečias tieses kertant kirstine, skirtumas lygus 80°. Apskaičiuokite tų kampų dydžius.

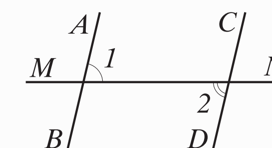
141. Per trikampio ABC viršūnę A nubrėžta tiesė MN, lygiagreti tiesei, kurioje yra trikampio kraštinė BC. Remdamiesi brėžiniu, paaiškinkite, kodėl trikampio ABC kampų dydžių suma lygi 180°, t. y.: $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$.



142. Ar tiesės a ir b yra lygiagrečios? Paaiškinkite kodėl.

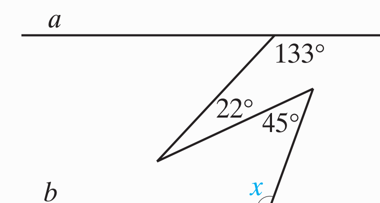


143. Tieses AB ir CD kerta tiesė MN. Ar tiesės AB ir CD yra lygiagrečios, jei $\angle 1 = 72°$, o $\angle 2$ yra 1,5 karto mažesnis už jam gretutinį kampą?




144. Vidas nubrėžė dvi tieses. Vienoje jų pažymėjo 2 taškus, o kitoje — 3 taškus. Iš viso buvo pažymėti 4 taškai. Padarykite ir jūs tokį brėžinį.


145. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite kampo x dydį, kai $a \parallel b$.



PASITIKRINAME

146. a) Nubraižykite smailųjį ir bukąjį kampus. Matlankiu išmatuokite jų dydžius.
b) Nubraižykite statųjį ir ištiestinį kampus. Užrašykite jų dydžius.

147. Nubraižykite smailųjį, statųjį ir bukąjį kampus. Naudodamiesi matlankiu, nubrėžkite kiekvieno šių kampų pusiaukampinę.

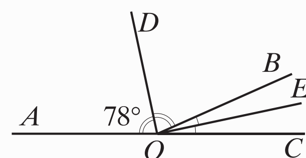
148. Nubrėžkite ištiestinį kampą. Naudodamiesi matlankiu, padalykite jį į 4 lygias dalis.

149. Kampai *1* ir *2* yra gretutiniai. Apskaičiuokite kampo *1* dydį, jei $\angle 2 = 158°$.

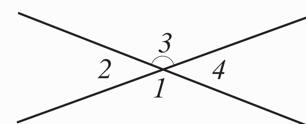


150. Apskaičiuokite gretutinių kampų dydžius, jei:
a) abu kampai yra lygūs;
b) vienas gretutinis kampas yra dvigubai didesnis už kitą;
c) vienas gretutinis kampas yra 30° mažesnis už kitą;
d) vienas gretutinis kampas sudaro 50% kito kampo.

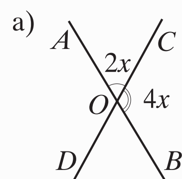
151. Kampai AOB ir BOC yra gretutiniai. Nubrėžtos tų kampų pusiaukampinės OD ir OE. Apskaičiuokite $\angle DOE$, jeigu $\angle AOD = 78°$.

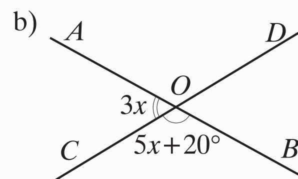


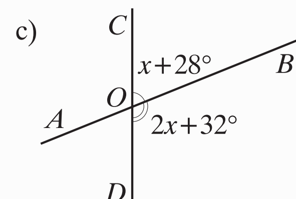
152. Tarp susikertančių tiesių susidarę kampai pažymėti skaitmenimis *1*, *2*, *3*, *4* (žr. pav.). Apskaičiuokite kampų *1*, *2*, *4* dydžius, jei $\angle 3 = 139°$.



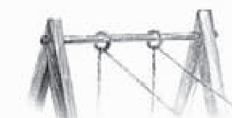
153. Tiesės AB ir CD kertasi taške O. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite kiekvieno iš susidariusių keturių kampų dydį.

a) 

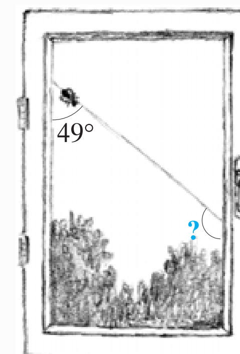
b) 

c) 

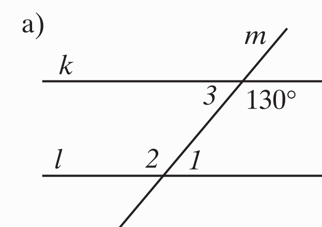
154. Nubraižykite kvadratą $ABCD$. Surašykite:
a) poras lygiagrečių tiesių, kuriose yra kvadrato kraštinės;
b) poras susikertančių tiesių, kuriose yra kvadrato kraštinės.

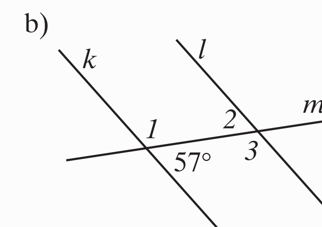


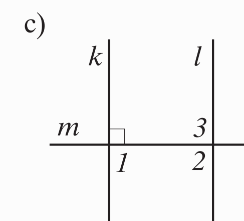
155. Musė ropoja lango stiklu tiesia linija nuo vieno rėmo iki kito. Remdamiesi piešiniu, apskaičiuokite klaustuku pažymėto kampo dydį.



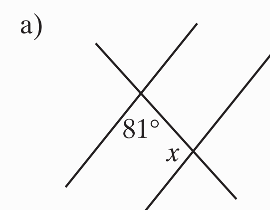
156. Lygiagrečias tieses k ir l kerta tiesė m. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$.

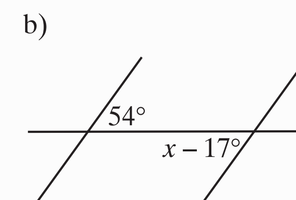
a) 

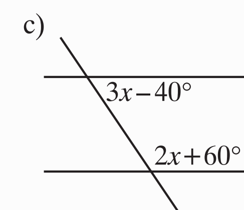
b) 

c) 

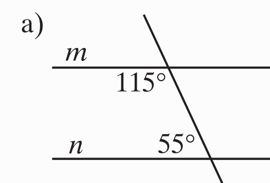
157. Dvi lygiagrečias tieses kerta trečioji. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite x.

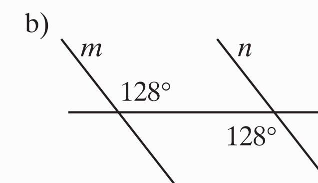
a) 

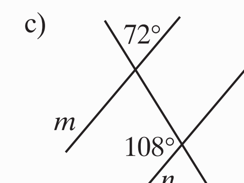
b) 

c) 

158. Ar tiesės m ir n yra lygiagrečios? Paaiškinkite kodėl.

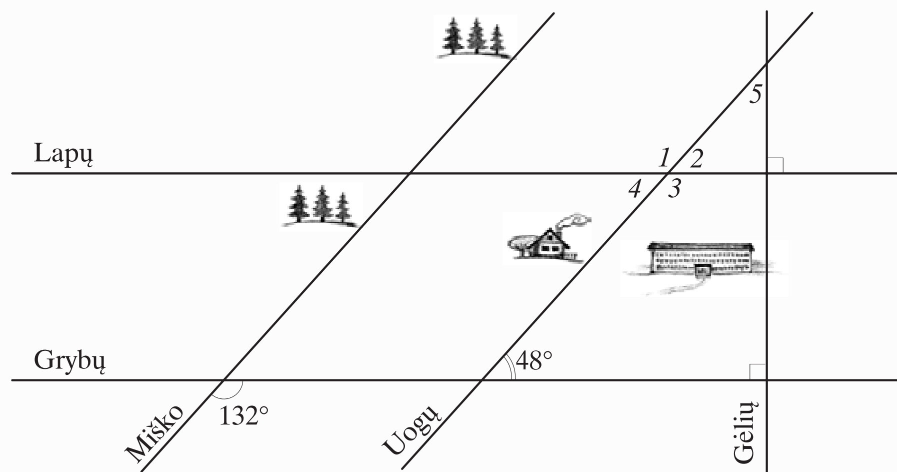
a) 

b) 

c) 

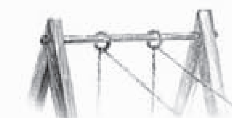
Gatvės, gatvelės ...

Prisiminkime Tito nupieštą gatvių schemą. Titas ją papildė ir sužymėjo kai kuriuos susidariusius kampus.



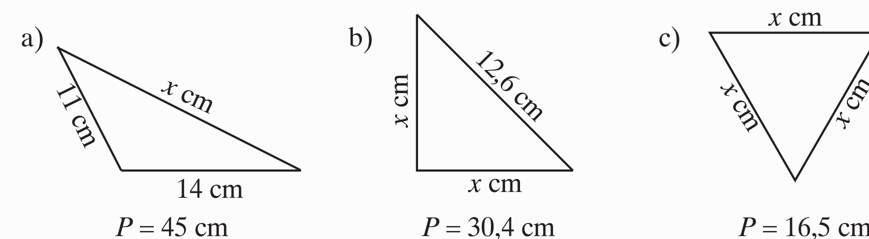
1 užduotis.
1) Nustatykite, ar Miško ir Uogų gatvės yra lygiagrečios.
2) Apskaičiuokite kampo *5* dydį.
3) Apskaičiuokite kampo *2* dydį.
4) Kaip vadinami kampai *1* ir *3*? *2* ir *4*?
5) Koks kampo *4* dydis?
6) Ar Grybų ir Lapų gatvės yra lygiagrečios?
7) Kaip vadinami kampai *1* ir *2*? *2* ir *3*? *3* ir *4*? *4* ir *1*?
8) Apskaičiuokite kampo *1* dydį.
9) Koks kampo *3* dydis?
10)Nustatykite, kokiu kampu susikirstų Miško ir Gėlių gatvės, jas pratęsus.

2 užduotis. Pateikite lygiagrečių tiesių pavyzdžių iš mus supančios aplinkos.



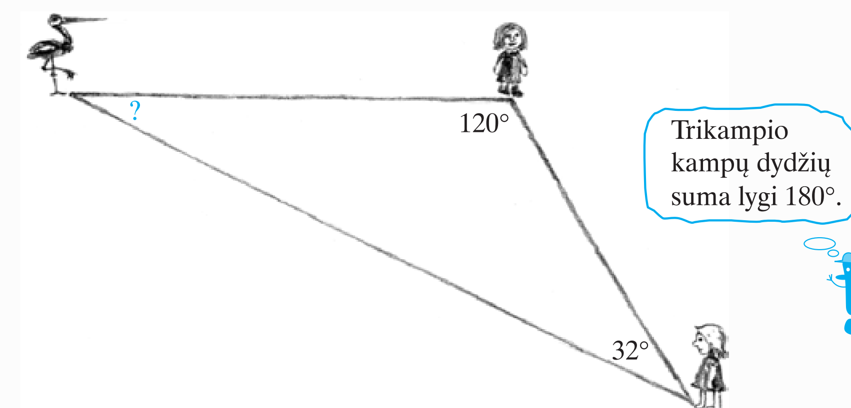
KARTOJAME

159. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite trikampio nežinomų kraštinių ilgius (P — perimetras).

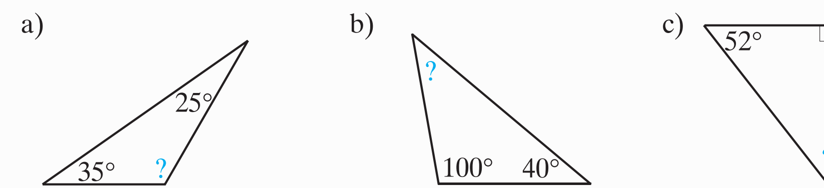


160. Viena trikampio kraštinė dvigubai trumpesnė už antrąją kraštinę ir 10 cm trumpesnė už trečiąją kraštinę. Apskaičiuokite trikampio kraštinių ilgius, jei jo perimetras lygus 34 cm.

161. Remdamiesi piešiniu, apskaičiuokite klaustuku pažymėto kampo dydį.



162. Apskaičiuokite trikampio kampo, pažymėto klaustuku, dydį.

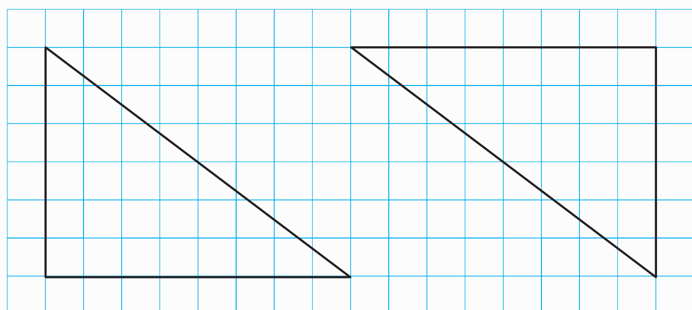


163. Vienas trikampio kampas dvigubai didesnis už antrąjį trikampio kampą ir 20° mažesnis už trečiąjį trikampio kampą. Apskaičiuokite trikampio kampų dydžius.



Braižyk, karpyk

Asta popieriaus lape nubraižė stačiakampį ir nubrėžė jo įstrižainę. Tada tą stačiakampį iškirpo ir, perkirpusi jį per įstrižainę, gavo du trikampius.



Užduotis.

1) Kokia kiekvieno to trikampio rūšis:
   a) pagal kampus? b) pagal kraštines?
2) Kam lygi kiekvieno pavaizduoto trikampio smailiųjų kampų dydžių suma?
3) Iš popieriaus iškirpkite stačiakampį ir per įstrižainę perkirpkite jį į du trikampius.
4) Sudėkite tuos trikampius taip, kad jie sutaptų.
5) Ar jūsų iškirpti trikampiai lygūs?

O ar negalima kitaip nustatyti, ar trikampiai yra lygūs? Nejau kiekvieną kartą, norint nustatyti, ar trikampiai yra lygūs, teks juos iškirpti?

Nustatyti, ar trikampiai yra lygūs, galima remiantis vadinamaisiais trikampių lygumo požymiais. Apie tai ir mokysitės šiame skyriuje.

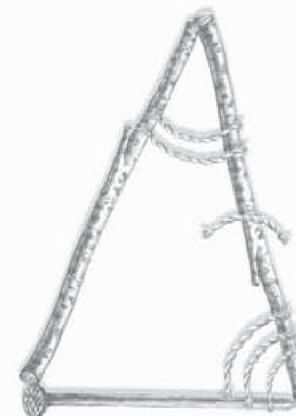
***Šiame skyriuje*:**

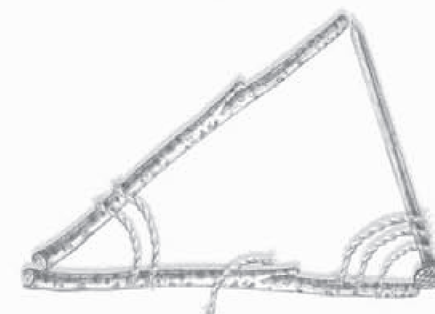
- prisiminsite trikampių rūšis pagal kraštines ir pagal kampus;
- sužinosite, ką vadiname trikampio pusiaukraštine; pusiaukampine; aukštine;
- sužinosite, kaip galima nubraižyti trikampį;
- išmoksite nustatyti, ar duotieji trikampiai yra lygūs.

8 TRIKAMPIAI





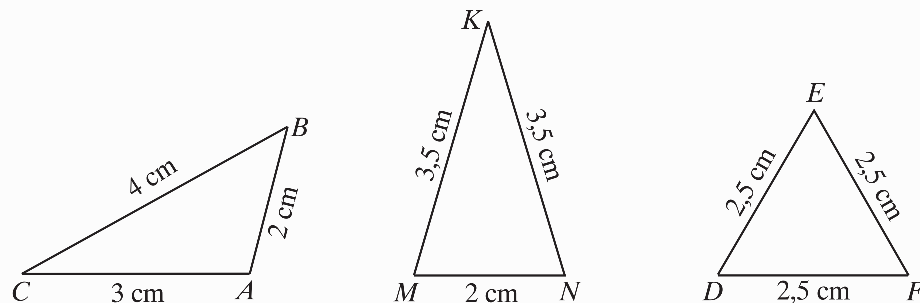






TRIKAMPIO KRAŠTINĖS IR KAMPAI

1 užduotis. Apskaičiuokite trikampių ABC, MNK ir DEF perimetrus.



Įvairiakraštis trikampis – kraštinės skirtingo ilgio.

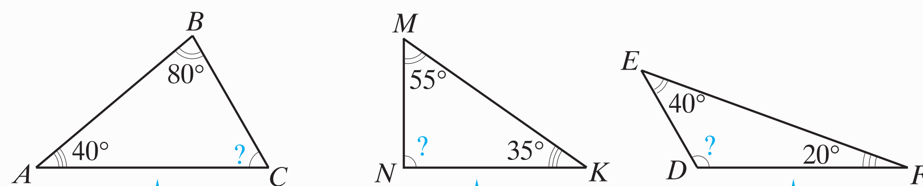
Lygiašonis trikampis – dvi kraštinės lygios.

Lygiakraštis trikampis – visos kraštinės lygios.

Trikampio *perimetru* vadinama jo kraštinių ilgių suma.

2 užduotis.

1) Apskaičiuokite trikampių ABC, MNK ir DEF klaustuku pažymėto kampo dydį.



Smailùsis trikampis – visi kampai smailūs.

Statùsis trikampis – vienas kampas status.

Bukàsis trikampis – vienas kampas bukas.

59

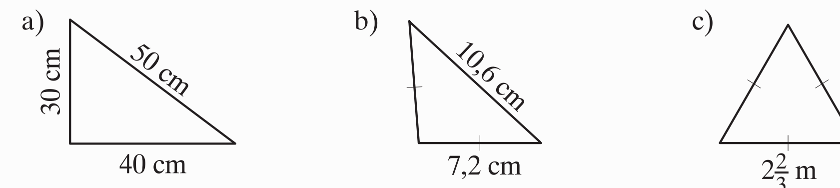
Trikampio kampų dydžių suma lygi 180°.

2) Ar gali trikampis turėti:
a) du stačiuosius kampus? b) du bukuosius kampus?
Paaiškinkite kodėl.

3) Kam lygi stačiojo trikampio smailiųjų kampų dydžių suma?



164. Apskaičiuokite pavaizduoto trikampio perimetrą.

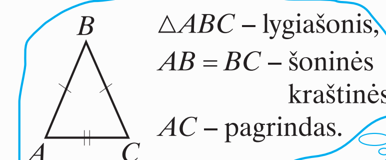


165. Koks lygiakraščio trikampio kraštinės ilgis, jei jo perimetras lygus:
a) 108 mm? b) 32,7 cm? c) $40\frac{1}{2}$ dm?

166. Lygiašonio trikampio perimetras lygus 40 cm.

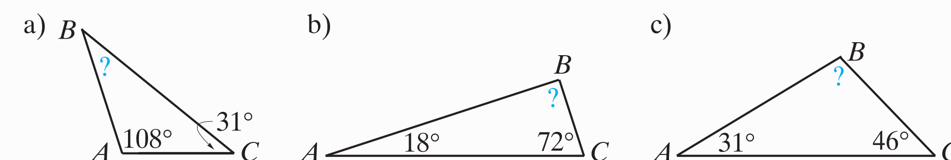
1) Apskaičiuokite trikampio pagrindo ilgį, jei jo šoninė kraštinė lygi:
a) 16 cm; b) 14,25 cm; c) $12\frac{3}{4}$ cm.

2) Apskaičiuokite trikampio šoninės kraštinės ilgį, jei jo pagrindas lygus:
a) 10 cm; b) 18,5 cm; c) $15\frac{2}{5}$ cm.



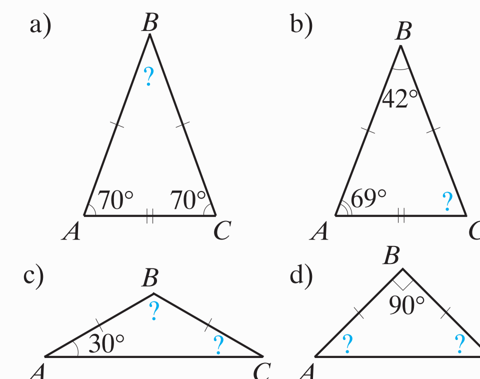
$\triangle ABC$ – lygiašonis,
$AB = BC$ – šoninės kraštinės,
AC – pagrindas.

167. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite trikampio ABC kampo B dydį.

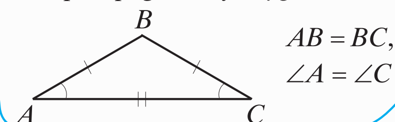


61

168. Apskaičiuokite lygiašonio trikampio nežinomų kampų dydžius.

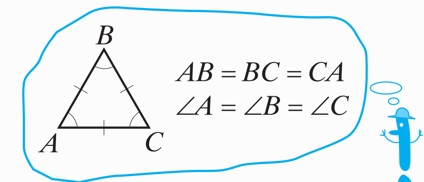


Lygiašonio trikampio kampai prie pagrindo yra *lygūs*.



$AB = BC$,
$\angle A = \angle C$

169. Įsitikinkite, kad *lygiakraščio* trikampio visi kampai yra lygūs. Remkitės lygiašonio trikampio kampų savybe. Kam lygūs lygiakraščio trikampio kampai?

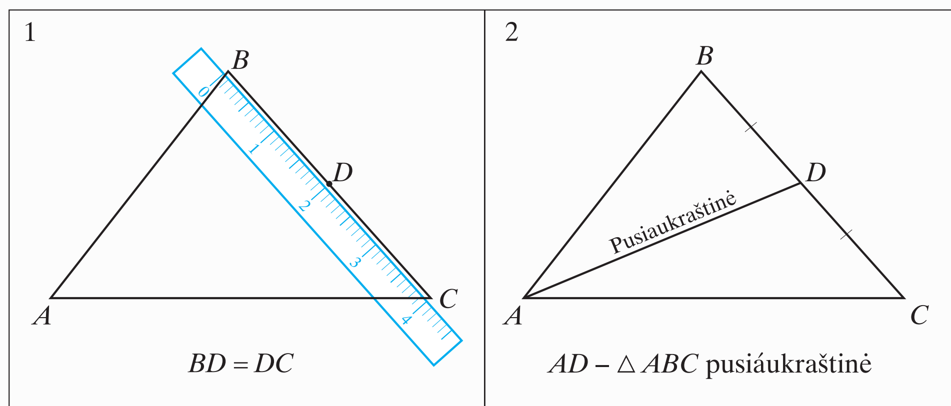


$AB = BC = CA$
$\angle A = \angle B = \angle C$

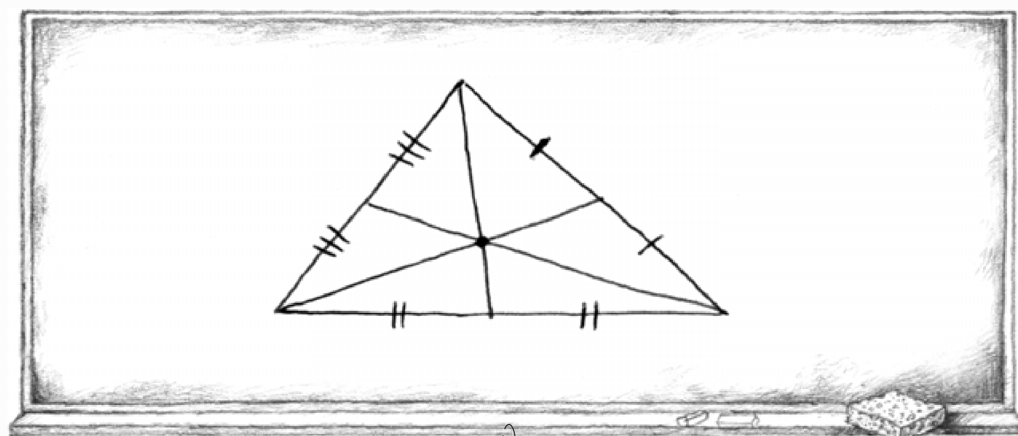
62 TRIKAMPIO PUSIAUKRAŠTINĖS

Užduotis.

1) Nubraižykite trikampį ABC.
2) Pažymėkite kraštinės BC vidurio tašką D.
3) Nubrėžkite atkarpą AD.



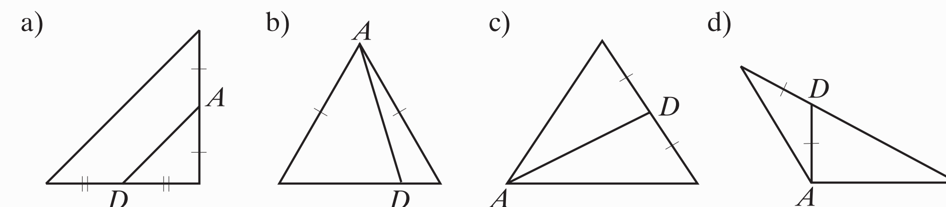
4) Nubrėžkite atkarpą BE taip, kad taškas E būtų kraštinės AC vidurio taškas.
5) Nubrėžkite trikampio ABC pusiaukraštinę CF.
6) Jei viską atlikote teisingai, tai gavote, kad visos trys trikampio ABC pusiaukraštinės AD, BE ir CF susikirto viename taške.



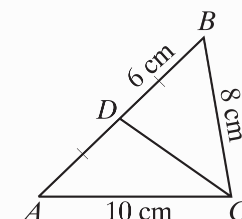
Trikampio pusiaukraštinės kertasi viename taške.



170. Ar atkarpa AD yra duotojo trikampio pusiaukraštinė?

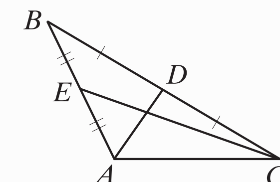


171. CD — trikampio ABC pusiaukraštinė, $BC = 8$ cm, $AC = 10$ cm, $DB = 6$ cm. Apskaičiuokite trikampio ABC perimetrą.

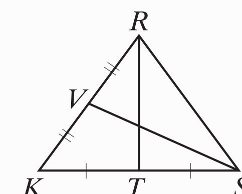


172. BD — trikampio ABC pusiaukraštinė, $P_{ABC} = 24$, $AB = 6$, $BC = 10$. Apskaičiuokite atkarpų AD ir DC ilgius.

173. *Duota*: AD ir CE — trikampio ABC pusiaukraštinės, $AC = 10{,}2$ cm, $AE = 4{,}8$ cm, $CD = 8{,}5$ cm.
Apskaičiuokite: P_{ABC}.



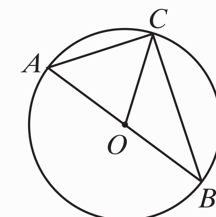
174. Trikampio KRS perimetras lygus 14,3 cm. RT ir SV — šio trikampio pusiaukraštinės. Apskaičiuokite trikampio KRS kraštinių ilgius, jei $KV = 2{,}3$ cm, $TS = 28$ mm.



175. BE — lygiakraščio trikampio ABC pusiaukraštinė. Apskaičiuokite šio trikampio perimetrą, jei $AE = 5\frac{5}{6}$ dm.

176. Lygiašonio trikampio ABC ($AB = BC$) perimetras lygus 36 cm, BE — šio trikampio pusiaukraštinė, $EC = 5$ cm. Apskaičiuokite kraštinės AB ilgį.

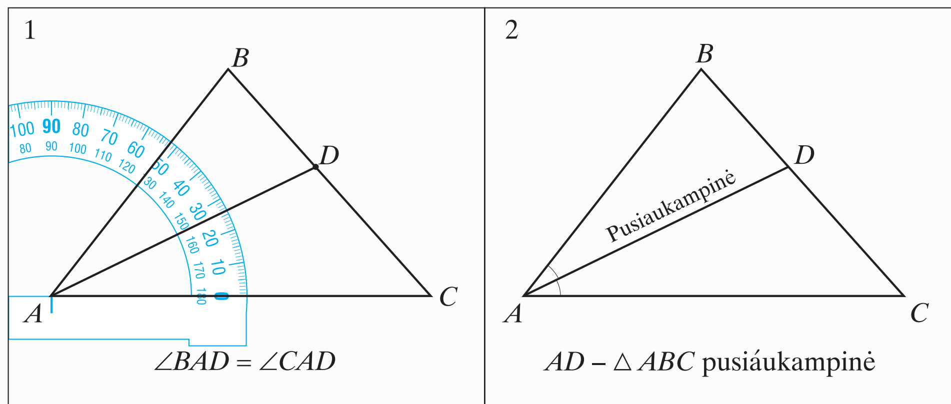
177. Apskritimo skersmuo $AB = 2{,}8$ cm. Apskaičiuokite trikampio ABC pusiaukraštinės CO ilgį (taškas C yra ant apskritimo, O — apskritimo centras).



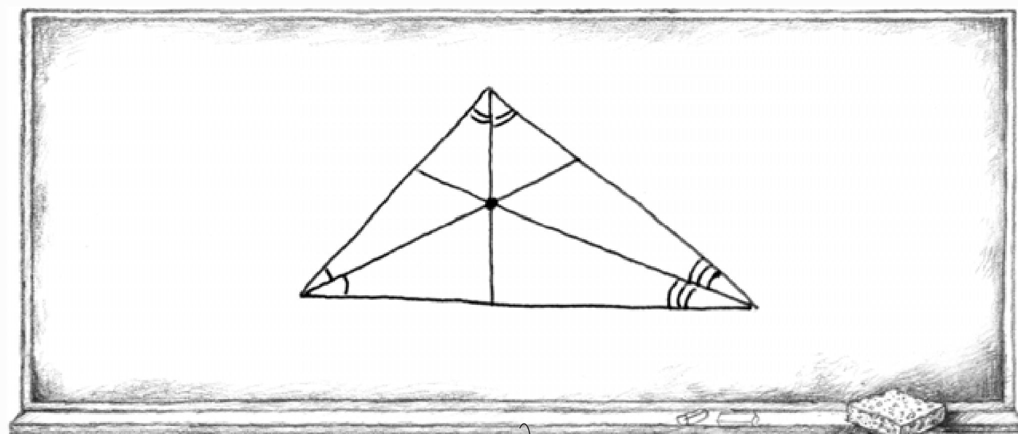
63 TRIKAMPIO PUSIAUKAMPINĖS

Užduotis.

1) Nubraižykite trikampį ABC.
2) Naudodamiesi matlankiu, nubrėžkite to trikampio kampo A pusiáukampinę. Pusiaukampinės ir kraštinės BC susikirtimo tašką pažymėkite raide D.
3) Išryškinkite atkarpą AD.



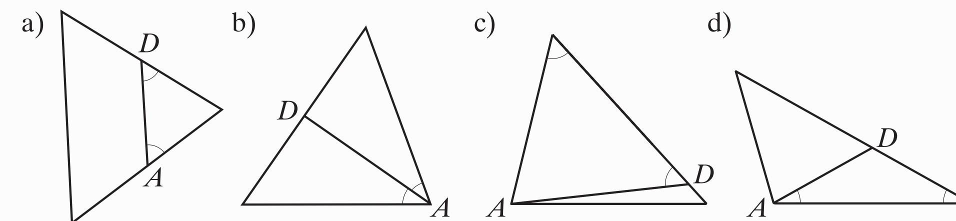
4) Nubrėžkite atkarpą BE taip, kad taškas E būtų ir kampo B pusiaukampinėje, ir kraštinėje AC.
5) Nubrėžkite trikampio ABC pusiaukampinę CF.
6) Jei viską atlikote teisingai, tai gavote, kad visos trys trikampio ABC pusiaukampinės AD, BE ir CF susikirto viename taške.



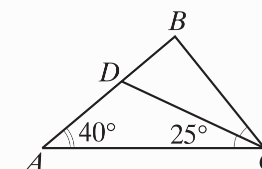
Trikampio pusiaukampinės kertasi viename taške.



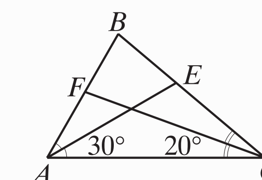
178. Ar atkarpa AD yra duotojo trikampio pusiaukampinė?



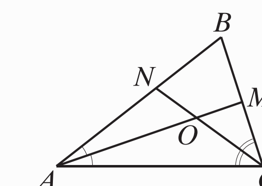
179. CD — trikampio ABC pusiaukampinė, $\angle ACD = 25°$, $\angle BAC = 40°$. Apskaičiuokite $\angle ACB$ ir $\angle B$.



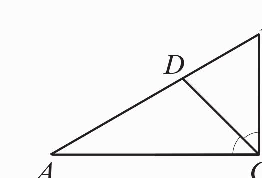
180. AE ir CF — trikampio ABC pusiaukampinės. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite trikampio ABC kampų dydžius.



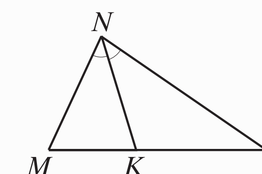
181. *Duota*: AM ir CN — trikampio ABC pusiaukampinės, $\angle CAM = 19°$, $\angle ACN = 36°$.
Apskaičiuokite: a) $\angle B$; b) $\angle ANC$; c) $\angle AMC$.



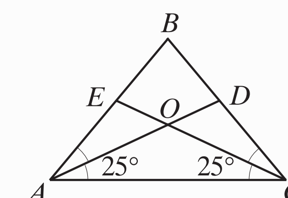
182. *Duota*: CD — $\triangle ABC$ pusiaukampinė, $\angle ACB = 90°$, $\angle A = 30°$.
Apskaičiuokite: $\angle CDA$, $\angle CDB$.



183. NK — trikampio MNL pusiaukampinė, $\angle NMK = 65°$, $\angle MKN = 73°$. Apskaičiuokite kampų NKL, MNL ir NLM dydžius.



184. Lygiašonio trikampio ABC kampų prie pagrindo AC pusiaukampinės susikerta taške O. Apskaičiuokite keturkampio $BEOD$ kampų dydžius, jei $\angle DAC = \angle ECA = 25°$.

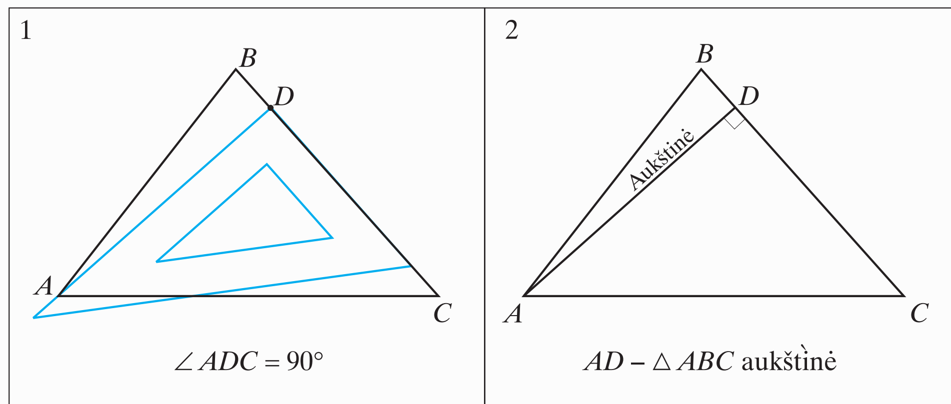




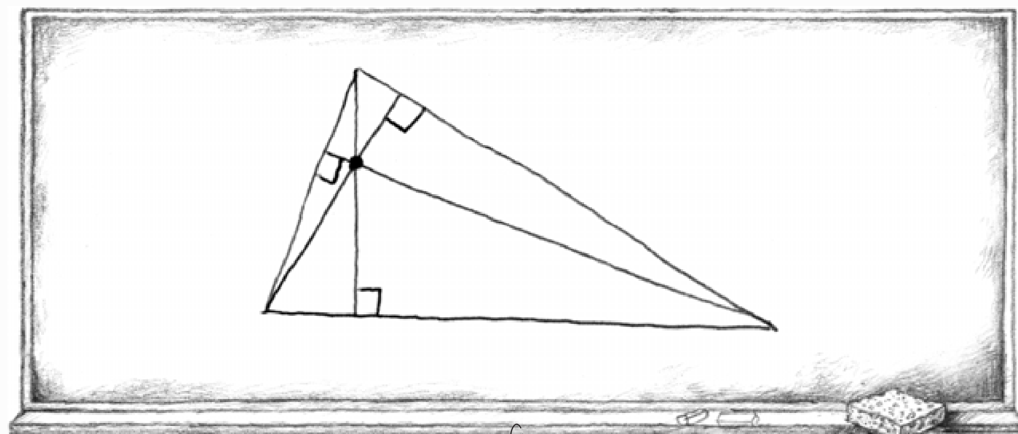
TRIKAMPIO AUKŠTINĖS

Užduotis.

1) Nubraižykite smailųjį trikampį ABC.
2) Naudodamiesi kampainiu, iš viršūnės A nubrėžkite statmenį į kraštinę BC. Statmens ir kraštinės susikirtimo tašką pažymėkite raide D.
3) Išryškinkite atkarpą AD.



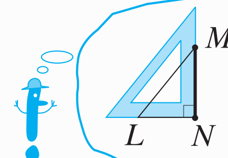
4) Nubrėžkite atkarpą BE taip, kad taškas E būtų kraštinėje AC ir BE būtų statmena kraštinei AC.
5) Nubrėžkite trikampio ABC aukštinę CF.
6) Jei viską atlikote teisingai, tai gavote, kad visos trys trikampio ABC aukštinės AD, BE ir CF susikirto viename taške.



Smailiojo trikampio aukštinės kertasi viename taške.



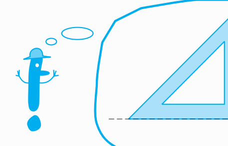
185. 1) Nubraižykite statųjį trikampį ABC ($\angle B = 90°$).
2) Nubrėžkite trikampio aukštines, išeinančias iš smailiųjų kampų A ir C viršūnių. Su kuo sutampa šios trikampio aukštinės?



Stačiojo trikampio aukštinė, nubrėžta iš smailiojo kampo viršūnės, sutampa su to trikampio kraštine – statiniu.
MN – trikampio LNM ($\angle N = 90°$) aukštinė.

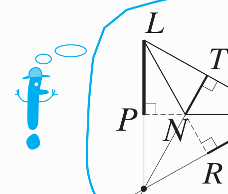
3) Nubrėžkite trikampio aukštinę, išeinančią iš stačiojo kampo viršūnės.
4) Kur susikirto visos trys stačiojo trikampio aukštinės?

186. 1) Nubraižykite bukąjį trikampį ABC ($\angle B > 90°$).
2) Nubrėžkite trikampio aukštinę, išeinančią iš smailiojo kampo A viršūnės.



$LP \perp MN$, taškas P yra kraštinės MN tęsinyje (tiesėje MN),
LP – trikampio LMN aukštinė.

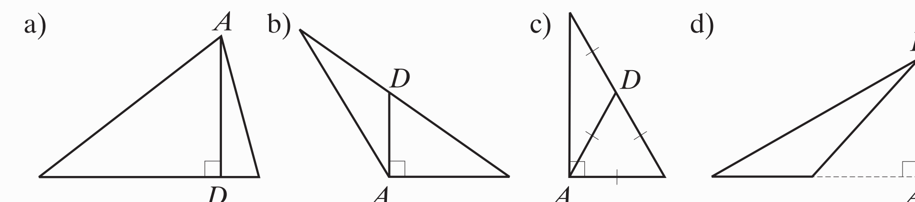
3) Nubrėžkite trikampio aukštinę, išeinančią iš smailiojo kampo C viršūnės.
4) Nubrėžkite trikampio aukštinę, išeinančią iš bukojo kampo viršūnės.
5) Visas tris aukštines pratęskite, iki jos susikirs.



$LP \perp MN$, LP – aukštinė,
$MR \perp LN$, MR – aukštinė,
$NT \perp LM$, NT – aukštinė.

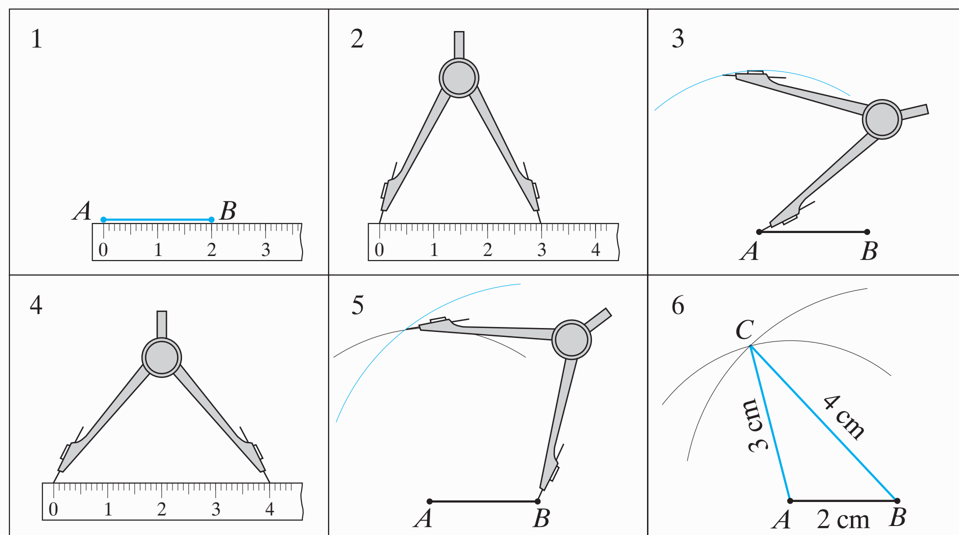
Bukojo trikampio aukštinių tęsiniai kertasi viename taške.

187. Ar atkarpa AD yra duotojo trikampio aukštinė?

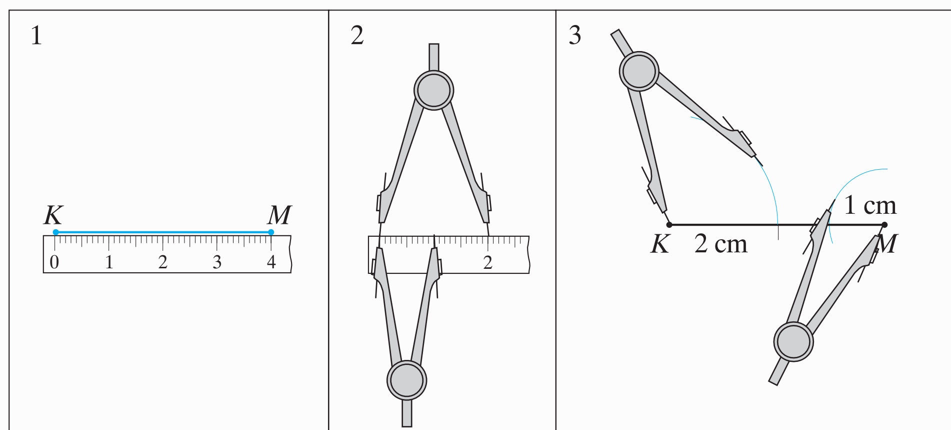


BRAIŽOME TRIKAMPĮ

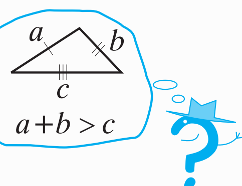
55 ***1 užduotis.*** Naudodamiesi skriestuvu ir liniuote, nubraižykite trikampį ABC, kai žinomi jo kraštinių ilgiai: $AB = 2$ cm, $AC = 3$ cm, $BC = 4$ cm.



2 užduotis. Pabandykite nubraižyti trikampį KLM, kurio kraštinių ilgiai būtų $KM = 4$ cm, $KL = 2$ cm, $LM = 1$ cm.



Trumpesniųjų trikampio kraštinių ilgių suma yra didesnė už ilgiausiąją trikampio kraštinę.



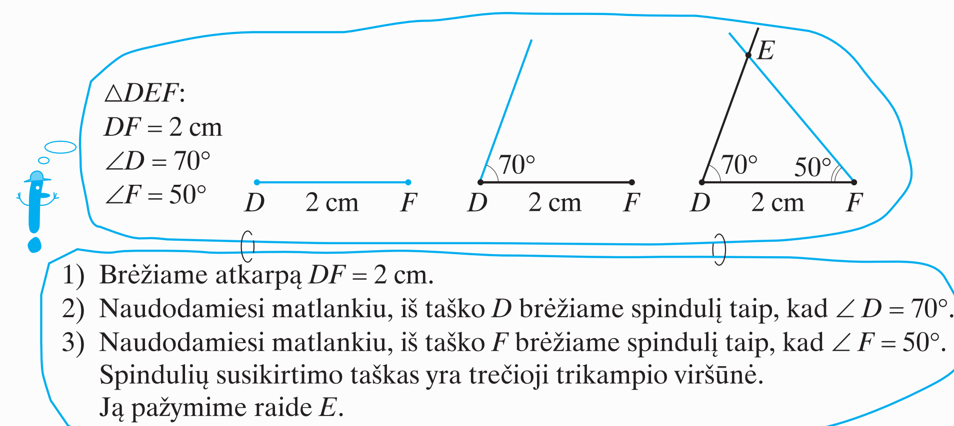
188. Nubraižykite trikampį, kurio kraštinių ilgiai yra:
a) 4 cm, 2 cm, 3,5 cm;
b) 3 cm, 3 cm, 5 cm;
c) 4,5 cm, 4,5 cm, 4,5 cm.

189. 1) Ar galima nubraižyti trikampį, kurio kraštinių ilgiai būtų:
a) 2 cm, 3 cm, 5 cm? b) 1 cm, 2 cm, 2,5 cm?
c) 3,2 cm, 3,2 cm, 7 cm? d) 10 cm, 10 cm, 10 cm?

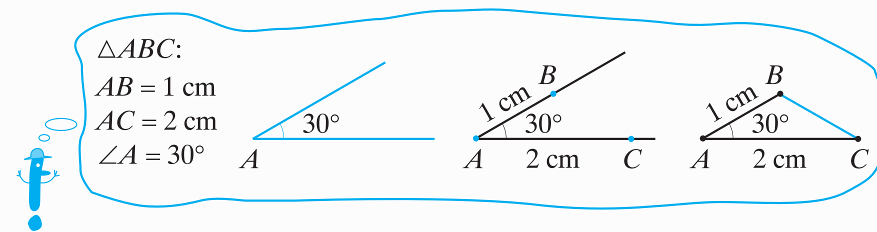
2) Jei taip, tai nubraižykite jį.

190. Koks gali būti trikampio trečiosios kraštinės ilgis (sveikuoju centimetrų skaičiumi), kai kitų dviejų jo kraštinių ilgiai yra:
a) 2 cm ir 3 cm? b) 2 cm ir 2 cm? c) 15 cm ir 9 cm?

56 **191.** Nubraižykite trikampį DEF, kai žinoma kraštinė ir du kampai prie jos.
a) $DF = 4$ cm, $\angle D = 60°$, $\angle F = 40°$;
b) $DF = 2{,}8$ cm, $\angle D = 100°$, $\angle F = 20°$.

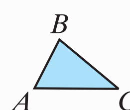


57 **192.** Nubraižykite trikampį ABC, kai žinomos dvi kraštinės ir kampas tarp jų.
a) $AB = 2$ cm, $BC = 3$ cm, $\angle B = 30°$;
b) $AB = 3$ cm, $BC = 5$ cm, $\angle B = 45°$.



APIBENDRINAME

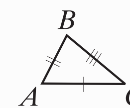
Plokštumos dalis, kurią riboja tris ne vienoje tiesėje esančius taškus jungiančios atkarpos, vadinama *trìkampiu*.



$\triangle ABC$:
A, B, C – viršūnės,
AB, BC, AC – kraštinės,
$\angle A, \angle B, \angle C$ – kampai.

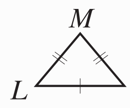
Trikampių rūšys pagal kraštinių ilgius:

- *įvairiakrãštis* — visos kraštinės skirtingo ilgio;



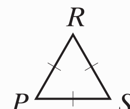
$AB \neq BC \neq CA \neq AB$,
$\triangle ABC$ – įvairiakraštis.

- *lygiašõnis* — dvi kraštinės vienodo ilgio;



$LM = MN$,
$\triangle LMN$ – lygiašonis:
LM, MN – šoninės kraštinės,
LN – pagrindas.

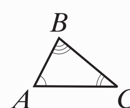
- *lygiakrãštis* — visos kraštinės vienodo ilgio.



$PR = RS = SP$,
$\triangle PRS$ – lygiakraštis.

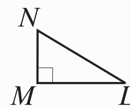
Trikampių rūšys pagal kampų dydžius:

- *smailùsis* — visi kampai smailūs;



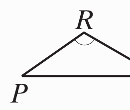
$\angle A < 90°$, $\angle B < 90°$,
$\angle C < 90°$,
$\triangle ABC$ – smailusis.

- *statùsis* — vienas kampas status;



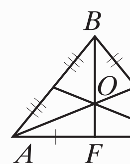
$\angle M = 90°$, $\triangle LMN$ – statusis:
MN, ML – statìniai,
NL – įžambìnė.

- *bukàsis* — vienas kampas bukas.



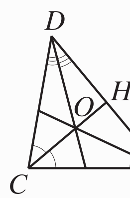
$\angle R > 90°$, $\triangle PRS$ – bukasis.

Atkarpa, jungianti trikampio viršūnę su priešingos kraštinės viduriu, vadinama trikampio *pusiáukraštine*. Trikampio pusiaukraštinės susikerta viename trikampio vidaus taške.



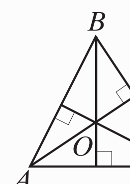
$AF = FC$,
BF – pusiaukraštinė,
O – pusiaukraštinių susikirtimo taškas.

Trikampio kampo pusiaukampinės atkarpa nuo trikampio viršūnės iki prieš ją esančios kraštinės vadinama trikampio *pusiáukampine*. Trikampio pusiaukampinės susikerta viename trikampio vidaus taške.

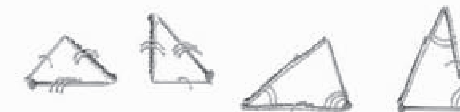


$\angle DCH = \angle HCE$,
CH – pusiaukampinė,
O – pusiaukampinių susikirtimo taškas.

Statmens atkarpa nuo trikampio viršūnės iki tiesės, kurioje yra priešinga trikampio kraštinė, vadinama trikampio *aukštinè*. Trikampio aukštinės arba jų tęsiniai susikerta viename taške.

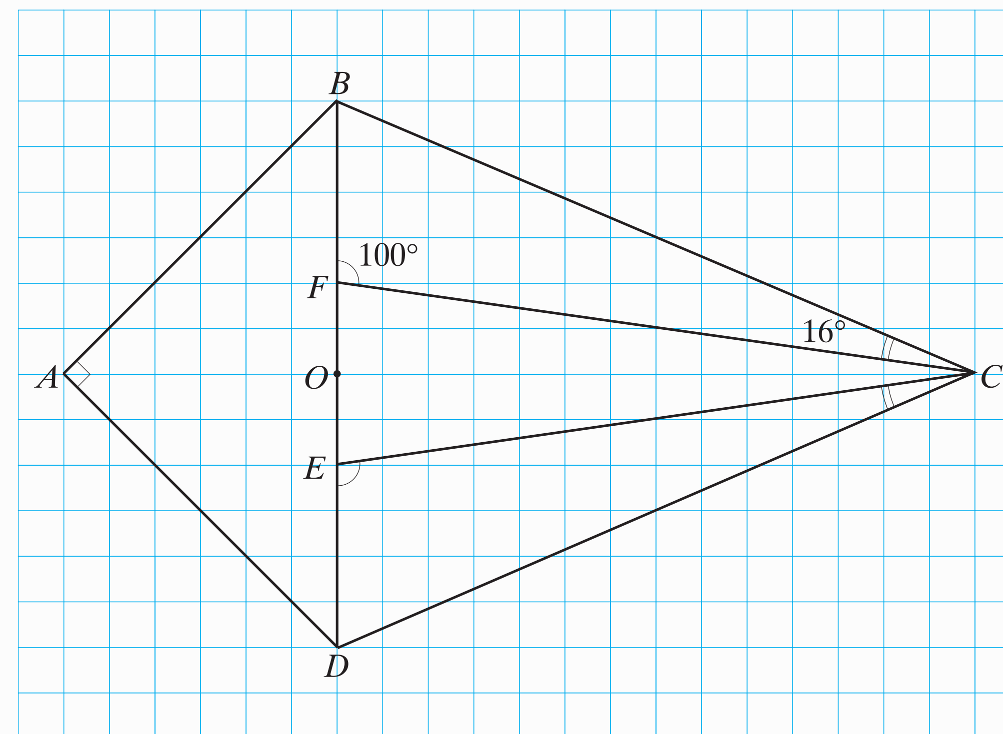


$AD \perp BC$,
AD – aukštinė,
O – aukštinių susikirtimo taškas.



AITVARAS

Paulius iš plastiko juostelių pasigamino aitvaro karkasą. Paveikslėlyje jis pavaizduotas masteliu 1 : 20.



1) Kiek trikampių matote paveikslėlyje? Surašykite juos.

2) Kurie iš tų trikampių yra:
a) lygiašoniai? b) bukieji?

3) Apskaičiuokite kampų dydžius:
a) $\triangle ABD$; b) $\triangle ECF$; c) $\triangle DFC$.

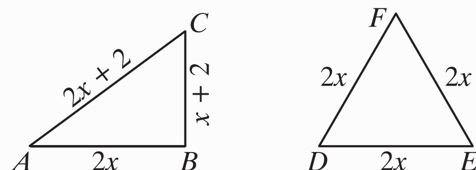
4) Pabaikite sakinį parinkdami tinkamą žodį: pusiaukampinė, pusiaukraštinė arba aukštinė.
- CF yra $\triangle CEB$ ......
- BA yra $\triangle ABD$ ......
- CO yra $\triangle FCE$ ......

5) Apskaičiuokite, kiek centimetrų plastiko juostelės Paulius sunaudojo aitvarui pagaminti.

SPRENDŽIAME

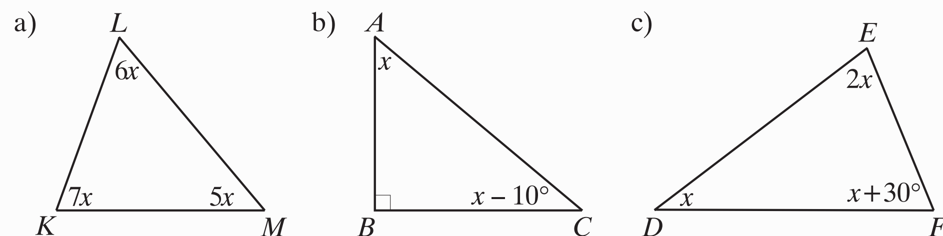
193. Lygiašonio trikampio pagrindas dvigubai trumpesnis už šoninę kraštinę, o perimetras lygus 75 cm. Apskaičiuokite trikampio kraštinių ilgius.

194. Trikampio ABC perimetras lygus trikampio DEF perimetrui. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite kiekvieno trikampio kraštinių ilgius.

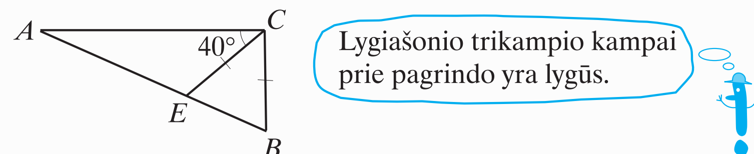


195. Ar yra toks trikampis, kurio dviejų kampų dydžiai yra:
a) 113° ir 67°? b) 15° ir 27°? c) 90° ir 90°? d) 4° ir 104°?

196. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite trikampio kampų dydžius.



197. Trikampis ABC yra status ($\angle C = 90°$). Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite kampų A ir B dydžius, jei $BC = CE$.

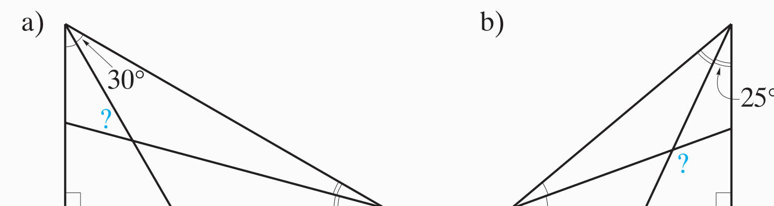


198. Iš lygiašonio trikampio viršūnės, esančios prieš pagrindą, nubrėžtós pusiaukraštinės ilgis yra 12 cm. Pusiaukraštinė lygiašonį trikampį padalijo į du trikampius. Vieno iš šių trikampių perimetras lygus 38 cm. Apskaičiuokite duotojo lygiašonio trikampio perimetrą.

199. Lygiašonio trikampio ABC ($AB = AC$) perimetras lygus 48 cm. Nubrėžta šio trikampio pusiaukraštinė AD. Trikampio ABD perimetras lygus 35 cm. Apskaičiuokite pusiaukraštinės AD ilgį.

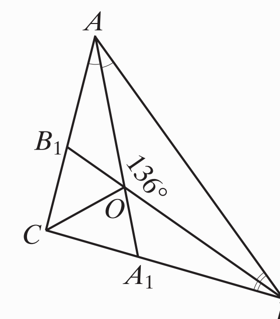


200. Stačiajame trikampyje nubrėžtos smailiųjų kampų pusiaukampinės. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite klaustuku pažymėto kampo dydį.

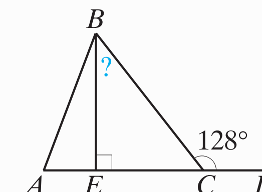


201. AA_1 ir BB_1 — trikampio ABC pusiaukampinės, $\angle AOB = 136°$. Koks kampo B_1CO dydis?

A 44° **B** 46° **C** 88° **D** 45° **E** 90°



202. *Duota*: BE — $\triangle ABC$ aukštinė,
$\angle BCD = 128°$ (AC yra spindulyje AD).
Apskaičiuokite: $\angle EBC$.

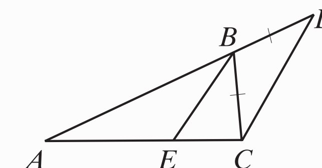


203. Ar pakaks 23 cm ilgio vielos, norint iš jos sulankstyti trikampį, kurio vienos kraštinės ilgis būtų 12 cm? Paaiškinkite kodėl.

204. Koks gali būti įvairiakraščio trikampio trumpiausios kraštinės ilgis, jei jo dviejų ilgesniųjų kraštinių ilgiai yra 7 m ir 10 m?

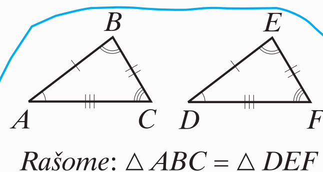

205. Bukojo trikampio ABC smailieji kampai $\angle A = 28°$ ir $\angle C = 37°$. Nubrėžta trikampio aukštinė AD. Apskaičiuokite trikampio ABD kampų dydžius.


206. Trikampio ABC kraštinės AB tęsinyje atidėta atkarpa BD, lygi kraštinei BC. Nubrėžta atkarpa CD ir jai lygiagreti atkarpa BE. Įsitikinkite, kad atkarpa BE yra trikampio ABC pusiaukampinė.



65 KOKIE TRIKAMPIAI VADINAMI LYGIAIS?

Trikampiai, kuriuos galima uždėti vieną ant kito (pastumiant, pasukant, apverčiant) taip, kad jie sutaptų, vadinami *lygiais*.



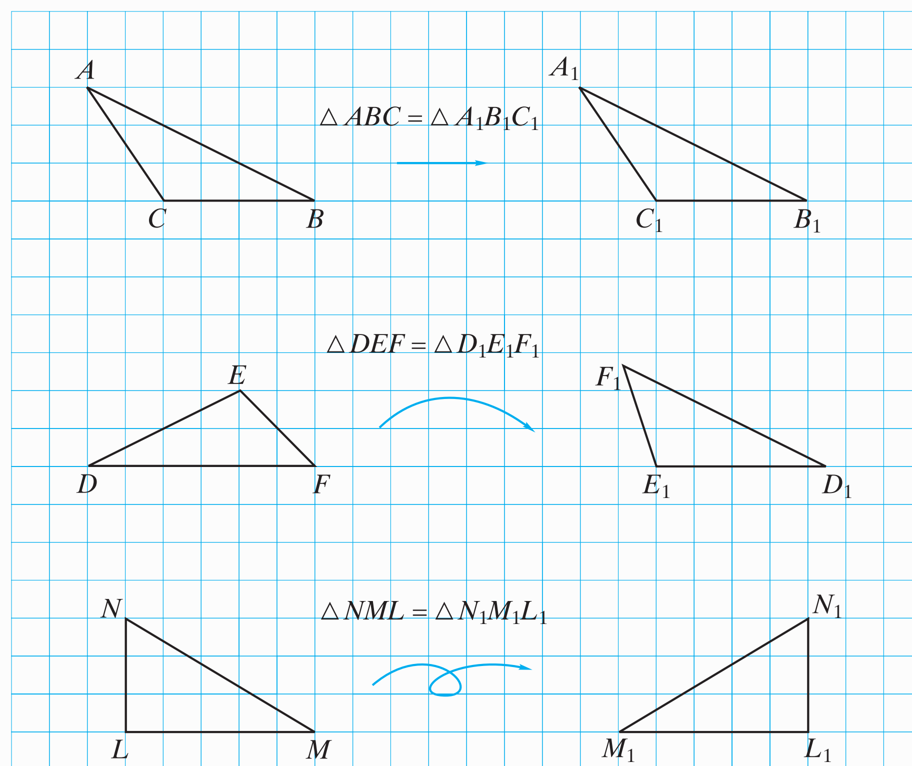
Sutampančios lygių trikampių kraštinės vadinamos atitinkamomis kraštinėmis, o sutampantys kampai – atitinkamais kampais.

Lygių trikampių atitinkamos kraštinės yra lygios ir atitinkami kampai lygūs.

$AB = DE,\ BC = EF,\ AC = DF$

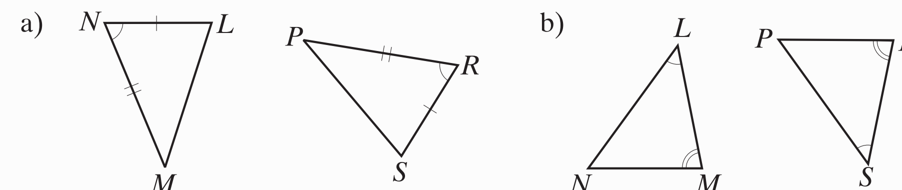
$\angle A = \angle D,\ \angle B = \angle E,\ \angle C = \angle F$

Užduotis. Brėžinyje pavaizduotos trys poros lygių trikampių.



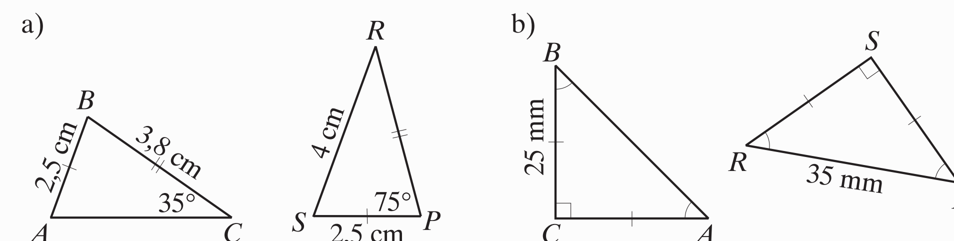
1) Kaip (pastumiant, pasukant, apverčiant) galima sutapdinti brėžinyje pavaizduotus lygiuosius trikampius?
2) Parašykite lygių trikampių atitinkamų kraštinių lygybes.
3) Parašykite lygių trikampių atitinkamų kampų lygybes.

207. Trikampiai MNL ir PRS yra lygūs. Pagal brėžinio duomenis parašykite tris atitinkamų kraštinių ir tris atitinkamų kampų lygybes.

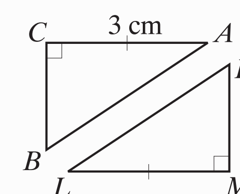


- Lygių trikampių kampai, esantys prieš lygias kraštines, yra lygūs.
- Lygių trikampių kraštinės, esančios prieš lygius kampus, yra lygios.

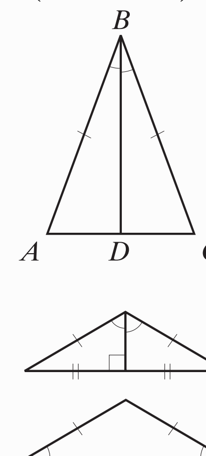
208. Trikampis ABC lygus trikampiui PRS. Remdamiesi brėžiniu, parašykite, kam lygios nežinomos abiejų trikampių kraštinės ir nežinomi abiejų trikampių kampai.



209. *Duota*: $\triangle ABC = \triangle KLM$, $\angle C = \angle M = 90°$, $AC = 3$ cm, $S_{\triangle ABC} = 3\text{ cm}^2$.
Apskaičiuokite:
a) ML; b) KM; c) $S_{\triangle KLM}$.

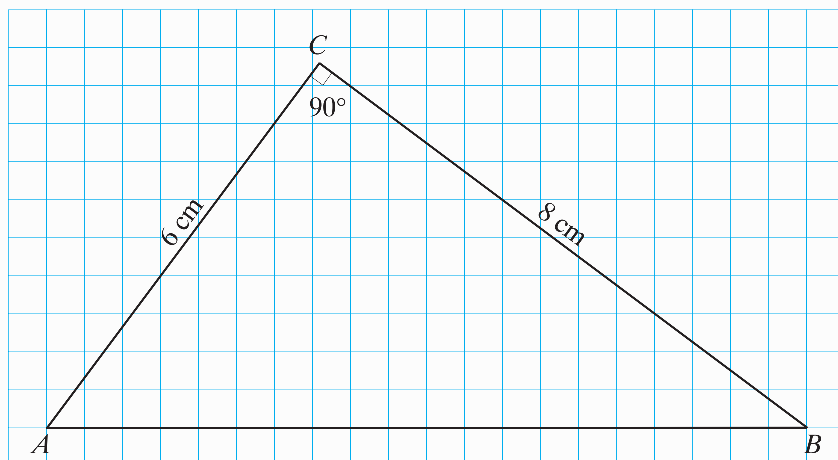


210. 1) Atskirame lape nubraižykite lygiašonį trikampį ABC $(AB = BC)$.
2) Į pagrindą AC nubrėžkite pusiaukampinę BD.
3) Iškirpkite $\triangle ABC$.
4) Lenkdami trikampį per pusiaukampinę BD, įsitikinkite, kad $\triangle ABD = \triangle CBD$.
5) Sąsiuvinyje surašykite trikampių ABD ir CBD atitinkamų kraštinių ir kampų lygybes.
6) Kokio dydžio yra kampai ADB ir CDB?
7) Ar teisingi šie teiginiai?
Lygiašonio trikampio
- *pusiaukampinė, nubrėžta į pagrindą, yra ir aukštinė, ir pusiaukraštinė;*
- *kampai prie pagrindo yra lygūs.*



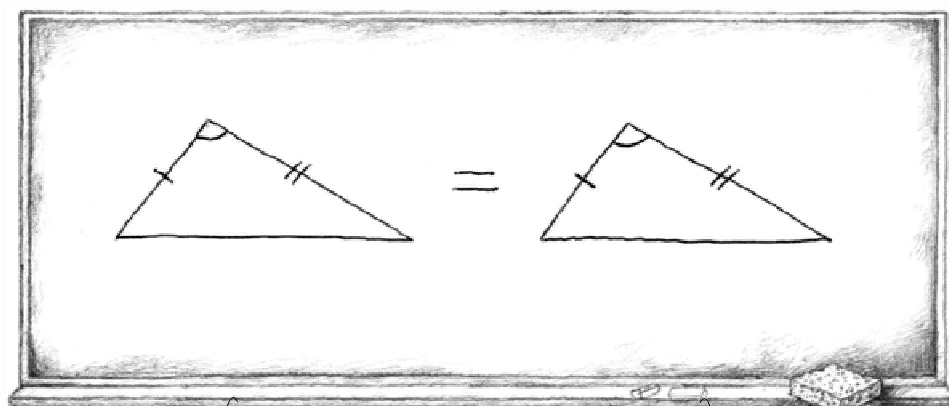
66 TRIKAMPIŲ LYGUMO POŽYMIS PAGAL DVI KRAŠTINES IR KAMPĄ TARP JŲ

Nubraižytas trikampis ABC, kurio kraštinės $AC = 6$ cm, $BC = 8$ cm, o kampas tarp tų kraštinių $\angle C = 90°$.

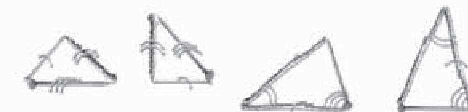


Užduotis.

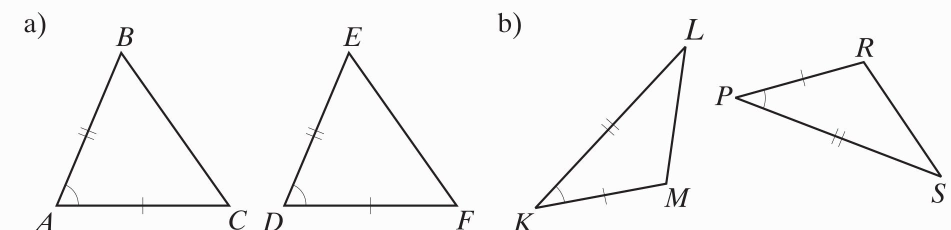
1) Atskirame popieriaus lape nubraižykite trikampį KLM, kurio kraštinės $KM = 6$ cm, $LM = 8$ cm, o kampas tarp tų kraštinių $\angle M = 90°$.
2) Iškirpkite trikampį KLM.
3) Trikampį KLM uždėkite ant trikampio ABC taip, kad KM sutaptų su AC, LM sutaptų su BC, $\angle M$ sutaptų su $\angle C$.
4) Jei viską atlikote teisingai, tai gavote, kad tie trikampiai sutampa — yra lygūs.



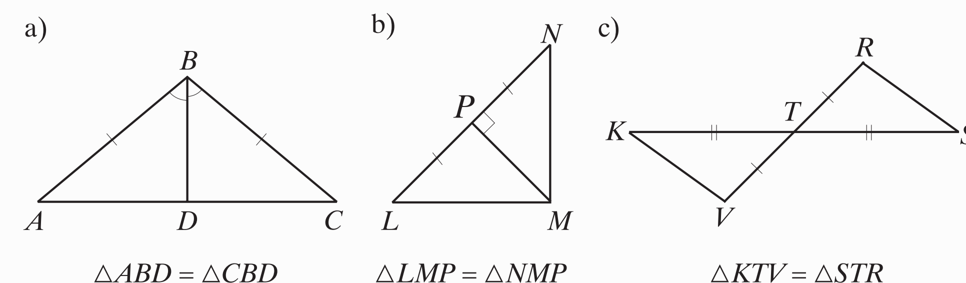
Jei vieno trikampio dvi kraštinės yra lygios kito trikampio dviem kraštinėms ir kampai tarp tų kraštinių yra lygūs, tai tie trikampiai yra lygūs.



211. Pavaizduoti trikampiai yra lygūs. Surašykite brėžinyje nepažymėtų lygių kraštinių ir lygių kampų poras.

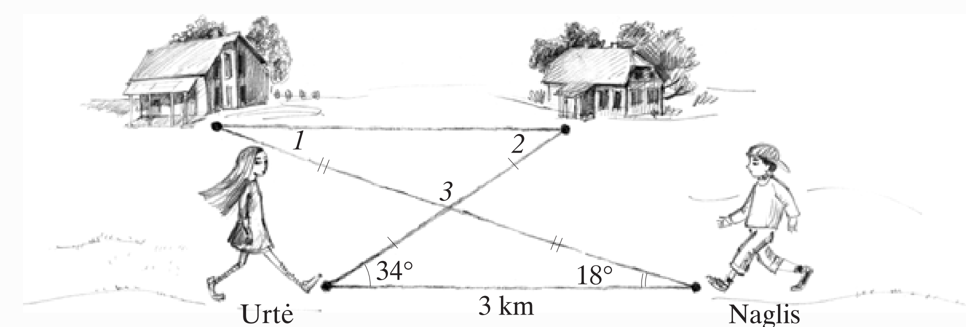


212. Paaiškinkite, kodėl trikampiai yra lygūs.



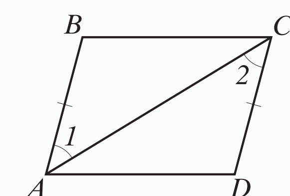
$\triangle ABD = \triangle CBD$ $\triangle LMP = \triangle NMP$ $\triangle KTV = \triangle STR$

213. Remdamiesi piešiniu, nustatykite:
a) atstumą tarp Urtės ir Naglio namų; b) kampų *1*, *2* ir *3* dydžius.



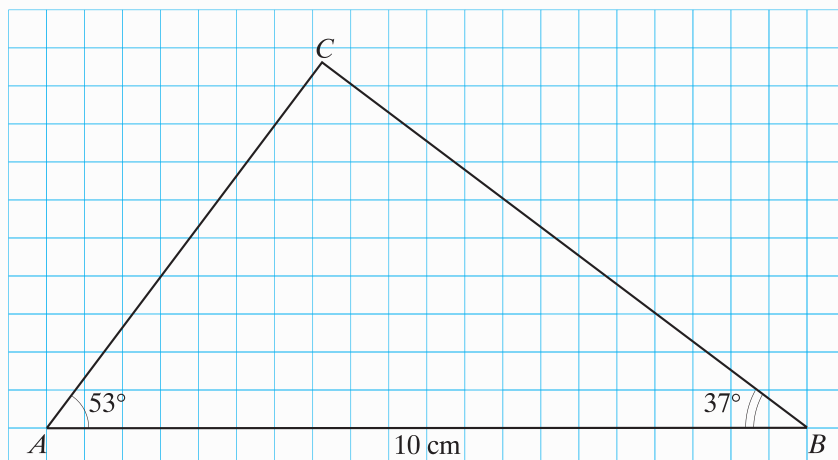
214. *Duota*: $AB = CD$, $\angle 1 = \angle 2$.

1) Paaiškinkite, kodėl trikampiai BAC ir DCA yra lygūs.
2) Koks yra trikampio DCA kraštinės AD ilgis, jei $AB = 2$ cm, $AC = 4$ cm, o $P_{ABC} = 9$ cm?
3) Kam lygūs trikampio DCA kampai, jei $\angle 1 = 44°$, $\angle B = 105°$?



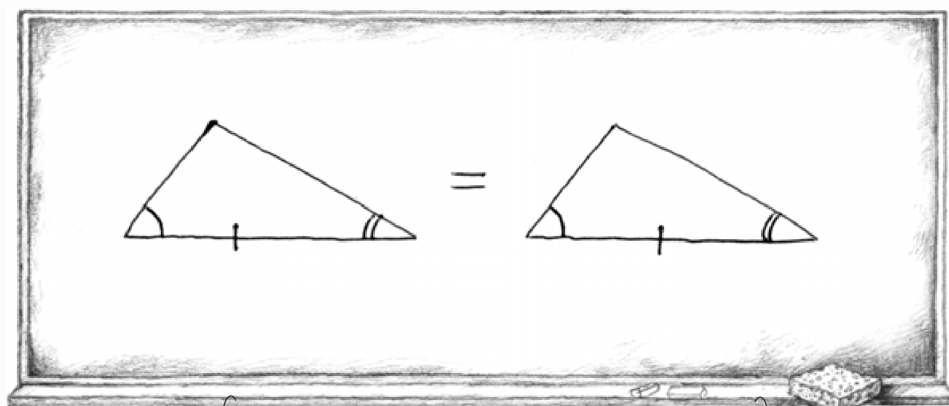
67 TRIKAMPIŲ LYGUMO POŽYMIS PAGAL KRAŠTINĘ IR DU KAMPUS PRIE JOS

Nubraižytas trikampis ABC, kurio kraštinė $AB = 10\,\text{cm}$, o kampai prie tos kraštinės $\angle A = 53°$, $\angle B = 37°$.



Užduotis.

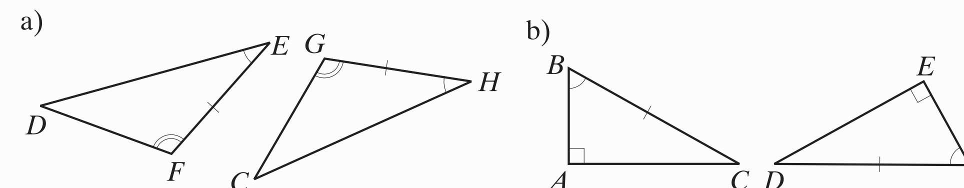
1) Atskirame popieriaus lape nubraižykite trikampį KLM, kurio kraštinė $KL = 10\,\text{cm}$, o kampai prie tos kraštinės $\angle K = 53°$, $\angle L = 37°$.
2) Iškirpkite trikampį KLM.
3) Trikampį KLM uždėkite ant trikampio ABC taip, kad KL sutaptų su AB, $\angle K$ sutaptų su $\angle A$, $\angle L$ sutaptų su $\angle B$.
4) Jei viską atlikote teisingai, tai gavote, kad tie trikampiai sutampa — yra lygūs.



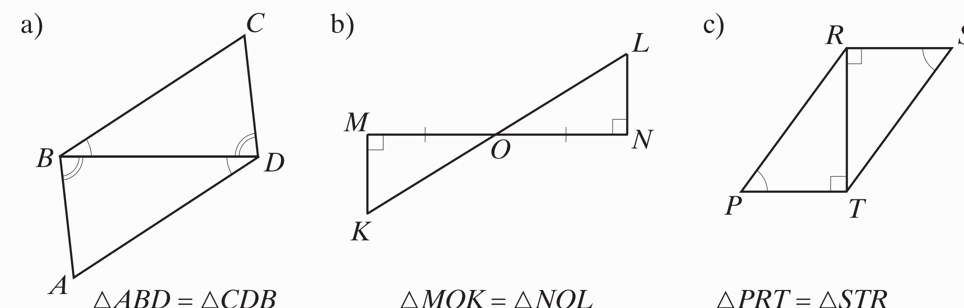
Jei vieno trikampio kraštinė yra lygi kito trikampio kraštinei ir kampai prie tų kraštinių yra lygūs, tai tie trikampiai yra lygūs.



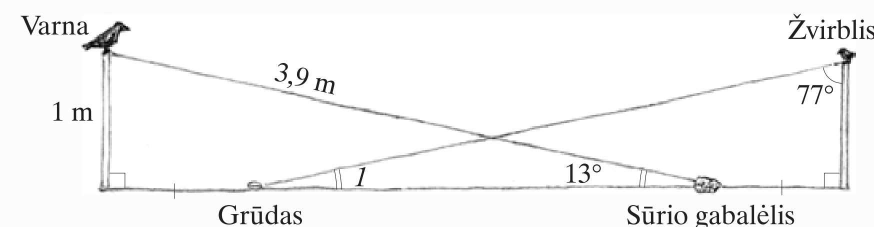
215. Pavaizduoti trikampiai yra lygūs. Surašykite brėžinyje nepažymėtų lygių kraštinių ir lygių kampų poras.



216. Paaiškinkite, kodėl trikampiai yra lygūs.

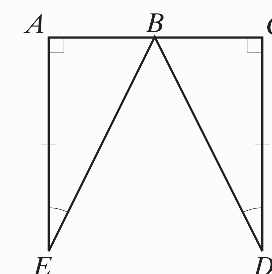


217. Varna tupi ant stulpo, kurio aukštis yra 1 m. Ji mato sūrio gabalėlį, esantį už 3,9 m nuo jos.



Remdamiesi piešiniu, nustatykite:
a) kampo *1* dydį;
b) koks yra aukštis stulpo, ant kurio tupi žvirblis;
c) koks yra atstumas tarp žvirblio ir grūdo.

218. *Duota*: $AE \perp AC$, $CD \perp AC$, $AE = CD$, $\angle E = \angle D$.

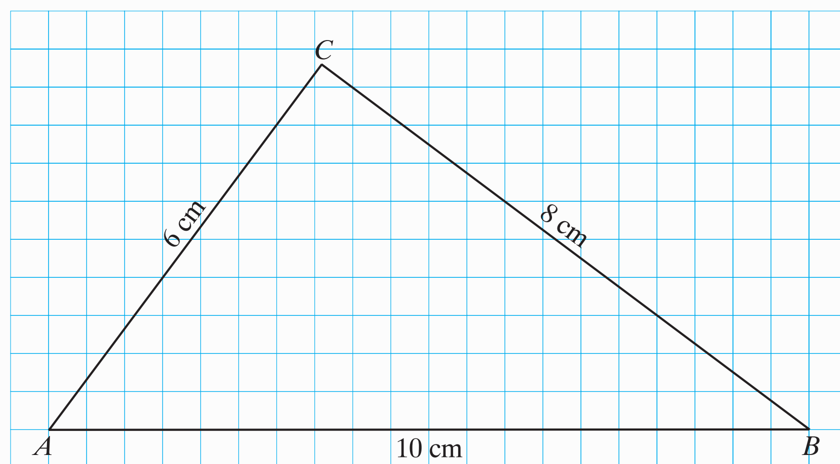


1) Paaiškinkite, kodėl trikampiai ABE ir CBD yra lygūs.
2) Koks yra trikampio CBD kraštinės BD ilgis, jei $AB = 8\,\text{dm}$, $AE = 15\,\text{dm}$, $P_{ABE} = 40\,\text{dm}$?
3) Apskaičiuokite $\angle CBD$, jei $\angle AEB = 28°$.


68

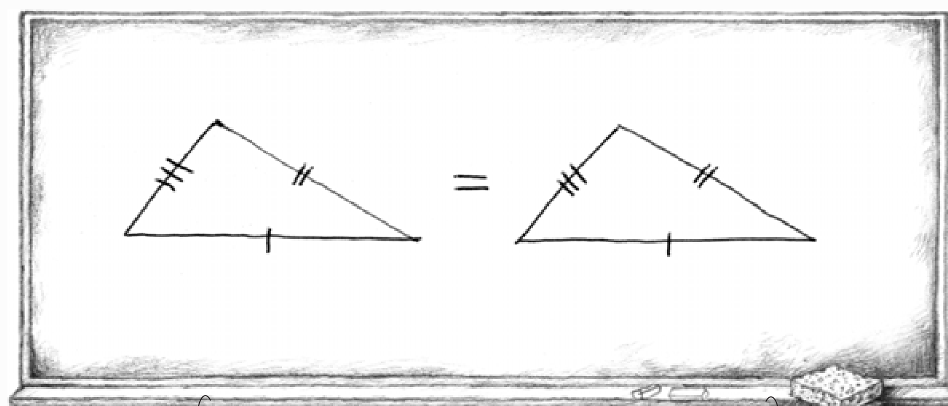
TRIKAMPIŲ LYGUMO POŽYMIS PAGAL TRIS KRAŠTINES

Nubraižytas trikampis ABC, kurio kraštinės $AB = 10$ cm, $BC = 8$ cm, $AC = 6$ cm.



Užduotis.

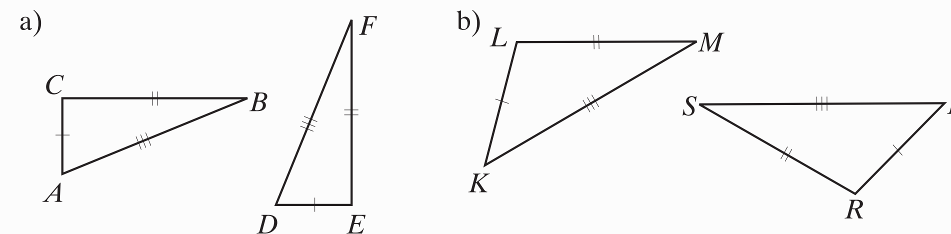
1) Atskirame popieriaus lape nubraižykite trikampį KLM, kurio kraštinės $KL = 10$ cm, $LM = 8$ cm, $KM = 6$ cm.
2) Iškirpkite trikampį KLM.
3) Trikampį KLM uždėkite ant trikampio ABC taip, kad KL sutaptų su AB, LM sutaptų su BC, KM sutaptų su AC.
4) Jei viską atlikote teisingai, tai gavote, kad tie trikampiai sutampa — yra lygūs.



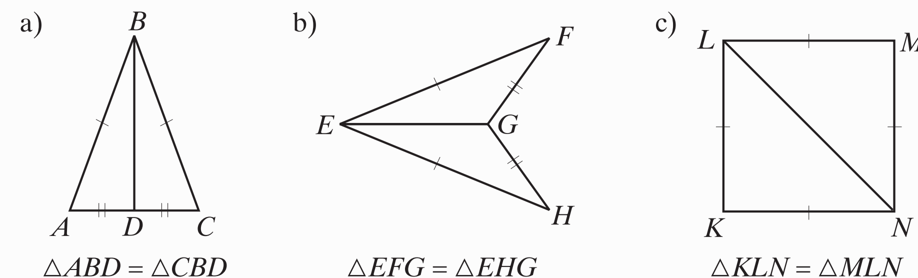
Jei vieno trikampio kraštinės yra lygios kito trikampio kraštinėms, tai tie trikampiai yra lygūs.



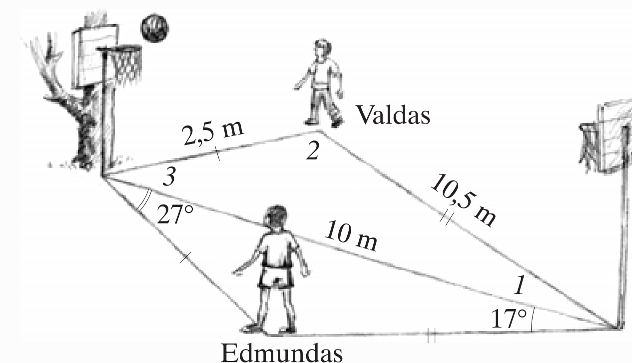
219. Pavaizduoti trikampiai yra lygūs. Surašykite lygių kampų poras.



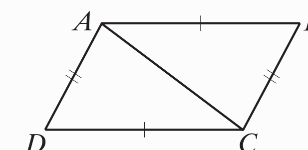
220. Paaiškinkite, kodėl trikampiai yra lygūs.



221. Remdamiesi piešiniu, nustatykite:
a) koks yra atstumas nuo Edmundo iki kiekvieno krepšio;
b) kampų *1*, *2* ir *3* dydžius.



222. *Duota*: $AB = DC$, $AD = BC$.



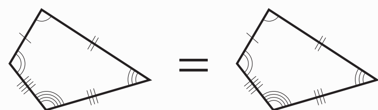
1) Paaiškinkite, kodėl trikampiai ABC ir CDA yra lygūs.

2) Koks yra trikampio CDA kraštinės CD ilgis, jei $AC = 35$ cm, $BC = 24$ cm, $P_{ABC} = 76$ cm?

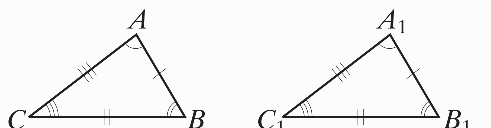
3) Apskaičiuokite $\angle DAC$, jei $\angle B = 62°$, $\angle BAC = 37°$.

APIBENDRINAME

Dvi plokštumos figūros vadinamos *lygiomis*, jeigu jas galima uždėti vieną ant kitos taip, kad jos sutaptų (uždedama pastumiant, pasukant, apverčiant).



Trikampiai, kuriuos galima uždėti vieną ant kito taip, kad jie sutaptų, yra *lygūs*.
Sutampančios lygių trikampių kraštinės vadinamos *atitinkamomis kraštinėmis*, o sutampantys kampai — *atitinkamais kampais*.



Jei $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$, tai atitinkamos kraštinės ir atitinkami kampai yra lygūs:
$AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $AC = A_1C_1$;
$\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$.

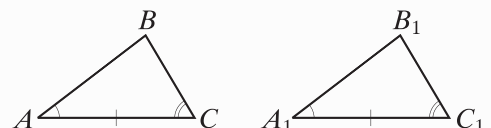
Trikampių lygumo požymiai.

- Jei vieno trikampio dvi kraštinės ir kampas tarp jų yra lygūs kito trikampio dviem kraštinėms ir kampui tarp jų, tai tie trikampiai yra lygūs.



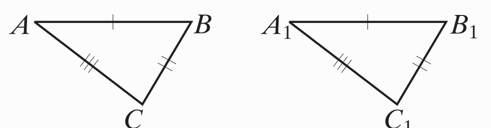
Jei $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$, tai $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

- Jei vieno trikampio kraštinė ir du kampai prie jos yra lygūs kito trikampio kraštinei ir dviem kampams prie jos, tai tie trikampiai yra lygūs.



Jei $AC = A_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle C = \angle C_1$, tai $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

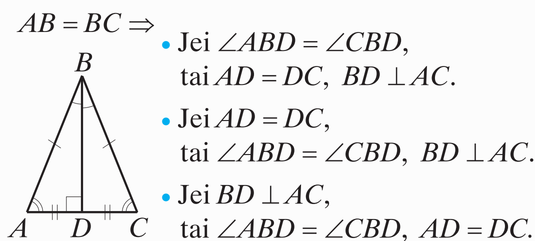
- Jei vieno trikampio trys kraštinės yra lygios kito trikampio trims kraštinėms, tai tie trikampiai yra lygūs.



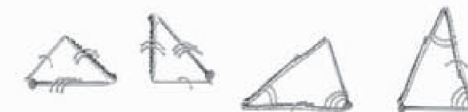
Jei $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $CA = C_1A_1$, tai $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$.

Lygiašonio trikampio savybės.

- Lygiašonio trikampio kampai prie pãgrindo yra lygūs.
- Lygiašonio trikampio pusiaukampinė, pusiaukraštinė ir aukštinė, nubrėžtos į pagrindą, sutampa.

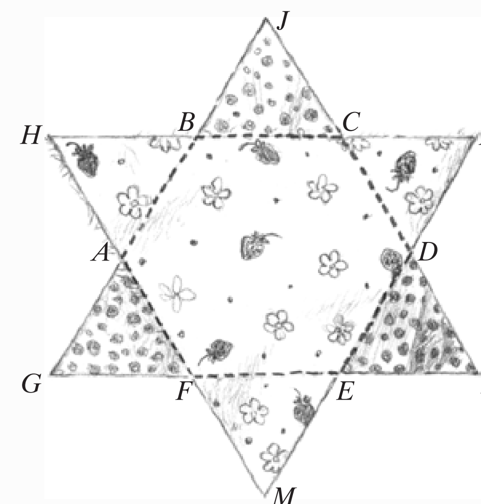


- Jei $\angle ABD = \angle CBD$, tai $AD = DC$, $BD \perp AC$.
- Jei $AD = DC$, tai $\angle ABD = \angle CBD$, $BD \perp AC$.
- Jei $BD \perp AC$, tai $\angle ABD = \angle CBD$, $AD = DC$.



Skiautinys

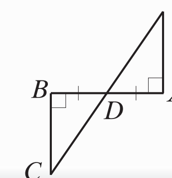
Almina dvi vienodas lygiakraščio trikampio formos medžiagos skiautes uždėjo vieną ant kitos ir susiuvo taip, kaip parodyta piešinyje.



Susidariusi figūra $ABCDEF$ — šešiakampis, kurio visos kraštinės yra lygios ir visi kampai yra lygūs.

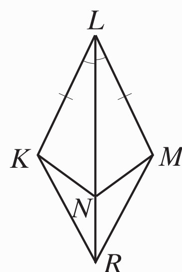
1) Daugiakampio, turinčio n kampų, kampų dydžių sumą galima apskaičiuoti pagal formulę $(n-2) \cdot 180°$. Remdamiesi šia formule, apskaičiuokite susidariusio šešiakampio kampų dydžių sumą.
2) Apskaičiuokite šešiakampio vieno kampo dydį.
3) Apskaičiuokite kampų HAB, HBA, JBC, JCB dydžius.
4) Ar $\triangle AHB = \triangle BJC$? Paaiškinkite kodėl.
5) Ar lygybės $\triangle AHB = \triangle BJC = \triangle CKD = \triangle DLE = \triangle EMF = \triangle FGA$ yra teisingos? Paaiškinkite kodėl.

VII–VI amžiuje prieš mūsų erą įžymus senovės graikų filosofas ir matematikas *Talis Miletietis* įrodė dviejų trikampių lygumą pagal kraštinę ir du kampus prie jos, kuriuo remdamasis apskaičiuodavo atstumą nuo kranto iki laivo. Spėjama, kad jis galvojo taip. A — ant kranto pasižymėtas taškas, L — laivas jūroje. Ant kranto nužymimas bet kurio ilgio statmuo $AB \perp AL$. Po to priešinga jūros kryptimi nužymimas $BC \perp AB$ taip, kad taškai C, D (AB vidurys) ir L būtų vienoje tiesėje. Tuomet atstumas BC bus lygus ieškomajam atstumui AL, nes $\triangle BCD = \triangle ALD$ ($BD = AD$, $\angle B = \angle A = 90°$, $\angle BDC = \angle ADL$ — kryžminiai).

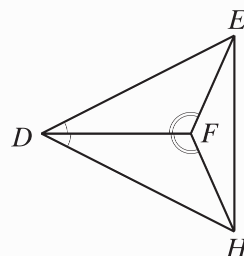


SPRENDŽIAME

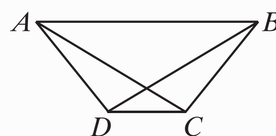
223. *Duota*: taškas N yra atkarpoje LR,
$LK = LM$, $\angle KLN = \angle MLN$.
Paaiškinkite, kodėl:
a) $\triangle KLN = \triangle MLN$;
b) $\triangle KNR = \triangle MNR$.



224. *Duota*: $\angle EDF = \angle HDF$, $\angle DFE = \angle DFH$.
Paaiškinkite, kodėl:
a) $\triangle DEF = \triangle DHF$;
b) $\triangle EFH$ — lygiašonis.

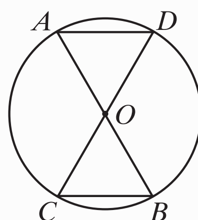


225. *Duota*: $AD = BC$, $AC = BD$.
Paaiškinkite, kodėl:
a) $\triangle ADC = \triangle BCD$;
b) $\triangle ADB = \triangle BCA$.

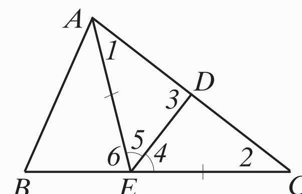


226. Paaiškinkite, kodėl lygių trikampių:
a) atitinkamos pusiaukraštinės yra lygios;
b) atitinkamos pusiaukampinės yra lygios;
c) atitinkamos aukštinės yra lygios.

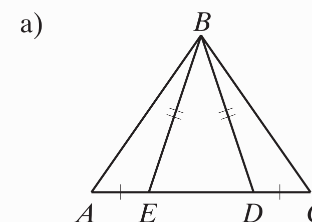
227. AB ir CD — apskritimo skersmenys, O — apskritimo centras. Apskritimo styga $BC = 2$ cm.
a) Koks apskritimo stygos AD ilgis?
b) Ar $AD \parallel BC$? Paaiškinkite kodėl.
c) Koks apskritimo skersmens AB ilgis, jei $\angle AOD = 60°$?

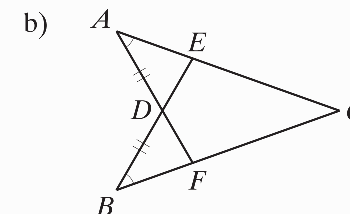


228. *Duota*: $\triangle ABC$, $AE = EC$, $\angle 4 = \angle 5$,
$\angle 6 = 74°$.
Apskaičiuokite:
a) $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$;
b) P_{CDE}, kai $AC = 8$ cm, $AE = 5$ cm, $DE = 3$ cm.

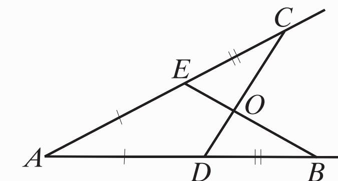


229. Surašykite brėžinyje pavaizduotų lygių trikampių poras ir paaiškinkite, kodėl tie trikampiai yra lygūs.

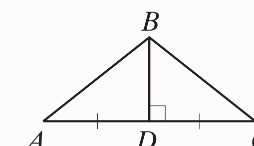
a)


b)


230. Kampo A kraštinėse atidėtos lygios atkarpos $AE = AD$ ir $EC = DB$. Nubrėžtos atkarpos EB ir CD.
1) Ar $EB = CD$? Paaiškinkite kodėl.
2) Ar $EO = OD$? $CO = OB$? Paaiškinkite kodėl.
3) Apskaičiuokite keturkampio $AEOD$ perimetrą, jei $AC = 38$ mm, $BD = 16$ mm, $CD = 21$ mm, $BO = 13$ mm.

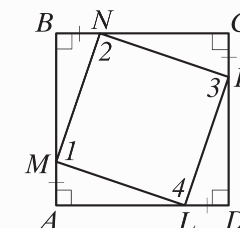


231. *Duota*: $BD \perp AC$, $AD = DC$.
1) Ar trikampis ABC yra lygiašonis? Kodėl?
2) Apskaičiuokite trikampio ABC kampų dydžius, jei $\angle ABD = 52°$.
3) Apskaičiuokite trikampio ABC perimetrą, jei $P_{ABD} = 30$ dm, o BD ilgis sudaro 25% trikampio ABD perimetro.



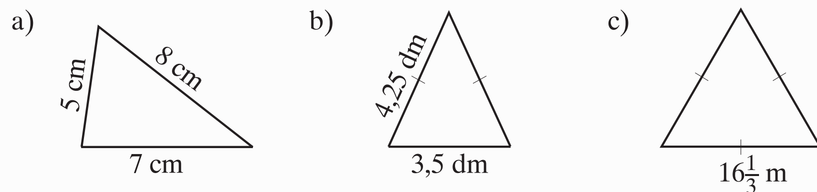
232. Įsitikinkite, kad du statieji trikampiai yra lygūs, jei:
a) vieno trikampio abu statiniai yra lygūs kito trikampio abiems statiniams;
b) vieno trikampio statinis ir prie jo esantis smailusis kampas yra lygūs kito trikampio statiniui ir prie jo esančiam smailiajam kampui;
c) vieno trikampio statinis ir prieš jį esantis smailusis kampas yra lygūs kito trikampio statiniui ir prieš jį esančiam smailiajam kampui;
d) vieno trikampio įžambinė ir smailusis kampas yra lygūs kito trikampio įžambinei ir smailiajam kampui.


233. *Duota*: $ABCD$ — kvadratas,
$AM = BN = CK = DL$.
Įsitikinkite, kad:
1) $MN = NK = KL = ML$;
2) $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4 = 90°$.



PASITIKRINAME

234. Apskaičiuokite pavaizduoto trikampio perimetrą.

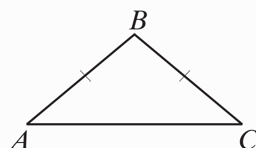


235. Lygiašonio trikampio perimetras lygus 53 cm. Apskaičiuokite jo šoninės kraštinės ilgį, jei pagrindo ilgis yra 19 cm.

236. Apskaičiuokite lygiakraščio trikampio kraštinės ilgį, jei jo perimetras lygus 102,6 dm.

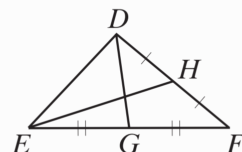
237. Apskaičiuokite trikampio MNK kampo M dydį, jei:
a) $\angle N = 23°$, $\angle K = 60°$; b) $\angle N = 45°$, $\angle K = 45°$.

238. *Duota*: $\triangle ABC$, $AB = BC$.
Apskaičiuokite:
a) $\angle B$, kai $\angle A = 70°$;
b) $\angle A$, kai $\angle B = 50°$.

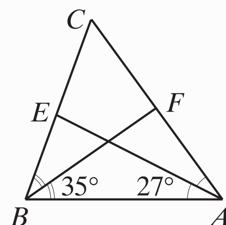


239. Apskaičiuokite stačiojo trikampio smailiųjų kampų dydžius, jei vienas smailusis kampas 50° mažesnis už kitą.

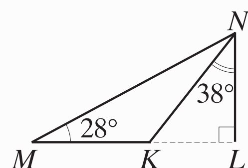
240. DG ir EH — trikampio DEF pusiaukraštinės, $DH = 7{,}4$ cm, $EG = 10{,}2$ cm. Apskaičiuokite kraštinės ED ilgį, jei $P_{DEF} = 48{,}2$ cm.



241. AE ir BF — trikampio ABC pusiaukampinės, $\angle BAE = 27°$, $\angle ABF = 35°$. Apskaičiuokite trikampio ABC kampų dydžius.



242. NL — trikampio MNK aukštinė. Apskaičiuokite kampų MNK ir NKM dydžius.

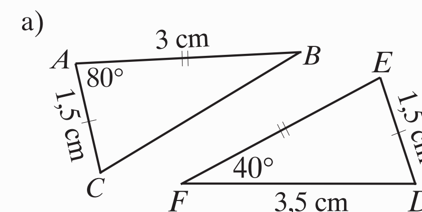


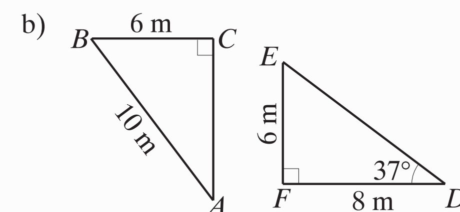


243. Nubraižykite trikampį ABC, kurio:
a) $AB = 6$ cm, $BC = 4{,}5$ cm, $AC = 5$ cm;
b) $AC = 5{,}5$ cm, $\angle A = 75°$, $\angle C = 30°$;
c) $AB = 3$ cm, $AC = 4$ cm, $\angle A = 55°$.

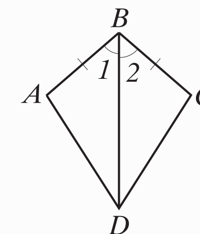
244. Ar galima nubraižyti trikampį, kurio kraštinių ilgiai būtų:
a) 4 cm, 4 cm, 4 cm?
b) 1 dm, 2 dm, 3 dm?
c) 7,5 cm, 2,5 cm, 3,5 cm?

245. Trikampis ABC lygus trikampiui DEF. Parašykite, kam lygios nežinomos abiejų trikampių kraštinės ir nežinomi abiejų trikampių kampai.

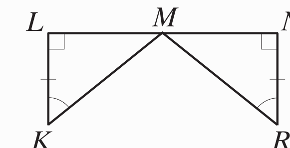




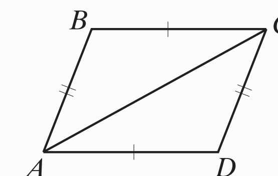
246. *Duota*: $AB = BC$, $\angle 1 = \angle 2$.
1) Paaiškinkite, kodėl $\triangle ABD = \triangle CBD$.
2) Apskaičiuokite AD, kai $BC = 1{,}4$ cm, $BD = 2{,}6$ cm, $P_{BCD} = 6$ cm.
3) Apskaičiuokite $\angle A$, kai $\angle 2 = 50°$, $\angle BDC = 30°$.



247. *Duota*: $KL \perp LN$, $RN \perp LN$, $LK = NR$, $\angle K = \angle R$.
1) Paaiškinkite, kodėl $\triangle MLK = \triangle MNR$.
2) Apskaičiuokite MN, kai $LK = 15$ dm, $KM = 25$ dm, $P_{MLK} = 60$ dm.
3) Apskaičiuokite $\angle RMN$, kai $\angle MKL = 53°$.

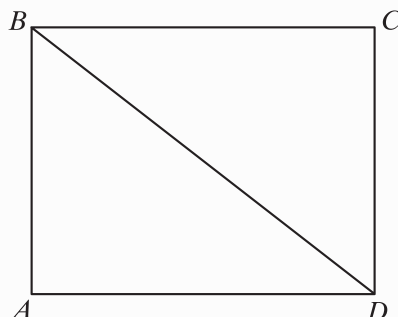


248. *Duota*: $AB = CD$, $AD = BC$.
1) Paaiškinkite, kodėl $\triangle ABC = \triangle CDA$.
2) Apskaičiuokite AC, kai $BC = 22$ m, $DC = 18$ m, $P_{ADC} = 75$ m.
3) Apskaičiuokite $\angle B$, kai $\angle CAD = 25°$, $\angle BAC = 35°$.



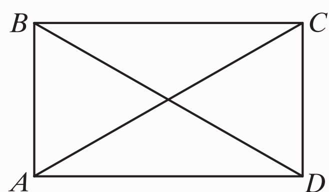
Braižyk, karpyk

Pavaizduotas stačiakampis ir nubrėžta jo įstrižainė.



1 užduotis. Ar prisimenate, kaip perkirpę stačiakampį per įstrižainę ir gautuosius trikampius uždėję vieną ant kito, įsitikinote, kad tie trikampiai yra lygūs?
O dabar tų trikampių lygumu įsitikinkite taikydami trikampių lygumo požymį pagal:
a) tris kraštines; b) dvi kraštines ir kampą tarp jų.

2 užduotis. Pavaizduotas stačiakampis $ABCD$ ir nubrėžtos jo įstrižainės AC ir BD.



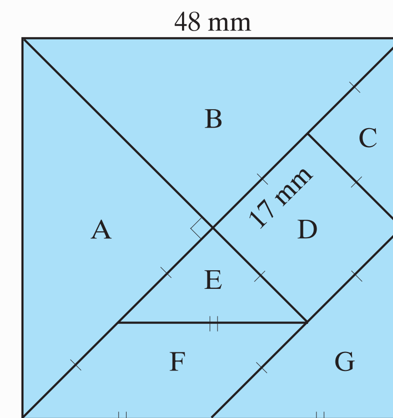
1) Ar $\triangle ACD = \triangle DBA$? Paaiškinkite kodėl.
2) Surašykite trikampių ACD ir DBA atitinkamai lygias kraštines.
3) Pabaikite sakinį:
   Stačiakampio įstrižainės yra ...

3 užduotis. Ant atskirų popieriaus lapų nubraižykite tris trikampius: bukąjį, statųjį ir smailųjį. Iškirpkite tuos trikampius.
1) Lankstydami bukąjį trikampį, gaukite visas tris pusiaukraštines.
2) Lankstydami statųjį trikampį, gaukite visas tris pusiaukampines.
3) Lankstydami smailųjį trikampį, gaukite visas tris aukštines.

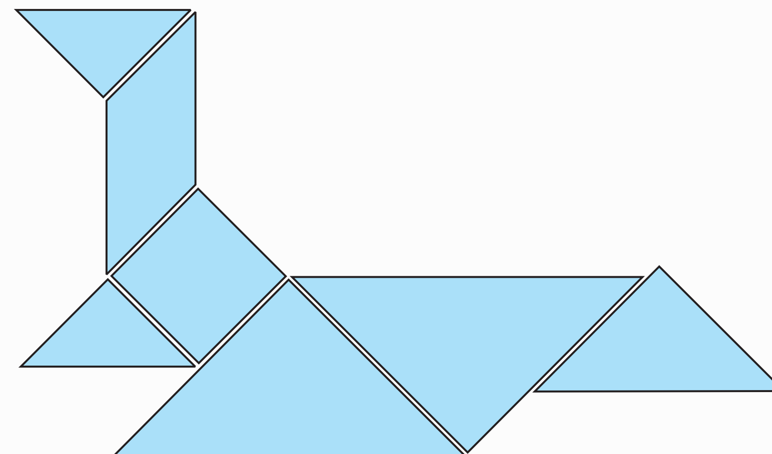


KARTOJAME

69 **249.** Ar žinote žaidimą *Tangrama*? Kvadratas sudedamas iš atskirų figūrų A, B, C, D, E, F ir G, kaip pavaizduota paveikslėlyje.



1) Trikampiai A ir B yra statieji lygiašoniai. Apskaičiuokite jų smailiųjų kampų dydžius.
2) Ar trikampiai A ir B yra lygūs? Kodėl?
3) Ar trikampiai C ir E yra lygūs? Kodėl?
4) Remdamiesi paveikslėliu, apskaičiuokite kiekvienos figūros perimetrą.
5) Apskaičiuokite didžiojo kvadrato perimetrą.
6) Ant atskiro lapo nubraižykite visas figūras (figūros F priešingos kraštinės yra lygiagrečios).
7) Nubraižytas figūras iškirpkite ir sudėkite taip, kaip parodyta paveikslėlyje.



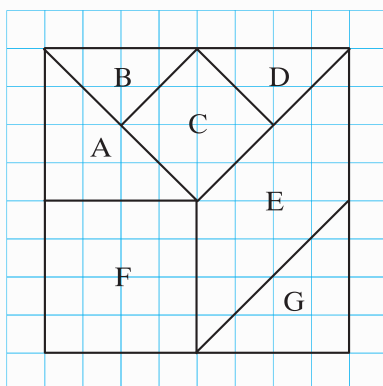
8) Dėliodami iškirptas figūras, sugalvokite naujų figūrų.



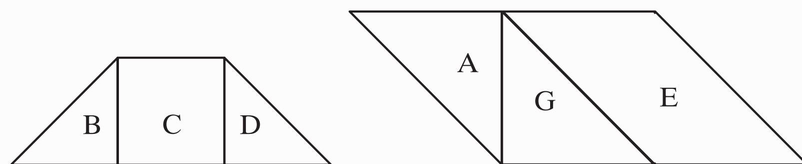
Žaidžiame su figūromis

Užduotis.

1) Atskirame languotame popieriaus lape nusibraižykite kvadratą, kurio kraštinės ilgis yra 4 cm.
2) Sukarpykite jį į figūras taip, kaip pavaizduota paveikslėlyje.



3) Kaip vadinama figūra F? figūra C?
4) Išmatuokite figūrų F ir C kraštinių ilgius ir apskaičiuokite kiekvienos tos figūros perimetrą.
5) Iš kurių dviejų figūrų galima sudėti kvadratą, lygų kvadratui F? kvadratui C?
6) Iš figūrų A, E ir G sudėkite stačiakampį.
7) Išmatuokite to stačiakampio kraštinių ilgius ir apskaičiuokite jo perimetrą.
8) Sudėkite tokius keturkampius:





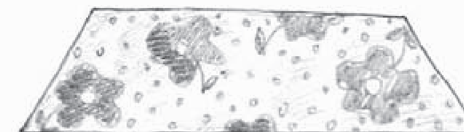
Šis keturkampis vadinamas ***trapecija***.

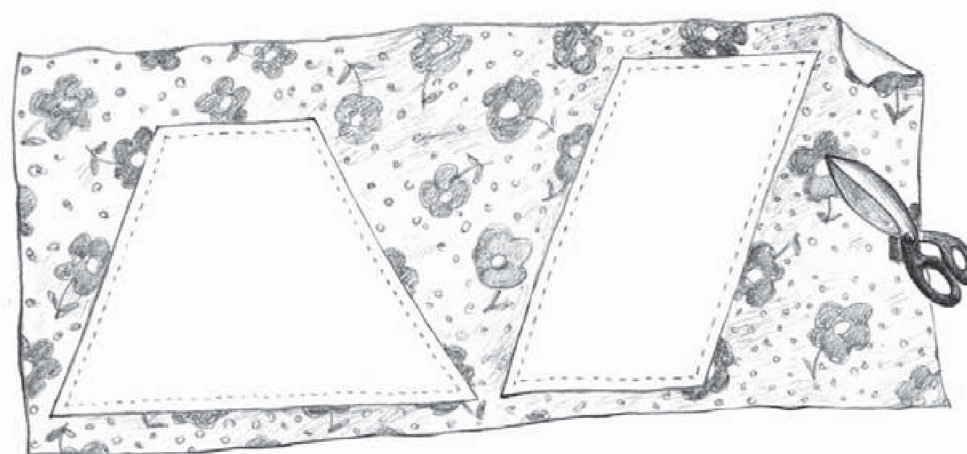
O šis keturkampis vadinamas ***lygiagretainiu***.

Šiame skyriuje:

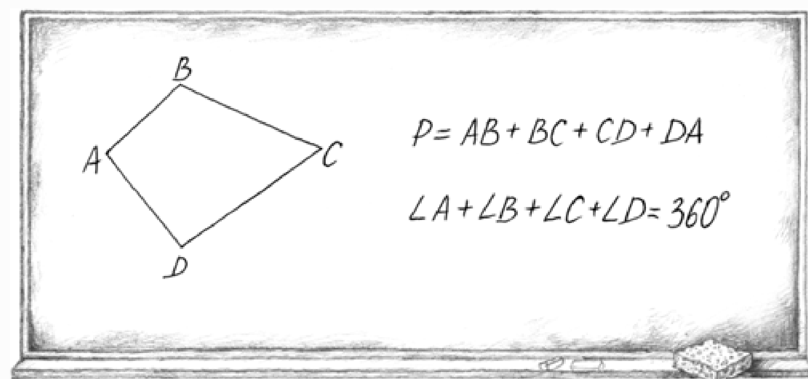
- sužinosite, kam lygi keturkampio kampų dydžių suma;
- susipažinsite su trapecijomis ir su lygiagretainiais;
- sužinosite, kokiomis savybėmis pasižymi trapecijos ir kokiomis — lygiagretainiai;
- susipažinsite su taisyklingaisiais keturkampiais.

9 TRAPECIJOS IR LYGIAGRETAINIAI

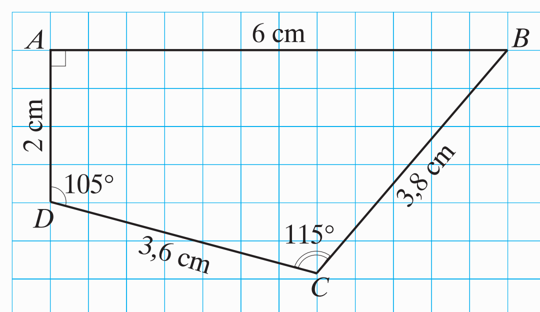




70 KETURKAMPIS



1 užduotis. Brėžinyje pavaizduotas ketùrkampis.



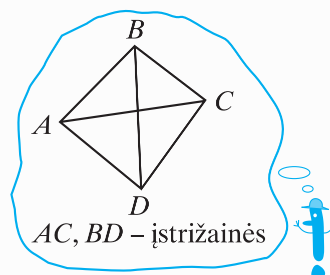
Keturkampis turi: 4 viršūnes, kampus, kraštines.

1) Išvardykite pavaizduoto keturkampio viršūnes; kampus; kraštines.
2) Apskaičiuokite keturkampio perimetrą.
3) Apskaičiuokite keturkampio kampo B dydį.

Keturkampio kampų dydžių suma lygi 360°.

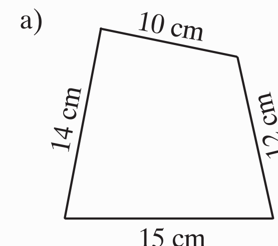
$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$

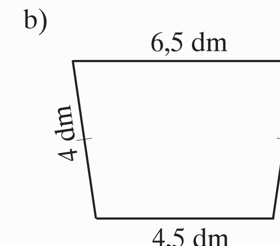
2 užduotis. Nubraižykite keturkampį $ABCD$ ir nubrėžkite jo įstrižainę AC. Nematuodami įsitikinkite, kad keturkampio kampų dydžių suma lygi 360°:
1) kam lygi $\triangle ABC$ kampų dydžių suma?
2) kam lygi $\triangle ADC$ kampų dydžių suma?
3) kam lygi keturkampio $ABCD$ kampų dydžių suma?

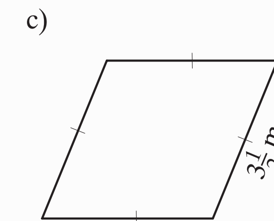




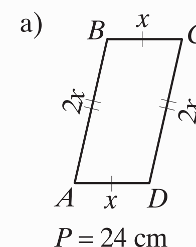
250. Apskaičiuokite pavaizduoto keturkampio perimetrą.

a) 

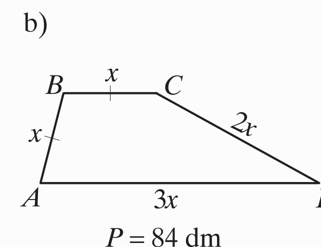
b) 

c) 

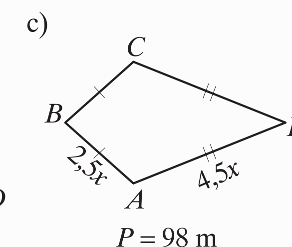
251. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite keturkampio $ABCD$ kraštinių ilgius (P — perimetras).

a) 

$P = 24$ cm

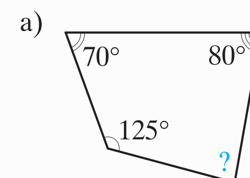
b) 

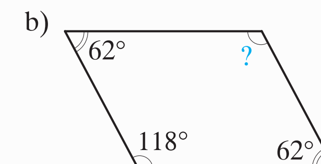
$P = 84$ dm

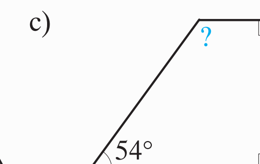
c) 

$P = 98$ m

252. Apskaičiuokite keturkampio klaustuku pažymėto kampo dydį.

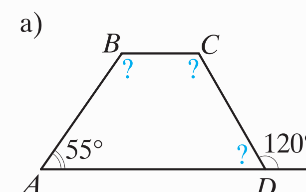
a) 

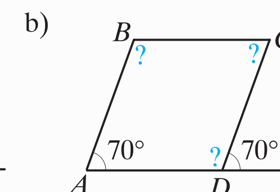
b) 

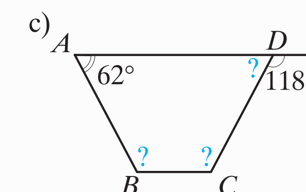
c) 

253. 1) Koks keturkampio kiekvieno kampo dydis, jei jo visi kampai yra lygūs?
2) Kaip vadinamas toks keturkampis?

254. Keturkampio $ABCD$ kraštinės AD ir BC yra lygiagrečios. Kraštinė AD pratęsta už viršūnės D. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite keturkampio $ABCD$ nežinomų kampų dydžius.

a) 

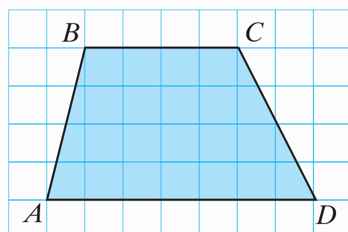
b) 

c) 



71 TRAPECIJA

Brėžinyje pavaizduotas keturkampis, kurio dvi kraštinės *yra lygiagrečios*, o kitos dvi *nėra lygiagrečios*.



AD ∥ *BC*, *AB* ∦ *DC*
ABCD – trapecija
AB, *CD* – šoninės kraštinės
AD, *BC* – pagrindai

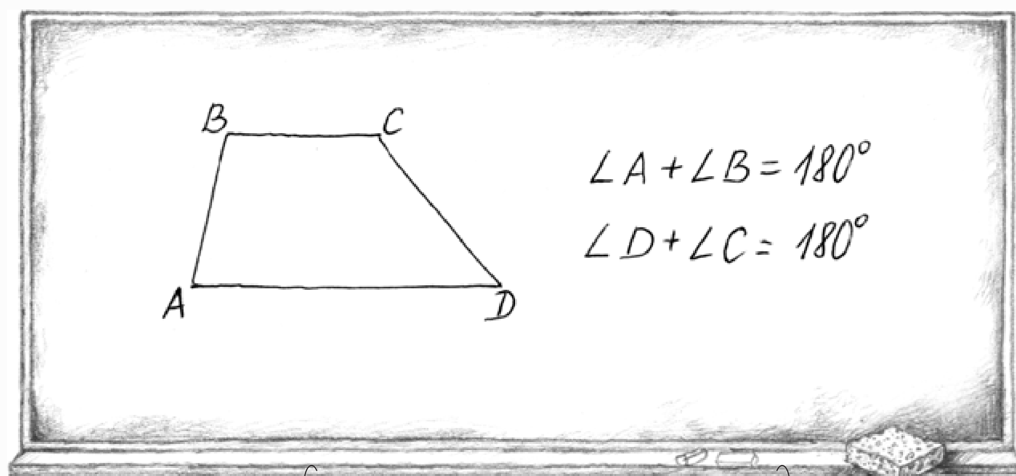


Keturkampis, kurio dvi kraštinės lygiagrečios, o kitos dvi – nelygiagrečios, vadinamas ***trapècija***.

- Lygiagrečios kraštinės vadinamos trapecijos *pagrindais*.
- Nelygiagrečios kraštinės vadinamos trapecijos *šoninėmis kraštinėmis*.

Užduotis.

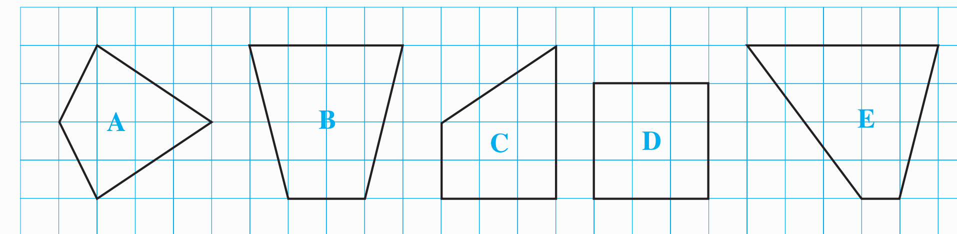
1) Nubraižykite dvi *lygiagrečias* tieses *a* ir *b*.
2) Nubraižykite dvi *nelygiagrečias* tieses *c* ir *d* taip, kad jos kirstų tieses *a* ir *b*.
3) Tiesių susikirtimo taškus pažymėkite raidėmis *A*, *B*, *C*, *D* ir išryškinkite susidariusį keturkampį. Kaip vadinamas keturkampis *ABCD*?
4) Išmatuokite trapecijos kampų *A* ir *C* dydžius, o kampų *B* ir *D* dydžius apskaičiuokite.



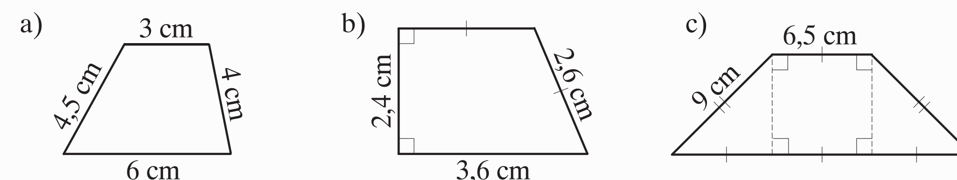
Prie šoninės kraštinės esančių trapecijos kampų dydžių suma lygi 180°.



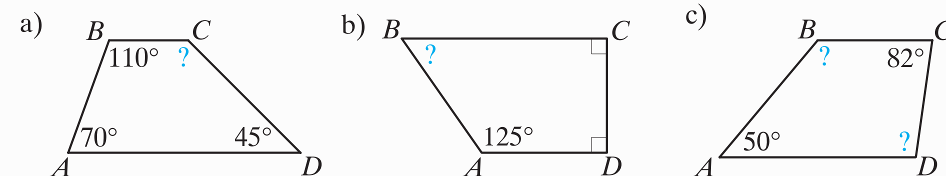
255. Kurie iš pavaizduotų keturkampių yra trapecijos?



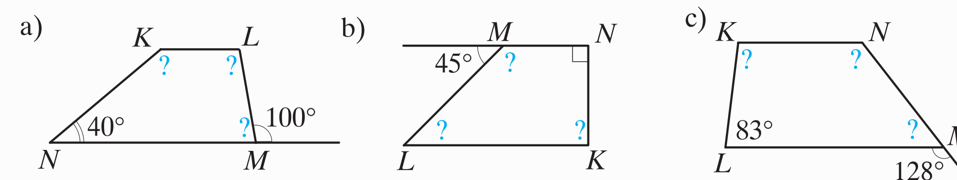
256. Apskaičiuokite pavaizduotos trapecijos perimetrą.



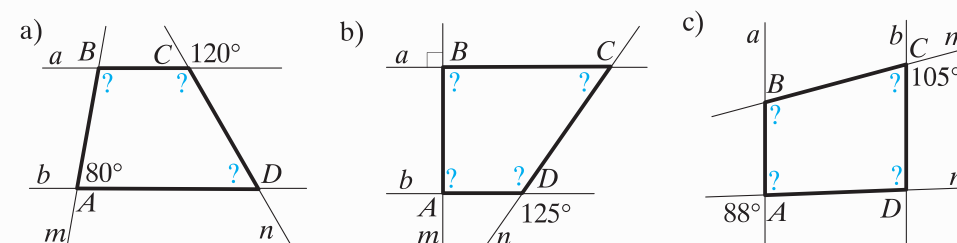
257. Apskaičiuokite trapecijos *ABCD* nežinomų kampų dydžius.



258. Trapecijos *MNKL* kraštinė *NM* pratęsta už viršūnės *M*. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite trapecijos nežinomų kampų dydžius.



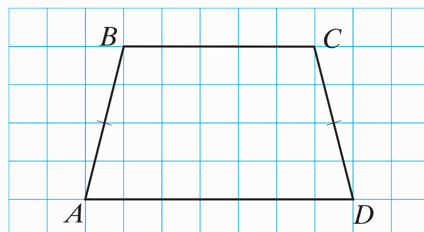
259. Dvi lygiagrečias tieses *a* ir *b* kerta dvi nelygiagrečios tiesės *m* ir *n*. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite susidariusios trapecijos *ABCD* klaustukais pažymėtų kampų dydžius.





LYGIAŠONĖ TRAPECIJA

Brėžinyje pavaizduota trapecija, kurios šoninės kraštinės yra *lygios*.

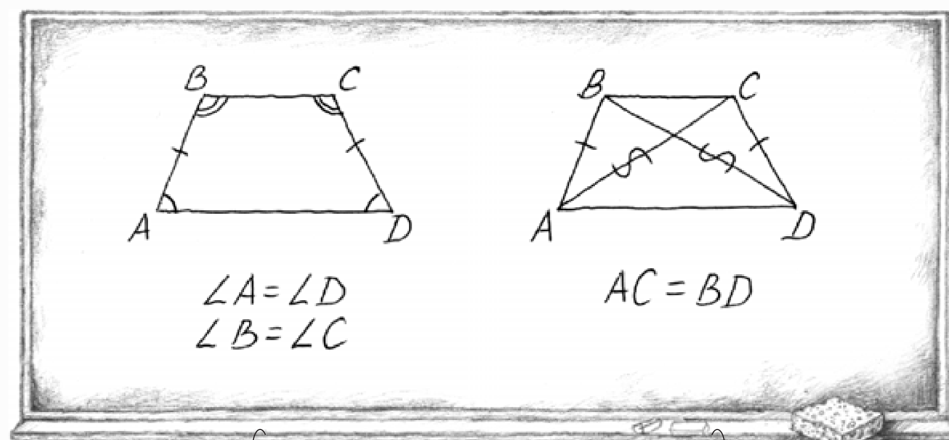


$AB = CD$,
$ABCD$ – lygiašonė trapecija

Trapecija, kurios šoninės kraštinės yra lygios, vadinama ***lygiašonė***.

Užduotis.

1) Nubraižykite trapeciją $ABCD$, kurios šoninės kraštinės AB ir CD būtų lygios.
2) Išmatuokite trapecijos kampų prie pagrindo AD dydžius:
$\angle A =$ ☁, $\angle D =$ ☁.
Trapecijos kampų prie pagrindo BC dydžius apskaičiuokite:
$\angle B =$ ☁, $\angle C =$ ☁.
Koks ženklas (>, < ar =) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio?
$\angle A$ □ $\angle D$; $\angle B$ □ $\angle C$.
3) Nubrėžkite trapecijos $ABCD$ įstrižaines AC ir BD. Ar $\triangle ABD = \triangle DCA$? Paaiškinkite kodėl.
Koks ženklas (>, < ar =) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio?
AC □ BD.

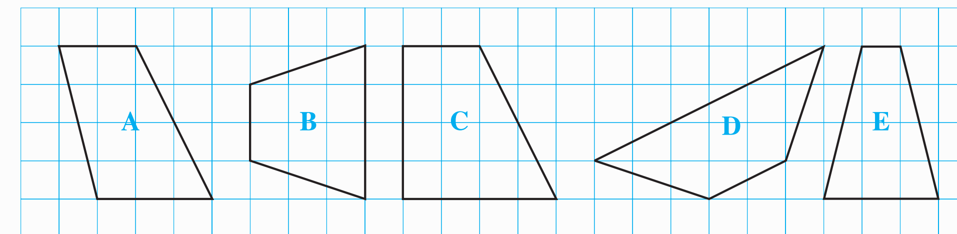


Lygiašonės trapecijos kampai prie pagrindo yra lygūs.

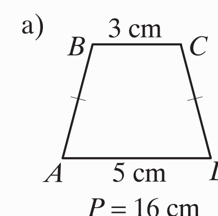
Lygiašonės trapecijos įstrižainės yra lygios.

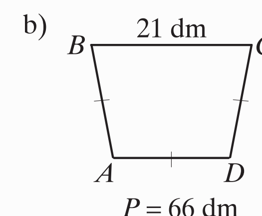


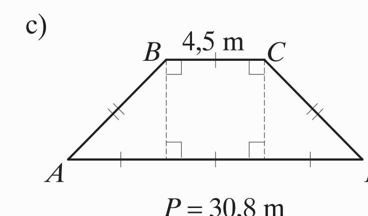
260. Kurios iš pavaizduotų trapecijų yra lygiašonės?



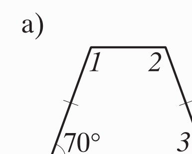
261. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite pavaizduotos lygiašonės trapecijos šoninės kraštinės ilgį (P — perimetras).

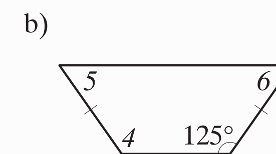
a) 

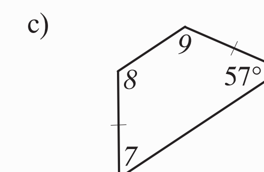
b) 

c) 

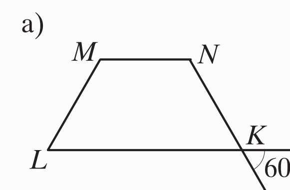
262. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite pavaizduotos lygiašonės trapecijos skaitmenimis pažymėtų kampų dydžius.

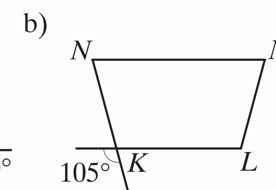
a) 

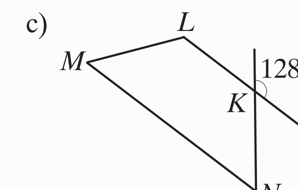
b) 

c) 

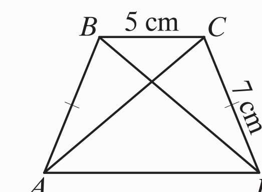
263. Lygiašonės trapecijos $MNKL$ ($MN \parallel LK$) prie viršūnės K esančios kraštinės pratęstos už viršūnės K. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite trapecijos kampų dydžius.

a) 

b) 

c) 

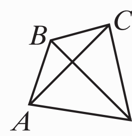
264. AC ir BD — lygiašonės trapecijos $ABCD$ įstrižainės. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite trikampio ABC perimetrą, kai $BD = 10$ cm.





APIBENDRINAME

Keturkampis turi 4 viršūnes, 4 kraštines, 4 kampus, 2 įstrižaines.
Atkarpa, jungianti dvi negretimas keturkampio viršūnes, vadinama *įstrižainė*.



A, B, C, D – viršūnės
AB, BC, CD, DA – kraštinės
$\angle A, \angle B, \angle C, \angle D$ – kampai
AC, BD – įstrižainės

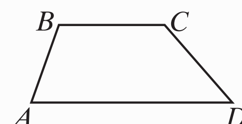
Keturkampio perimetras — jo kraštinių ilgių suma.

$P_{ABCD} = AB + BC + CD + DA$

Keturkampio kampų dydžių suma lygi 360°.

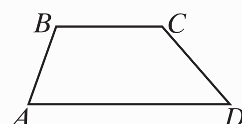
$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$

Keturkampis, kurio dvi kraštinės yra lygiagrečios, o kitos dvi — nelygiagrečios, vadinamas *trapècija*.



$AD \parallel BC$, $AB \nparallel CD$
AD, BC – pagrindai
AB, CD – šoninės kraštinės

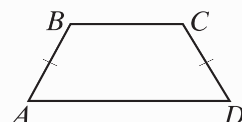
Prie šoninės kraštinės esančių trapecijos kampų dydžių suma lygi 180°.



$\angle A + \angle B = 180°$
$\angle C + \angle D = 180°$

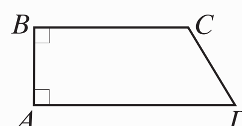
Trapecijų rūšys:

- *lygiašonė* trapecija — šoninės kraštinės yra lygios;



$AB = CD$
$ABCD$ – lygiašonė trapecija

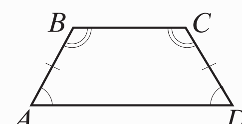
- *stačioji* trapecija — viena šoninė kraštinė statmena pagrindams.



$\angle A = \angle B = 90°$
$ABCD$ – stačioji trapecija

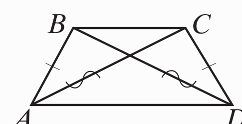
Lygiašonės trapecijos *savybės*:

- kampai prie kiekvieno pagrindo yra lygūs;



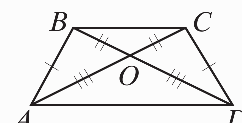
$\angle A = \angle D$
$\angle B = \angle C$

- įstrižainės yra lygios;



$AC = BD$

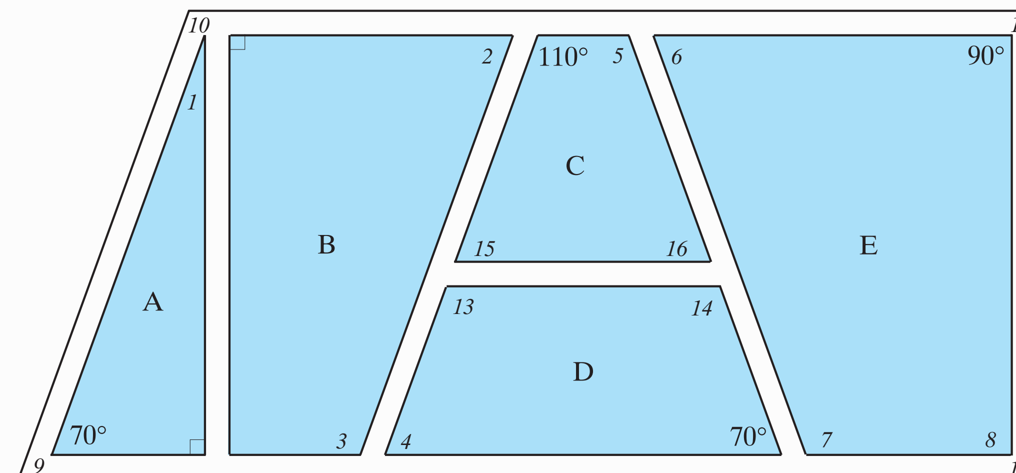
- įstrižainių susikirtimo taškas kiekvieną įstrižainę dalija į atkarpas taip, kad vienos įstrižainės atkarpos yra lygios atitinkamoms kitos įstrižainės atkarpoms.



$BO = OC$
$AO = OD$

Planelis

Brėžinyje pavaizduotas parko planelis. Parkas yra trapecijos formos. Visi takeliai yra 3 metrų pločio (plane jų plotis yra 3 mm). Horizontalieji takeliai yra lygiagretūs. Visų takelių kraštai yra lygiagretūs (yra lygiagrečiose tiesėse). Takeliai parką dalija į 5 teritorijas A, B, C, D ir E.



1) Kokia geometrinė figūra yra kiekviena parko teritorija?
2) Apskaičiuokite skaitmenimis pažymėtų kampų dydžius.
3) Koks plano mastelis?
   A 1 : 300 **B** 1 : 100 **C** 1 : 1000 **D** 1 : 3000
4) Išmatavę parko planelio kraštų ilgius (milimetrais), apskaičiuokite parką juosiančios tvoros ilgį kilometrais.

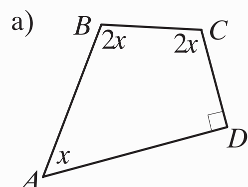
Jonas nori nubraižyti mažesnį to parko planą negu yra aukščiau. Pirmiausia jis nusibraižė parką ribojančią trapeciją.

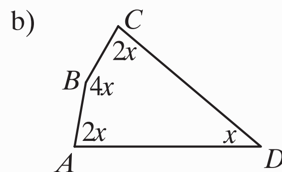


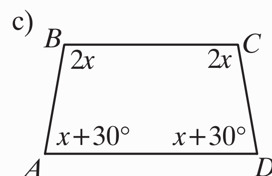
5) Išmatavę Jono nubraižytos trapecijos kraštinių ilgius, apskaičiuokite, kokiu masteliu jis braižo parko planelį.
6) Kokie tame planelyje bus:
   a) takelių pločiai?
   b) teritoriją E vaizduojančios trapecijos kampų dydžiai?

SPRENDŽIAME

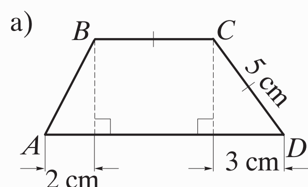
265. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite pavaizduoto keturkampio nežinomų kampų dydžius.

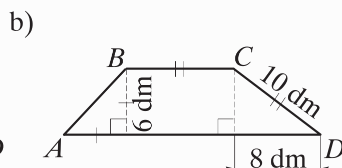
a) 

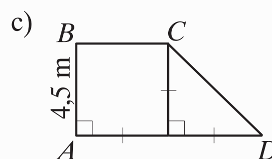
b) 

c) 

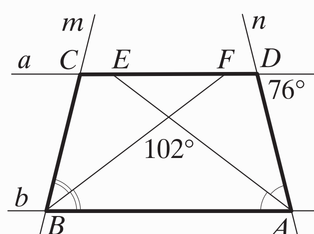
266. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite pavaizduotos trapecijos pagrindų BC ir AD ilgius.

a) 

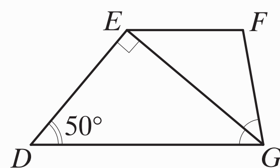
b) 

c) 

267. Dvi lygiagrečias tieses a ir b kertant nelygiagrečiomis tiesėmis m ir n, susidarė trapecija $ABCD$. AE ir BF — atitinkamai kampų A ir B pusiaukampinės. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite trapecijos $ABCD$ kampų dydžius.

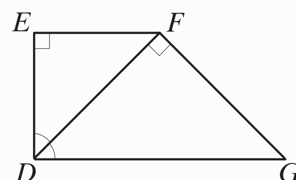


268. *Duota*: $DEFG$ — trapecija,
$\angle DGE = \angle EGF$,
$\angle DEG = 90°$,
$\angle EDG = 50°$.
Apskaičiuokite trapecijos kampų dydžius.



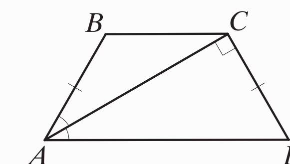
269. Vienas stačiosios trapecijos kampas dvigubai didesnis už kitą. Apskaičiuokite trapecijos kampų dydžius.

270. Stačiosios trapecijos $DEFG$ įstrižainė DF statųjį kampą D dalija pusiau ir yra statmena šoninei kraštinei FG. Apskaičiuokite trapecijos $DEFG$ kampų dydžius.

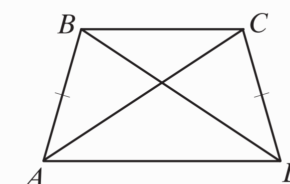




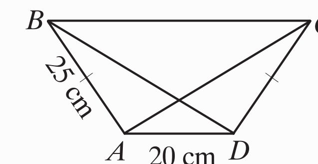
271. Lygiašonės trapecijos $ABCD$ įstrižainė AC smailųjį kampą A dalija pusiau ir yra statmena šoninei kraštinei CD. Apskaičiuokite trapecijos $ABCD$ kampų dydžius.



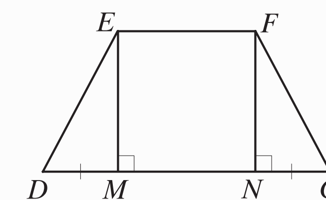
272. *Duota*: $ABCD$ — trapecija,
$AD \parallel BC$, $AB = CD$,
AC, BD — įstrižainės.
Įsitikinkite, kad:
1) $\triangle ACD = \triangle DBA$;
2) $AC = BD$.



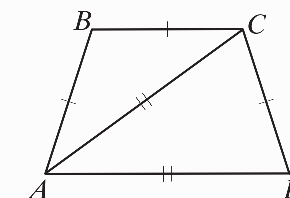
273. *Duota*: $ABCD$ — trapecija,
$AD \parallel BC$, $AB = CD$,
AC, BD — įstrižainės,
$P_{\triangle ABD} = 85$ cm,
$P_{\triangle ABC} = 113$ cm.
Apskaičiuokite: a) BD; b) AC;
c) BC; d) P_{ABCD}.



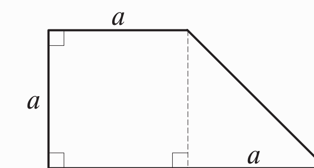
274. *Duota*: $DEFG$ — trapecija,
$DG \parallel EF$,
$EM \perp DG$, $FN \perp DG$,
$DM = NG$.
Įsitikinkite, kad $DE = FG$.




275. $ABCD$ — lygiašonė trapecija, AC — įstrižainė, $AB = BC = CD$, $AC = AD$. Apskaičiuokite trapecijos kampų dydžius.



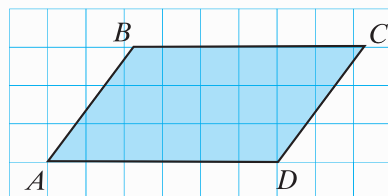

276. Padalykite pavaizduotą trapeciją į 4 vienodas trapecijas.





LYGIAGRETAINIS

Nubraižytas keturkampis, kurio abejos priešingos kraštinės yra *lygiagrečios*.

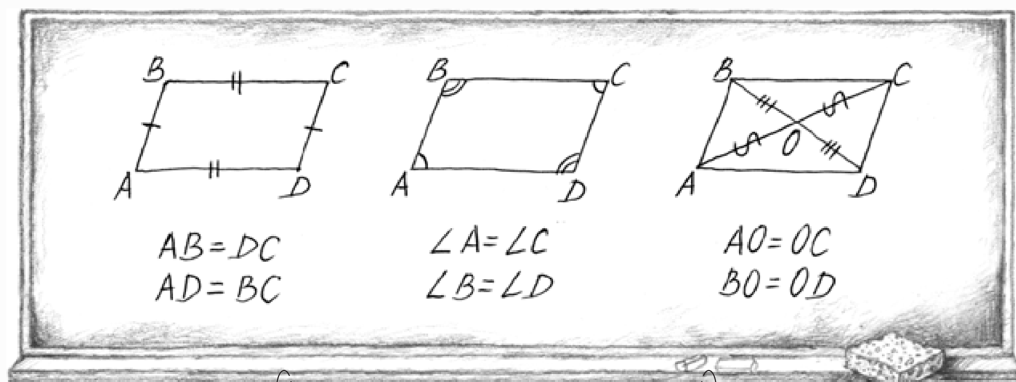


AD ∥ *BC*, *AB* ∥ *DC*
ABCD – lygiagretainis

Keturkampis, kurio abejos priešingos kraštinės lygiagrečios, vadinamas ***lygiagretainiù***.

Užduotis.

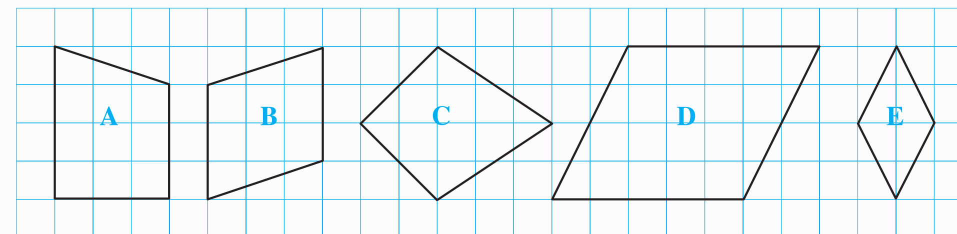
1) Nubraižykite lygiagretainį $ABCD$, t. y. keturkampį, kurio $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$.
2) Matuodami įsitikinkite, kad lygiagretainio:
   - priešingosios kraštinės yra lygios, t. y.: $AB = DC$, $AD = BC$;
   - priešingieji kampai yra lygūs, t. y.: $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$.
3) Nubrėžkite lygiagretainio įstrižaines AC ir BD. Įstrižainių susikirtimo tašką pažymėkite raide O.
4) Matuodami įsitikinkite, kad:
   - lygiagretainio įstrižainių susikirtimo taškas jas dalija pusiau, t. y.: $AO = OC$, $BO = OD$.



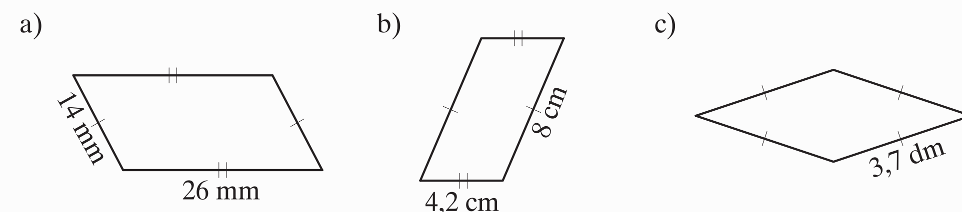
- Lygiagretainio priešingosios kraštinės yra lygiagrečios
- Lygiagretainio priešingosios kraštinės yra lygios
- Lygiagretainio priešingieji kampai yra lygūs
- Lygiagretainio įstrižainės susikirsdamos viena kitą dalija pusiau



277. Kurie iš pavaizduotų keturkampių yra lygiagretainiai?

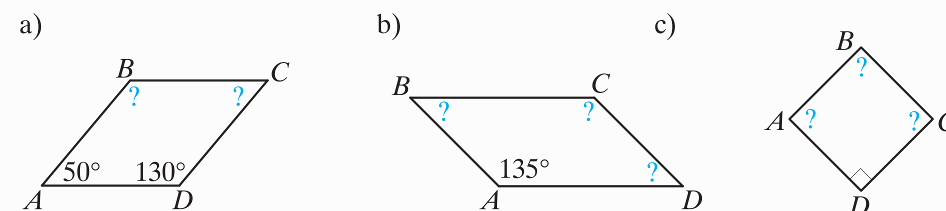


278. Apskaičiuokite pavaizduoto lygiagretainio perimetrą.



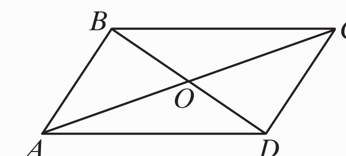
279. a) Lygiagretainio viena kraštinė trigubai ilgesnė už kitą kraštinę. Apskaičiuokite lygiagretainio kraštinių ilgius, jei jo perimetras lygus 56 cm.
b) Lygiagretainio viena kraštinės 6 cm trumpesnė už kitą kraštinę. Apskaičiuokite lygiagretainio kraštinių ilgius, jei jo perimetras lygus 60 cm.

280. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite lygiagretainio $ABCD$ klaustukais pažymėtų kampų dydžius.



281. Apskaičiuokite lygiagretainio $MNKL$ kampų dydžius, jei kampas K yra: a) dvigubai mažesnis už kampą L; b) 30° mažesnis už kampą L.

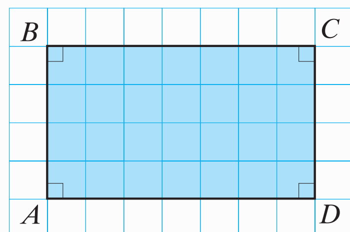
282. *Duota*: $ABCD$ — lygiagretainis,
AC ir BD — įstrižainės,
O — įstrižainių susikirtimo taškas,
$AB = 2$ cm, $AO = 2{,}5$ cm,
$P_{\triangle ABO} = 6$ cm, $P_{\triangle BOC} = 7{,}6$ cm.
Apskaičiuokite: a) AC; b) BO; c) BD; d) BC; e) P_{ABCD}.





STAČIAKAMPIS

Nubraižytas *lygiagretainis*, kurio visi kampai yra *statūs* (taigi ir lygūs).

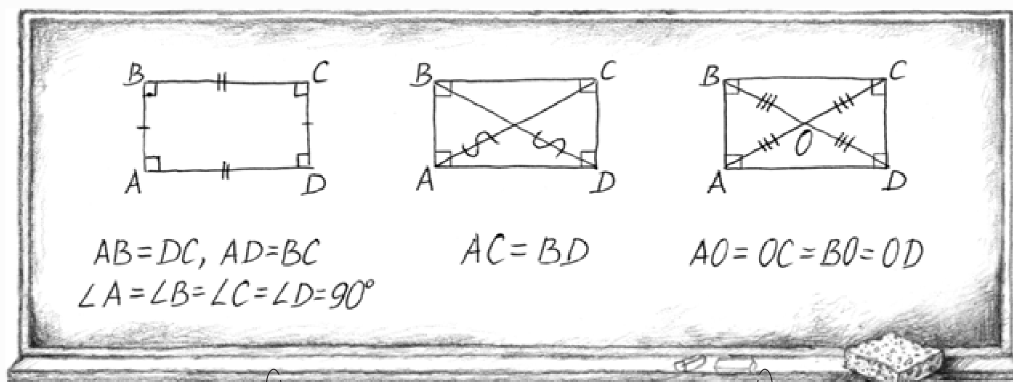


$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$
$ABCD$ – stačiakampis

Lygiagretainis, kurio visi kampai statūs, vadinamas ***stačiakampiu***.

Užduotis.

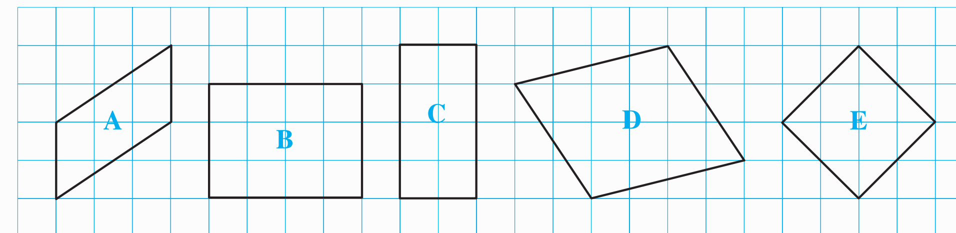
1) Nubraižykite stačiakampį $ABCD$, t. y. lygiagretainį, kurio $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$.
2) Išmatuokite kraštinių AB ir BC ilgius. Nematavę pasakykite kraštinių CD ir DA ilgius.
   Koks ženklas ($>$, $<$ ar $=$) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio?
   $AB \square DC$; $AD \square BC$.
3) Nubrėžkite stačiakampio įstrižaines AC ir BD. Jų susikirtimo tašką pažymėkite raide O. Išmatuokite atkarpų AO, OC, BO, OD ilgius.
4) Pabaikite sakinius:
   - *Stačiakampio įstrižainės yra ...*
   - *Stačiakampio įstrižainės susikirsdamos viena kitą dalija ...*



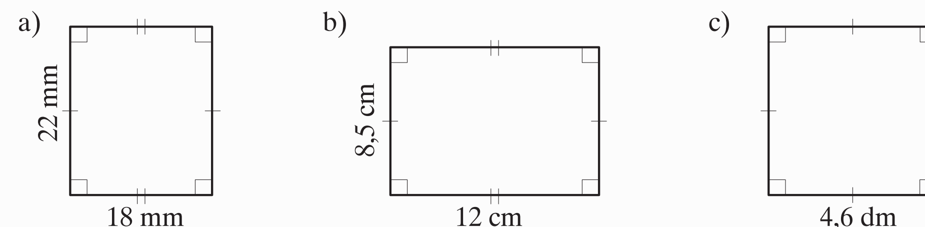
- Stačiakampio priešingosios kraštinės yra lygiagrečios
- Stačiakampio priešingosios kraštinės yra lygios
- Stačiakampio visi kampai yra statūs (= 90°)
- Stačiakampio įstrižainės yra lygios
- Stačiakampio įstrižainės susikirsdamos viena kitą dalija į lygias atkarpas



283. Kurie iš pavaizduotų lygiagretainių yra stačiakampiai?

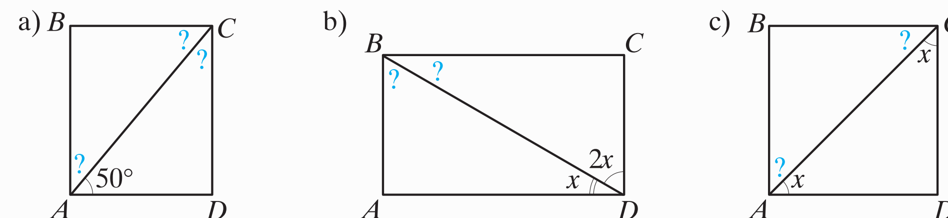


284. Apskaičiuokite pavaizduoto stačiakampio perimetrą.

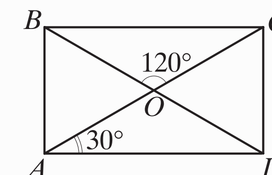


285. Apskaičiuokite stačiakampio kraštinių ilgius, jei jo:
a) viena kraštinė dvigubai trumpesnė už kitą, o perimetras lygus 48 cm;
b) plotis 8 dm mažesnis už ilgį, o perimetras lygus 56 dm.

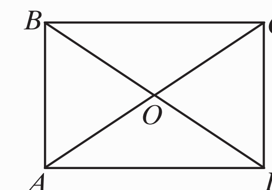
286. $ABCD$ — stačiakampis. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite klaustukais pažymėtų kampų dydžius.



287. AC ir BD — stačiakampio $ABCD$ įstrižainės, O — jų susikirtimo taškas. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite dydžius kampų:
a) ACB; b) ACD; c) AOD;
d) DOC; e) ADB.



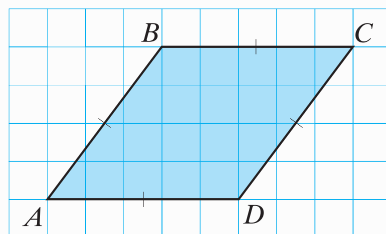
288. *Duota*: $ABCD$ — stačiakampis,
AC ir BD — įstrižainės,
O — įstrižainių susikirtimo taškas,
$AB = 2$ cm, $P_{\triangle AOB} = 5{,}6$ cm,
$P_{\triangle BOC} = 6{,}6$ cm.
Apskaičiuokite:
a) AO; b) BD; c) BC; d) P_{ABCD}.





75 ROMBAS

Nubraižytas lygiagretainis, kurio visos kraštinės yra *lygios*.

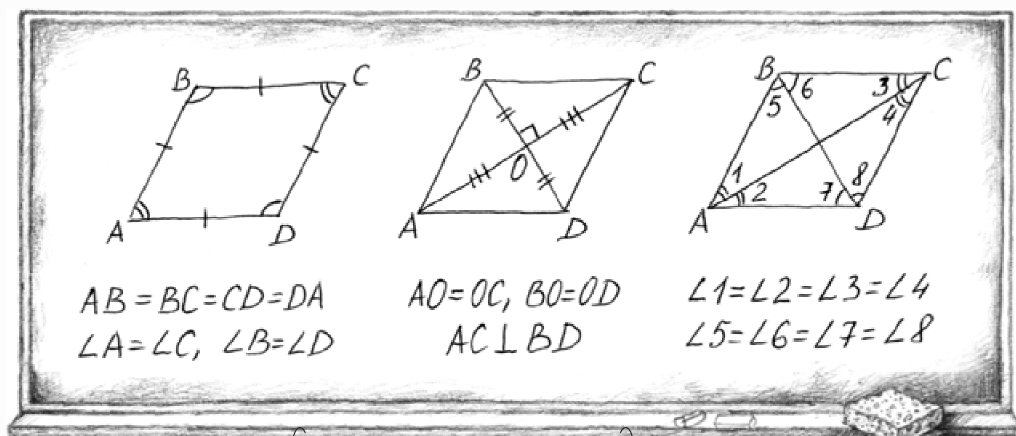


$AB = BC = CD = DA$
$ABCD$ – rombas

Lygiagretainis, kurio visos kraštinės lygios, vadinamas *ròmbu*.

Užduotis.

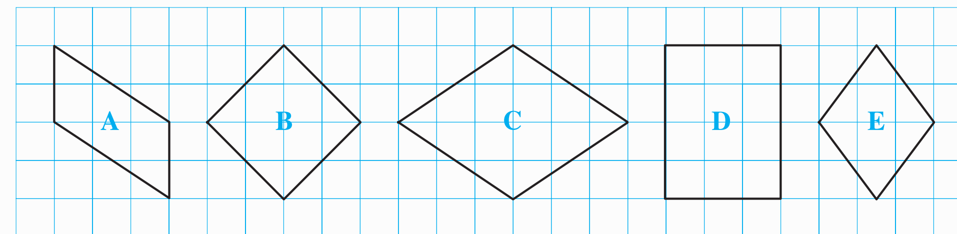
1) Nubraižykite rombą $ABCD$, t. y. lygiagretainį, kurio $AB = BC = CD = DA$.
2) Išmatuokite kampo A dydį. Kampų B, C ir D dydžius nustatykite nematavę. Koks ženklas ($>$, $<$ ar $=$) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio? $\angle A \square \angle C$; $\angle B \square \angle D$.
3) Nubrėžkite rombo įstrižaines AC ir BD. Jų susikirtimo tašką pažymėkite raide O.
4) Išmatuokite įstrižainės AC ilgį. Atkarpų AO ir OC ilgius apskaičiuokite.
5) Išmatuokite atkarpos BO ilgį. Įstrižainės BD ilgį apskaičiuokite.
6) Išmatuokite kampo AOB dydį.
7) Matuodami įsitikinkite, kad įstrižainės rombo kampus dalija pusiau.



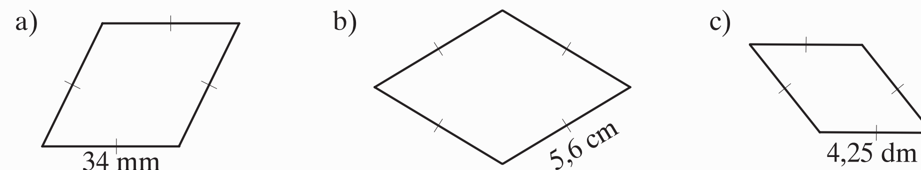
- Rombo priešingosios kraštinės yra lygiagrečios
- Rombo kraštinės yra lygios
- Rombo priešingieji kampai yra lygūs
- Rombo įstrižainės susikirsdamos viena kitą dalija pusiau
- Rombo įstrižainės susikerta stačiu kampu
- Rombo įstrižainės rombo kampus dalija pusiau



289. Kurie iš pavaizduotų lygiagretainių yra rombai?

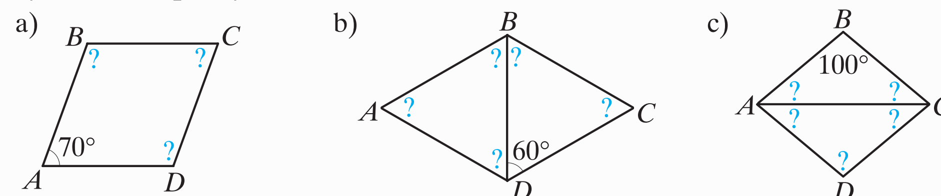


290. Apskaičiuokite pavaizduoto rombo perimetrą.



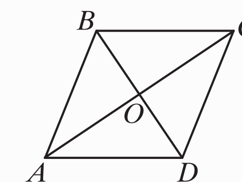
291. Apskaičiuokite rombo kraštinės ilgį, jei jo perimetras lygus:
a) 124 mm; b) 50 cm; c) 33 dm.

292. $ABCD$ — rombas. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite klaustukais pažymėtų kampų dydžius.

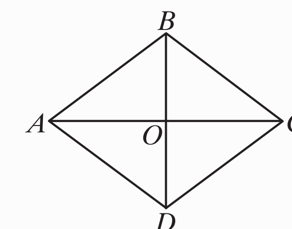


293. Apskaičiuokite rombo kampų dydžius, jei jo vienas kampas:
a) keturis kartus didesnis už kitą kampą;
b) 40° mažesnis už kitą kampą.

294. AC ir BD — rombo $ABCD$ įstrižainės, O — jų susikirtimo taškas, $\angle BAD = 68°$. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite dydžius kampų:
a) CAD; b) ACD; c) ADC; d) ABD.

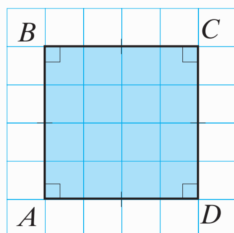


295. *Duota*: $ABCD$ — rombas,
AC ir BD — įstrižainės,
O — įstrižainių susikirtimo taškas,
$AC = 8$ cm, $BO = 3$ cm,
$P_{\triangle BOC} = 12$ cm.
Apskaičiuokite: a) OC; b) BC;
c) BD; d) P_{ABD}.



76 KVADRATAS

Nubraižytas lygiagretainis, kurio visi kampai yra *lygūs* ir visos kraštinės yra *lygios*.

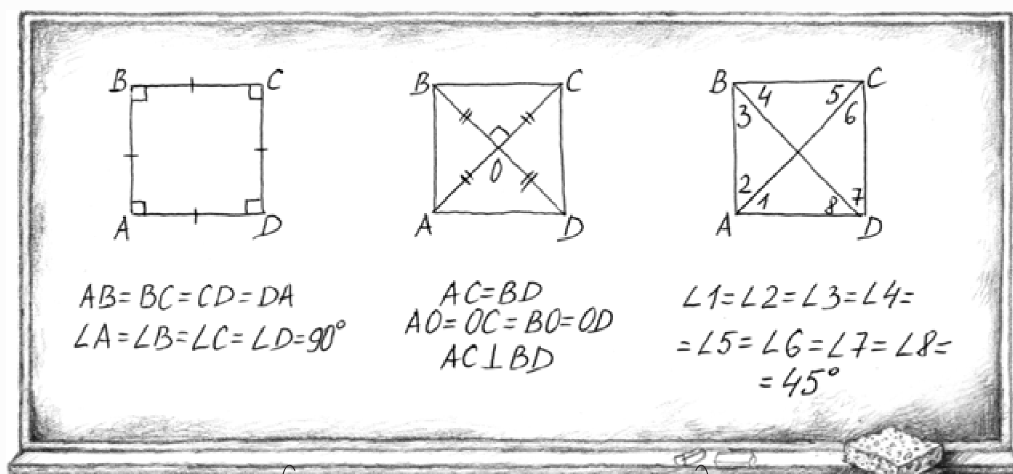


$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$
$AB = BC = CD = DA$
$ABCD$ – kvadratas

Lygiagretainis, kurio visi kampai lygūs (statūs) ir visos kraštinės lygios, vadinamas ***kvadratù***.

Užduotis.

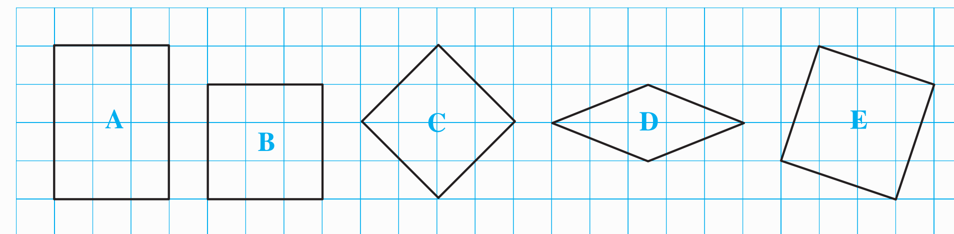
1) Nubraižykite kvadratą $ABCD$, t. y. lygiagretainį, kurio visi kampai būtų *lygūs* ir visos kraštinės būtų *lygios*.
2) Nubrėžkite kvadrato įstrižaines. Ar kvadrato įstrižainės yra lygios? Kodėl?
3) Ar kvadrato įstrižainės susikirsdamos dalija viena kitą pusiau? Kodėl?
4) Kokiu kampu susikerta kvadrato įstrižainės? Kodėl?
5) Ar kvadrato įstrižainės dalija jo kampus pusiau? Kodėl?



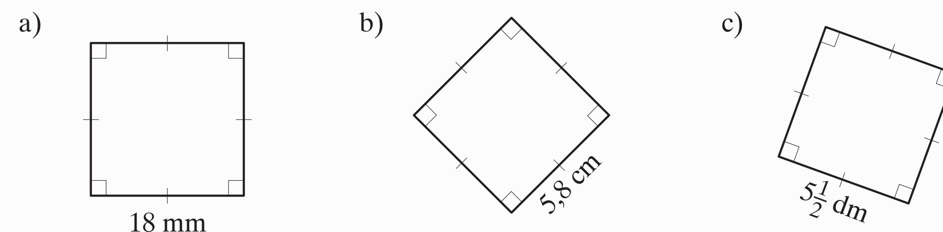
- Kvadrato kraštinės yra lygios
- Kvadrato kampai yra lygūs (= 90°)
- Kvadrato įstrižainės yra lygios ir susikirsdamos viena kitą dalija pusiau
- Kvadrato įstrižainės susikerta stačiu kampu
- Kvadrato įstrižainės jo kampus dalija pusiau (= 45°)



296. Kurie iš pavaizduotų lygiagretainių yra kvadratai?

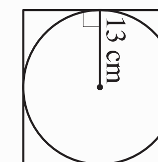


297. Apskaičiuokite pavaizduoto kvadrato perimetrą.

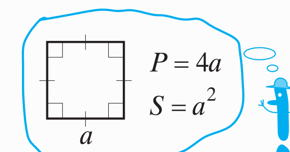


298. Apskaičiuokite kvadrato kraštinės ilgį, jei jo perimetras lygus:
a) 96 mm; b) 58 cm; c) 37 dm.

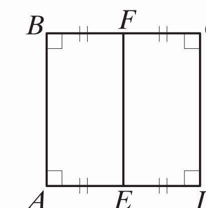
299. Į kvadratą įbrėžto apskritimo spindulio ilgis yra 13 cm. Apskaičiuokite kvadrato perimetrą.



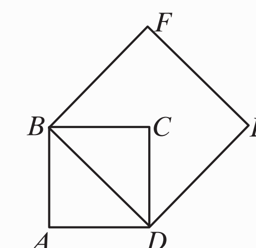
300. Kvadrato perimetras lygus 52 dm. Apskaičiuokite kvadrato:
a) kraštinės ilgį; b) plotą.



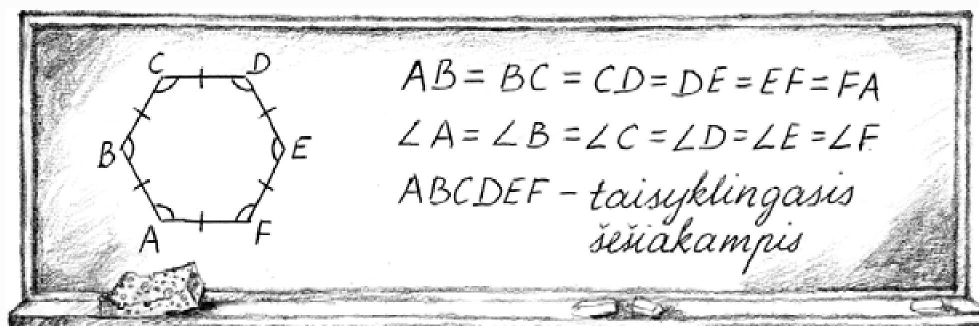
301. Per kvadrato $ABCD$ kraštinių AD ir BC vidurio taškus nubrėžta atkarpa EF. Apskaičiuokite kvadrato kraštinės ilgį, jei stačiakampio $ABFE$ perimetras lygus 36 cm.



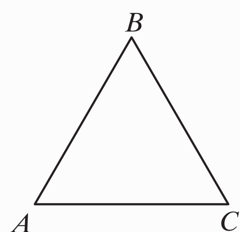
302. Kvadrato $ABCD$ kraštinės ilgis yra 3 cm, o jo įstrižainė BD yra kvadrato $BDEF$ kraštinė. Apskaičiuokite kvadrato $BDEF$ įstrižainės DF ilgį.

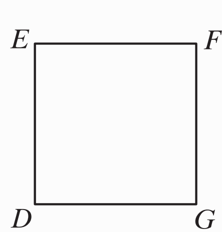


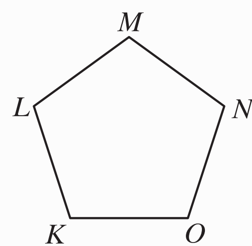
TAISYKLINGASIS DAUGIAKAMPIS



Brėžinyje pavaizduotos trys geometrinės figūros.

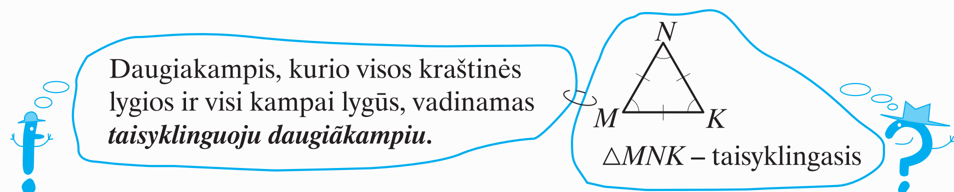






Užduotis.

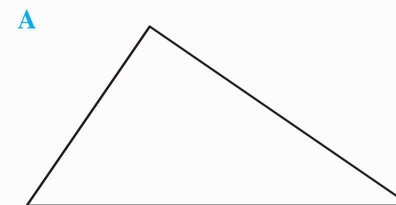
1) Kiek kampų turi kiekviena pavaizduota figūra? Kaip vaidinama kiekviena ta figūra?
2) Iš akies nustatykite, koks — įvairiakraštis, lygiašonis ar lygiakraštis — yra trikampis ABC. Savo spėjimą pasitikrinkite matuodami.
3) Iš akies įvertinkite trikampio ABC kampų dydžius, o tada juos išmatuokite matlankiu.
4) Ar trikampis ABC yra taisyklingasis?

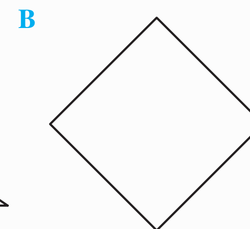


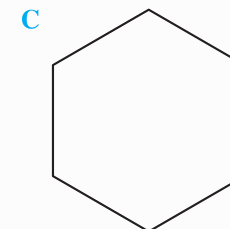
5) Matuodami įsitikinkite, kad keturkampis $DEFG$ ir penkiakampis $KLMNO$ yra taisyklingieji.
6) Kaip vadinamas taisyklingasis keturkampis? Koks yra taisyklingojo keturkampio kiekvieno kampo dydis?



303. Pavaizduoti trys daugiakampiai.

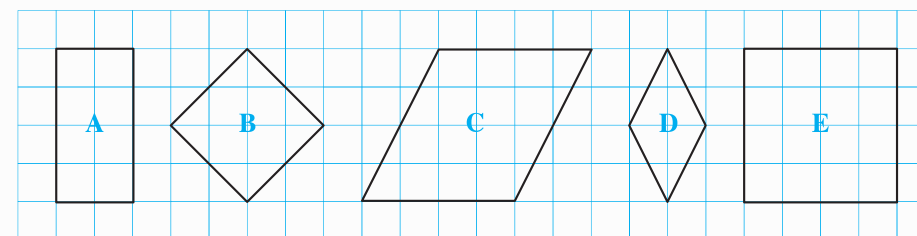




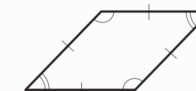


1) Matuodami nustatykite, kurių iš šių daugiakampių:
   a) visos kraštinės yra lygios; b) visi kampai yra lygūs.
2) Kurie iš šių daugiakampių yra taisyklingieji?

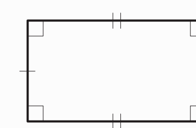
304. Kurie iš pavaizduotų keturkampių yra taisyklingieji?



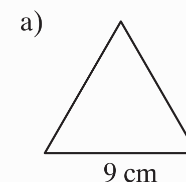
305. Pavaizduotas keturkampis, kurio visos kraštinės yra lygios. Ar šis keturkampis yra taisyklingasis? Paaiškinkite kodėl.

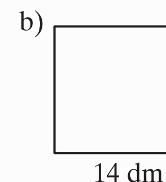


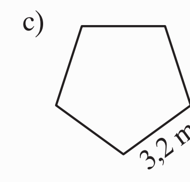
306. Pavaizduotas keturkampis, kurio visi kampai lygūs. Ar šis keturkampis yra taisyklingasis? Paaiškinkite kodėl.

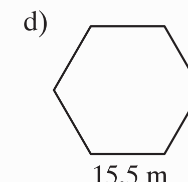


307. Apskaičiuokite pavaizduoto taisyklingojo daugiakampio perimetrą.

a) 

b) 

c) 

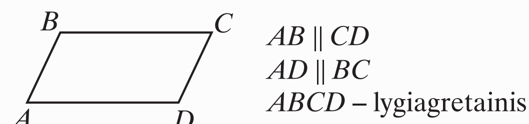
d) 

308. Apskaičiuokite taisyklingojo daugiakampio kraštinės ilgį, jei jo perimetras lygus 120 cm, o tas daugiakampis yra:
a) trikampis; b) keturkampis; c) penkiakampis; d) šešiakampis.

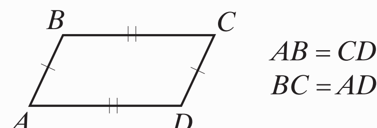
309. Kam lygus lygiakraščio trikampio kiekvieno kampo dydis?

APIBENDRINAME

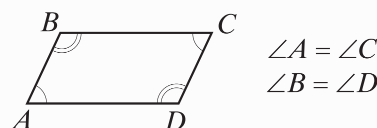
Keturkampis, kurio priešingosios kraštinės yra lygiagrečios, vadinamas *lygiagretainiù*.



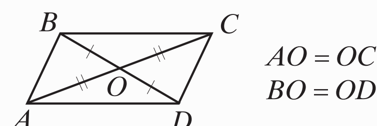
Lygiagretainio *savybės*:
- priešingosios kraštinės yra lygios;



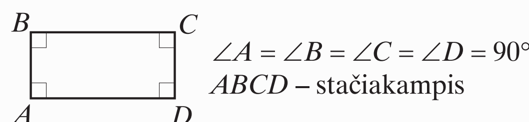
- priešingieji kampai yra lygūs;



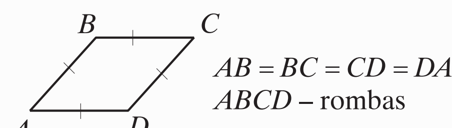
- įstrižainės susikirsdamos viena kitą dalija pusiau.



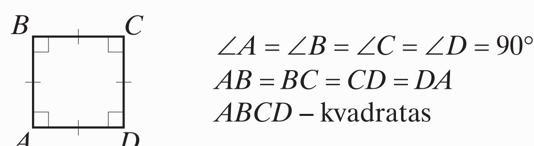
Lygiagretainių rūšys:
- *stačiãkampis* — kampai statūs (lygūs);



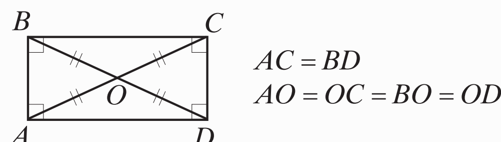
- *ròmbas* — kraštinės lygios;



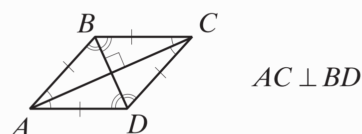
- *kvadrãtas* — kampai lygūs (statūs), kraštinės lygios.



Stačiakampio *savybės*:
- įstrižainės lygios;
- įstrižainės susikirsdamos viena kitą dalija į lygias atkarpas.



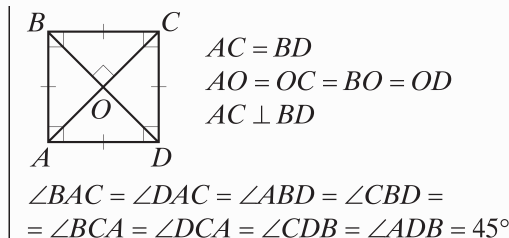
Rombo *savybės*:
- įstrižainės susikerta stačiu kampu;
- įstrižainės rombo kampus dalija pusiau.



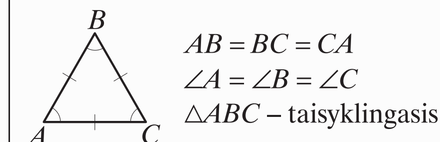
$\angle BCA = \angle DCA = \angle BAC = \angle DAC$
$\angle ABD = \angle CBD = \angle ADB = \angle CDB$



Kvadrato *savybės*:
- įstrižainės lygios;
- įstrižainės susikirsdamos viena kitą dalija į lygias atkarpas;
- įstrižainės susikerta stačiu kampu;
- įstrižainės kvadrato kampus dalija pusiau ($= 45°$).

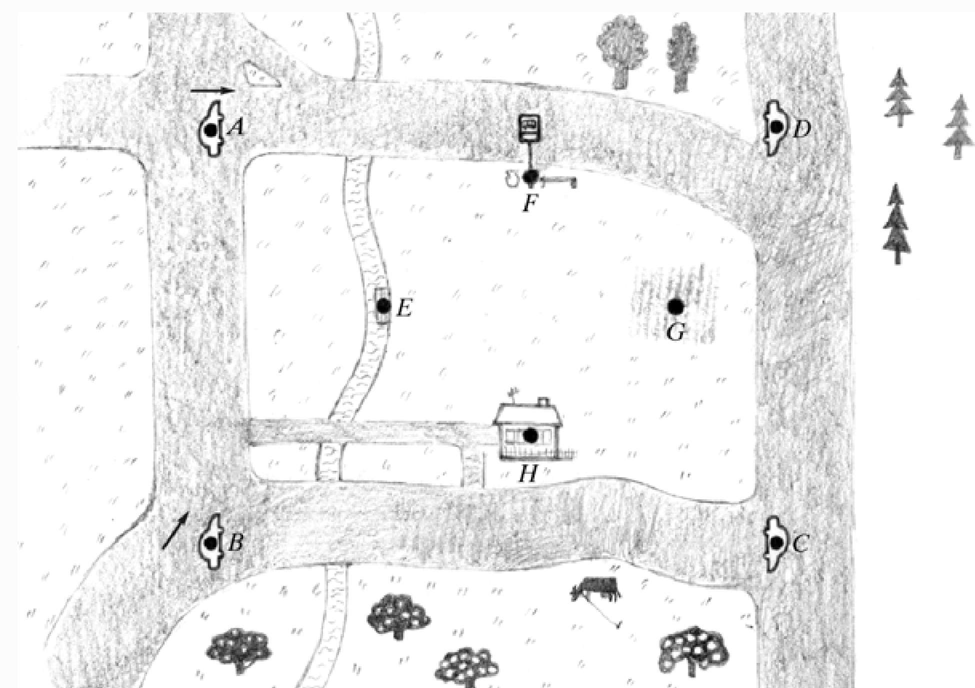


Daugiakampis, kurio visos kraštinės lygios ir visi kampai lygūs, vadinamas *taisyklinguoju daugiãkampiu*.



Pakeliaukime

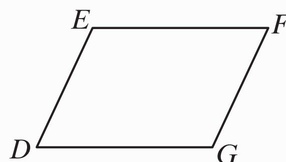
Paveikslėlyje pavaizduotas vietovės planas. Plane 1 cm atitinka 250 žingsnių tikrovėje (1 žingsnis = 90 cm).



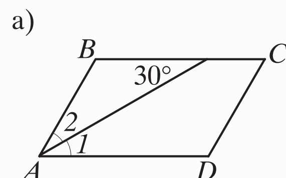
1) Raidėmis A, B, C ir D pažymėti kelyje esantys automobiliai (keturkampis $ABCD$ — stačiakampis). Apskaičiuokite to stačiakampio perimetrą metrais.
2) Keturkampis $EFGH$ — rombas. Apskaičiuokite jo perimetrą (metrais).
3) Kiek žingsnių yra nuo namo H iki stotelės F?
4) Automobilis B važiuoja 60 kilometrų per valandą greičiu. Per kiek laiko jis pasieks namus?

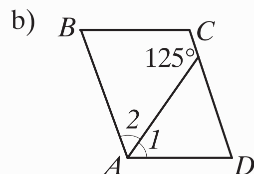
SPRENDŽIAME

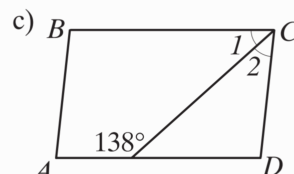
310. Lygiagretainio $DEFG$ dviejų kampų dydžių suma lygi 130°. Remdamiesi brėžiniu:
1) paaiškinkite, kurių kampų suma gali būti lygi 130°;
2) apskaičiuokite šio lygiagretainio kampų dydžius.



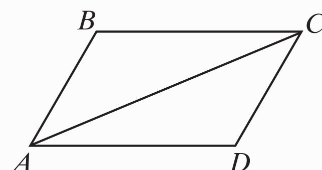
311. $ABCD$ — lygiagretainis, $\angle 1 = \angle 2$. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite lygiagretainio kampų dydžius.

a) 

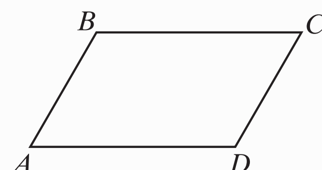
b) 

c) 

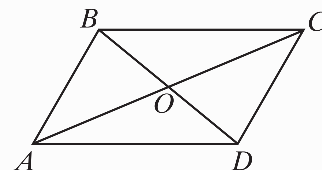
312. *Duota*: $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$,
AC — įstrižainė.
Įsitikinkite, kad: 1) $\triangle ABC = \triangle CDA$;
2) $AB = DC$, $BC = AD$.



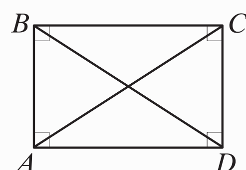
313. *Duota*: $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$.
Įsitikinkite, kad $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$.



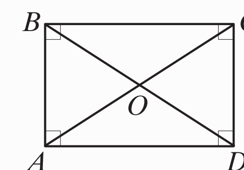
314. *Duota*: $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$,
AC, BD — įstrižainės,
O — įstrižainių susikirtimo taškas.
Įsitikinkite, kad: 1) $\triangle AOD = \triangle COB$;
2) $AO = OC$, $BO = OD$.



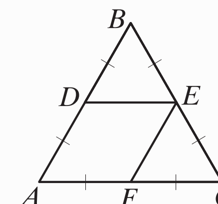
315. *Duota*: $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$,
$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$,
AC, BD — įstrižainės.
Įsitikinkite, kad: 1) $\triangle BAD = \triangle CDA$;
2) $AC = BD$.



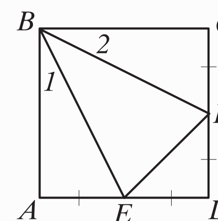
316. *Duota*: $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$,
$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$,
AC, BD — įstrižainės,
O — įstrižainių susikirtimo taškas.
Įsitikinkite, kad $AO = OC = BO = OD$.



317. Į lygiakraštį trikampį ABC įbrėžtas rombas $ADEF$ taip, kaip parodyta dešinėje. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite rombo perimetrą, jei $P_{\triangle ABC} = 9{,}6$ m.

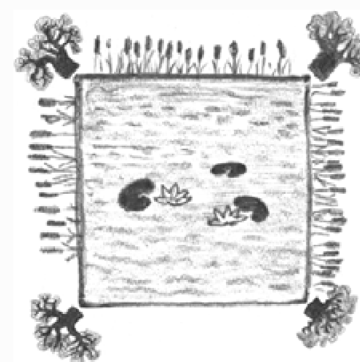


318. E ir F — kvadrato $ABCD$ kraštinių AD ir DC vidurio taškai.
1) Remdamiesi brėžiniu, nustatykite, ar $\angle 1 = \angle 2$.
2) Kokia $\triangle EBF$ rūšis pagal kraštines? Paaiškinkite kodėl.



319. Taisyklingojo n-kampio perimetras lygus 120 cm. Apskaičiuokite jo kraštinės ilgį, kai:
a) $n = 3$; b) $n = 5$; c) $n = 6$; d) $n = 8$; e) $n = 16$; f) $n = 120$.


320. Kvadratinės kūdros kampuose auga keturi seni ąžuolai.

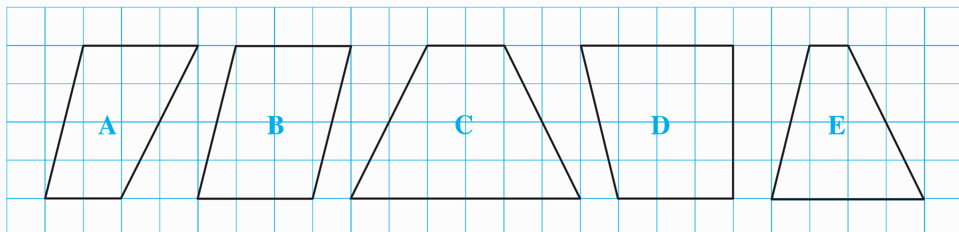


Kaip galima padidinti kūdrą, išlaikant kvadrato formą ir neužliejus ąžuolų? Pavaizduokite tai brėžiniu.


321. 1) Iš popieriaus iškirpkite rombą, kurio smailusis kampas lygus 60°.
2) Sukarpykite šį rombą į 5 dalis taip, kad iš tų dalių būtų galima sudėti tris taisyklinguosius šešiakampius.

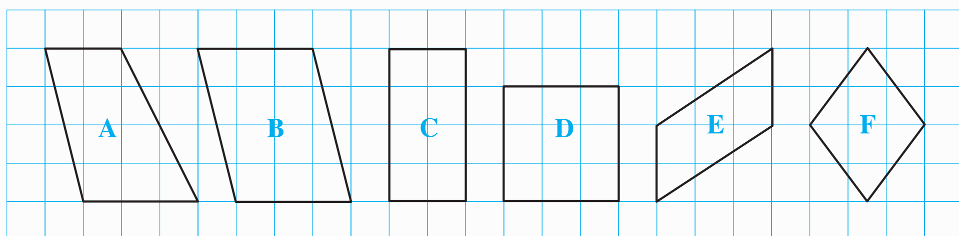
PASITIKRINAME

322. 1) Kurie iš pavaizduotų keturkampių yra trapecijos?



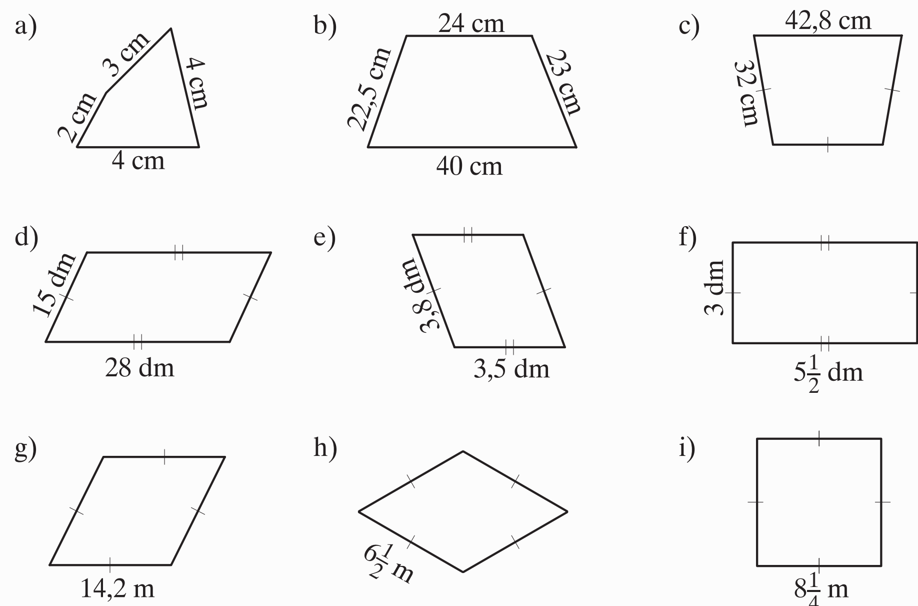
2) Kurios iš tų trapecijų yra lygiašonės?

323. 1) Kurie iš pavaizduotų keturkampių yra lygiagretainiai?



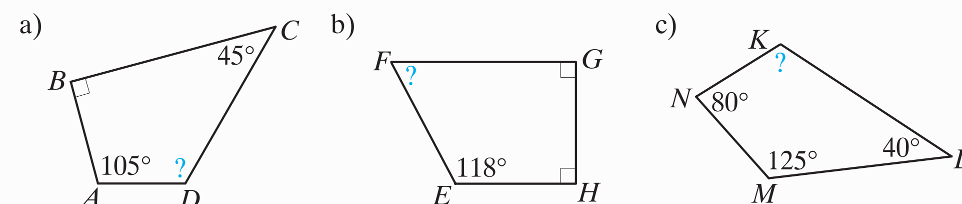
2) Kurie iš tų lygiagretainių yra:
a) stačiakampiai? b) rombai? c) kvadratai?

324. Apskaičiuokite pavaizduoto keturkampio perimetrą.

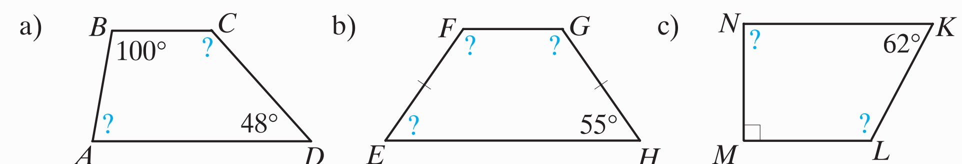




325. Apskaičiuokite pavaizduoto keturkampio klaustuku pažymėto kampo dydį.

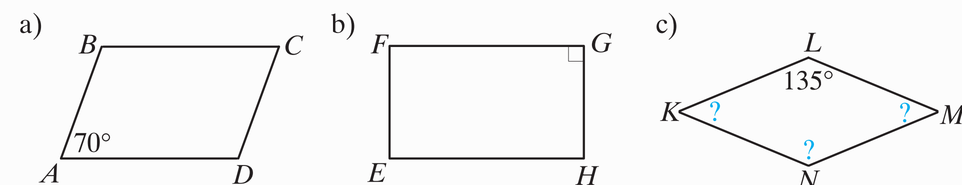


326. Apskaičiuokite pavaizduotos trapecijos nežinomų kampų dydžius.



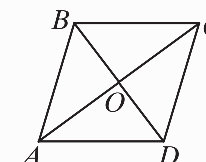
327. Raskite lygiašonės trapecijos kampų dydžius, jei jos vienas kampas:
a) trigubai didesnis už kitą kampą; b) 40° mažesnis už kitą kampą.

328. Apskaičiuokite pavaizduoto lygiagretainio nežinomų kampų dydžius.

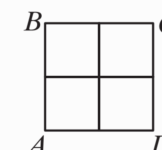


329. a) Lygiagretainio viena kraštinė dvigubai ilgesnė už kitą. Apskaičiuokite lygiagretainio kraštinių ilgius, jei jo perimetras lygus 72 cm.
b) Stačiakampio ilgis 12 dm didesnis už plotį. Apskaičiuokite stačiakampio kraštinių ilgius, jei jo perimetras lygus 64 dm.

330. *Duota*: $ABCD$ — rombas,
AC, BD — įstrižainės,
O — įstrižainių susikirtimo taškas,
$P_{ABCD} = 20$ dm,
$AC = 8$ dm, $BD = 6$ dm.
Apskaičiuokite: a) $P_{\triangle ABC}$; b) $P_{\triangle DOC}$.

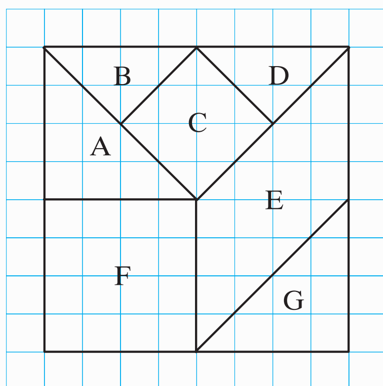


331. Kvadratas $ABCD$ padalytas į keturis lygius kvadratėlius. Vieno to kvadratėlio perimetras lygus 12 cm. Apskaičiuokite kvadrato $ABCD$ perimetrą.



Žaidžiame su figūromis

Paimkite figūras, kurias skyriaus pradžioje gavote sukarpę kvadratą.



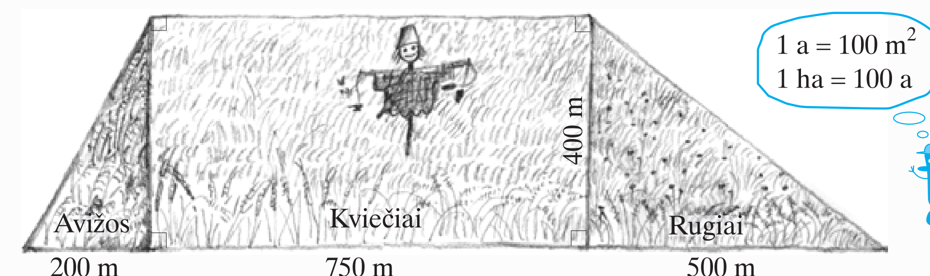
Užduotis.

1) Kurios iš šių figūrų yra lygiagretainiai?
2) Kurie iš šių lygiagretainių yra kvadratai?
3) Išmatuokite lygiagretainio E kraštinių ilgius ir apskaičiuokite jo perimetrą.
4) Išmatuokite lygiagretainio E vieną smailųjį kampą. Nematavę nustatykite, kam lygus jo kitas smailusis kampas.
5) Apskaičiuokite lygiagretainio E vieną bukąjį kampą. Neskaičiavę pasakykite, kam lygus jo kitas bukasis kampas.
6) Iš figūrų A, E ir G sudėkite lygiagretainį, kurio vienas kampas būtų status. Kaip vadinamas šis lygiagretainis?
7) Iš figūrų B ir D sudėkite rombą, kurio vienas kampas būtų status. Kaip vadinamas šis rombas?
8) Iš figūrų A, F ir G sudėkite trapeciją. Kaip vadinama ši trapecija?
9) Išmatuokite tos trapecijos kraštinių ilgius ir apskaičiuokite perimetrą.
10) Nematavę nustatykite, koks tos trapecijos smailiojo kampo dydis.
11) Apskaičiuokite tos trapecijos bukojo kampo dydį.
12) Iš visų figūrų sudėkite kvadratą, kaip parodyta viršuje. Kiek trapecijų galima įžiūrėti tame kvadrate? Kaip jos vadinamos?
13) Iš visų figūrų sudėkite lygiagretainį (ne stačiakampį); trapeciją.

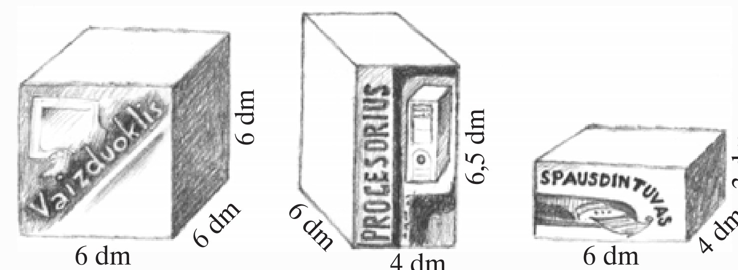


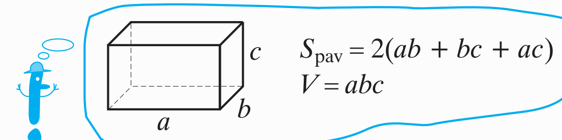
KARTOJAME

332. Žemės sklypas yra trapecijos formos. Ūkininkas Teodoras šį sklypą apsėjo rugiais, kviečiais ir avižomis taip, kaip parodyta piešinyje.



1) Kokį plotą užima:
   a) kviečiai? b) rugiai? c) avižos?
   Atsakymą parašykite kvadratiniais metrais; arais; hektarais.
2) Kiek iš viso tonų kviečių prikūlė Teodoras, jei iš vieno hektaro jis prikūlė 4,5 t kviečių?
3) Teodoras iš viso prikūlė 38 t rugių ir 14 t avižų. Kiek tonų rugių ir kiek tonų avižų jis prikūlė iš vieno hektaro?
4) $\frac{2}{3}$ prikultų kviečių ūkininkas pardavė po 290 Lt už toną. Kiek litų jis gavo pardavęs kviečius?
5) 15% gautų pinigų Teodoras išleido pirkdamas kompiuterį. Kiek litų kainavo kompiuteris?
6) Kompiuterio procesorius, vaizduoklis ir spausdintuvas buvo supakuoti į stačiakampio gretasienio formos dėžes. Apskaičiuokite kiekvienos dėžės paviršiaus plotą ir tūrį.

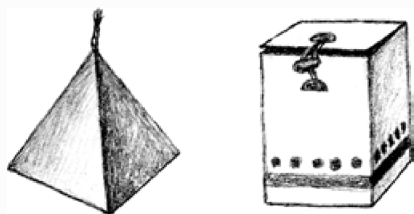






Žvakės

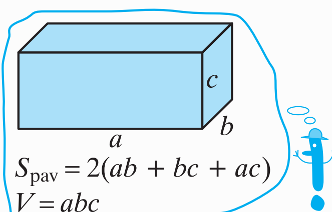
Klemensas nusipirko žvakę, kuri buvo supakuota dėžutėje.



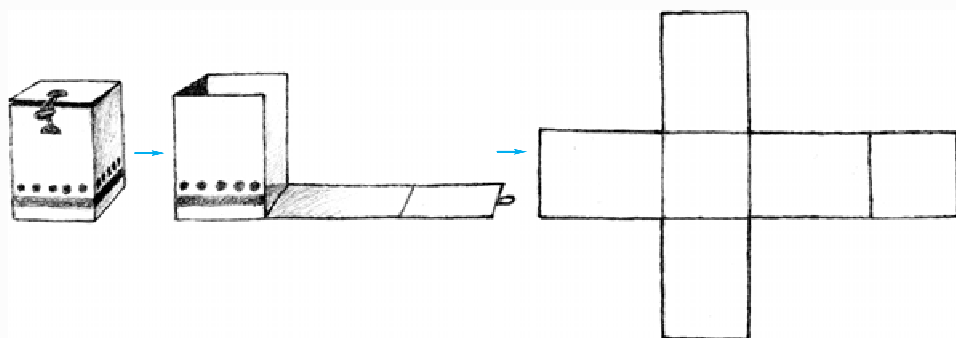
Užduotis.

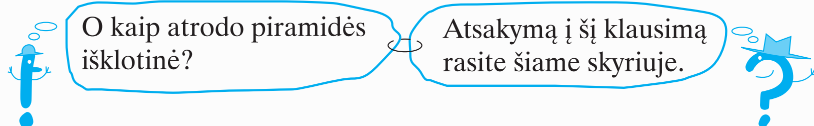
1) Kokį erdvinį kūną primena žvakė ir kokį — dėžutė?

2) Dėžutės ilgis yra 5 cm, plotis — 5 cm, o aukštis — 12 cm. Apskaičiuokite dėžutės:
a) viso paviršiaus plotą; b) tūrį.



Klemensas dėžutę išskleidė ir gavo jos išklotinę.

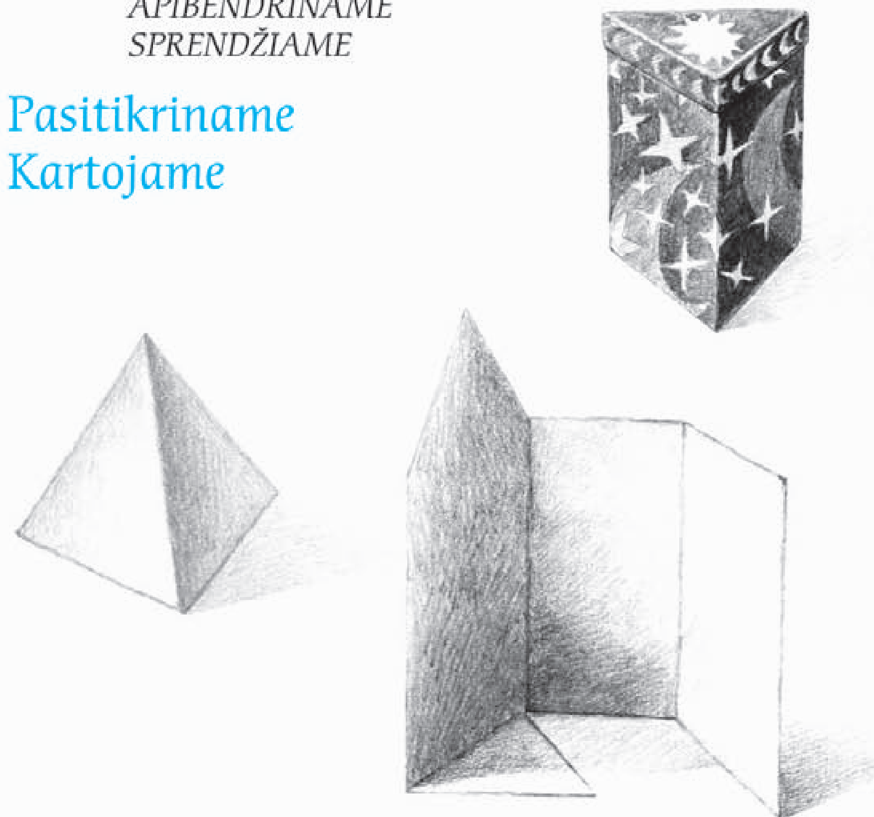




***Šiame skyriuje*:**

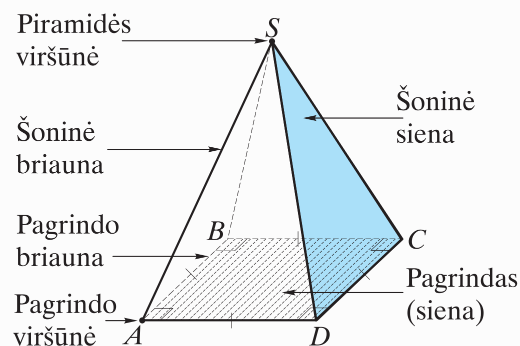
- susipažinsite su taisyklingosiomis piramidėmis bei jų išklotinėmis;
- išmoksite apskaičiuoti stačiosios prizmės (nebūtinai stačiakampio gretasienio) viso paviršiaus plotą ir tūrį.

10 ERDVINIAI KŪNAI



TAISYKLINGOJI PIRAMIDĖ

Brėžinyje pavaizduotas erdvinis kūnas, kurio viena siena yra kvadratas, o kitos sienos — lygūs lygiašoniai trikampiai, turintys bendrą viršūnę. Toks kūnas vadinamas *taisyklingąja piramide*.



Taisyklingosios piramidės pagrindas yra taisyklingasis daugiakampis.

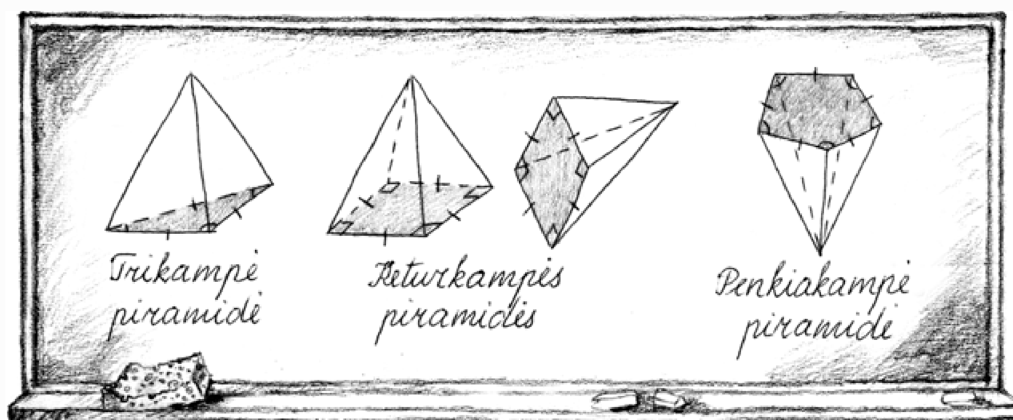
Taisyklingosios piramidės šoninės sienos – lygūs lygiašoniai trikampiai, turintys bendrą viršūnę.

Piramidės viršūnės raidė rašoma pirmąja.
Rašome: piramidė $SABCD$

1 užduotis.

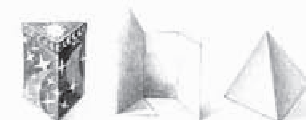
1) Išvardykite pavaizduotos taisyklingosios piramidės $SABCD$:
   a) viršūnes; b) briaunas; c) sienas.
2) Išvardykite piramidės:
   a) pagrindų briaunas; b) šonines briaunas;
   c) pagrindą; d) šonines sienas.

Taisyklingosios piramidės pagrindas gali būti bet koks *taisyklingasis* daugiakampis — nuo jo priklauso piramidės pavadinimas.

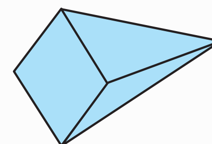
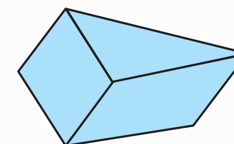
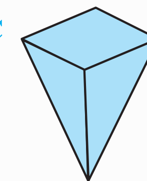


2 užduotis.

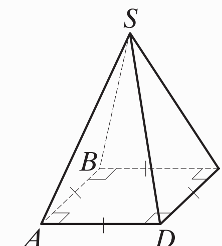
1) Koks taisyklingasis daugiakampis yra piramidės pagrindas, jei piramidė yra:
   a) trikampė? b) keturkampė? c) šešiakampė? d) aštuonkampė?
2) Kiekvienu atveju pasakykite, kiek šoninių sienų turi piramidė.



333. Iš pavaizduotų erdvinių kūnų tik vienas *nėra* taisyklingoji piramidė. Kuris?

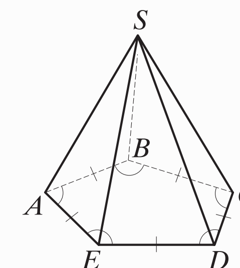
A

B

C


334. Pavaizduota taisyklingoji piramidė $SABCD$.



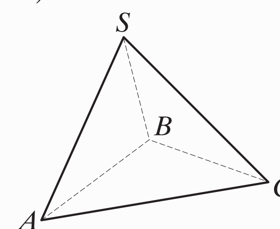
1) Koks taisyklingasis daugiakampis yra jos pagrindas? Kokia tai piramidė?
2) Išvardykite piramidės:
   a) šonines briaunas; b) pagrindo briaunas.
3) Išvardykite briaunas, lygias briaunai:
   a) AB; b) SA.

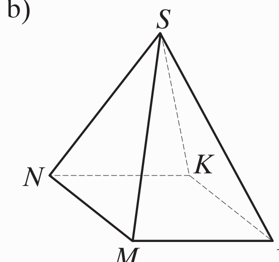
335. 1) Kokia taisyklingoji piramidė pavaizduota?

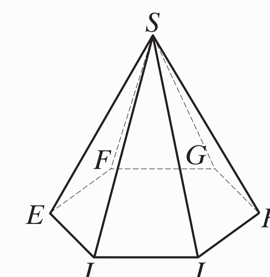


2) Kiek ji turi šoninių sienų?
3) Išvardykite sienas, turinčias briauną:
   a) SB; b) AE.
4) Išvardykite sienas, kurioms priklauso:
   a) piramidės viršūnė S; b) viršūnė B.

336. Pavaizduota taisyklingoji piramidė.

a)


b)


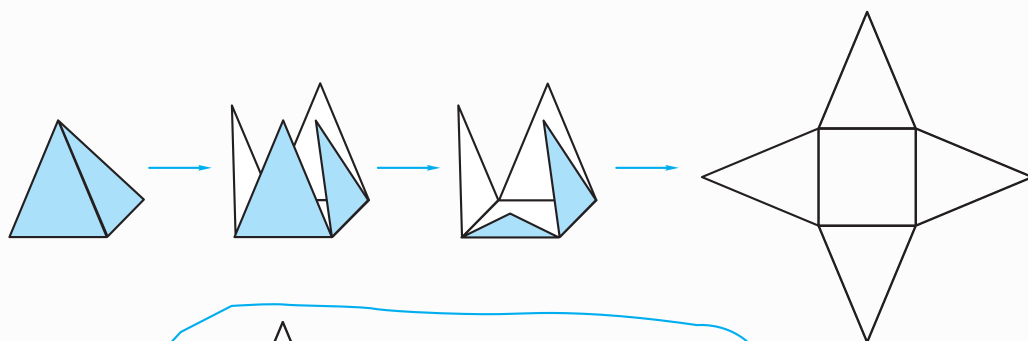
c)


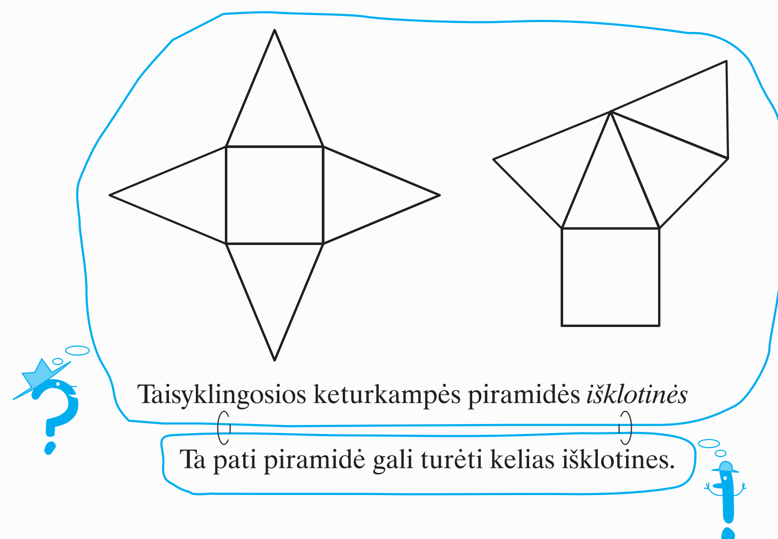
1) Koks taisyklingasis daugiakampis yra jos pagrindas? Kokia tai taisyklingoji piramidė?
2) Kiek ji turi pagrindo briaunų? Išvardykite jas.
3) Kiek ji turi šoninių briaunų? Išvardykite jas.
4) Kiek ji turi šoninių sienų? Išvardykite jas.

337. Rimas pagamino taisyklingąją piramidę. Vieną šoninę sieną jis nuspalvino žaliai, dvi — raudonai, tris — geltonai ir keturias — mėlynai. Piramidės visos šoninės sienos buvo nuspalvintos. Kokią piramidę pagamino Rimas?

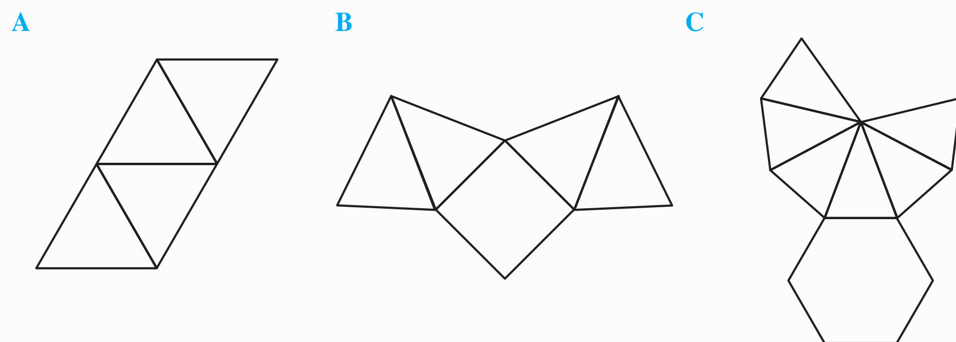
TAISYKLINGOSIOS PIRAMIDĖS IŠKLOTINĖ

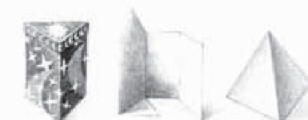
Dėžutė yra taisyklingosios keturkampės piramidės formos. Ugnė šią dėžutę išskleidė ir gavo piramidės *išklotinę*.



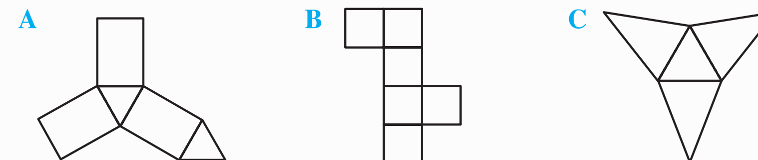


Užduotis. Paveikslėlyje pavaizduotos trijų taisyklingųjų piramidžių išklotinės. Kokios tai piramidės?



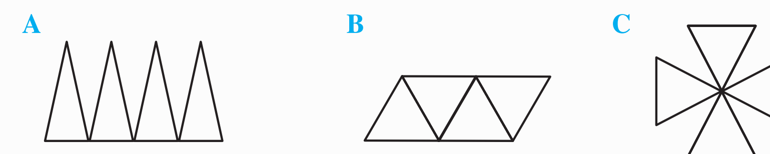


338. 1) Iš pavaizduotų išklotinių tik viena *yra* taisyklingosios piramidės. Kuri?



2) Kokiós taisyklingósios piramidės yra ta išklotinė?

339. Tarp pavaizduotų figūrų tik viena *yra* taisyklingosios piramidės išklotinė. Kuri?

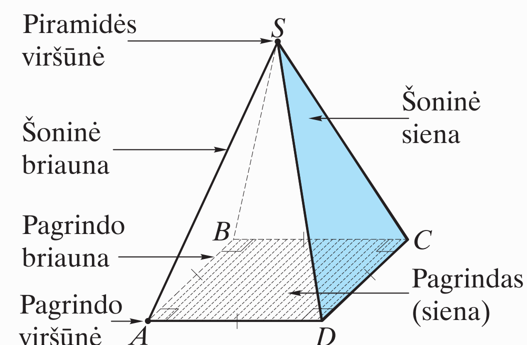


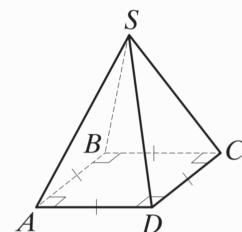
340. Pasakykite kiekvieno pavaizduoto erdvinio kūno **A**, **B**, **C** ir **D** pavadinimą bei nustatykite jo išklotinę — **1**, **2**, **3** ar **4**.

Erdvinis kūnas	*Išklotinė*
A	**1**
B	**2**
C	**3**
D	**4**

APIBENDRINAME

Erdvinis kūnas, kurio viena siena, vadinama pagrindu, yra bet koks taisyklingasis daugiakampis, o kitos sienos — lygūs lygiašoniai trikampiai, turintys bendrą viršūnę, vadinamas *taisyklingąja piramide.*





$SABCD$ — taisyklingoji keturkampė piramidė

Pagrindo viršūnės: A, B, C, D
Piramidės viršūnė: S
} — viršūnės

Pagrindo briaunos: AB, BC, CD, DA
Šoninės briaunos: SA, SB, SC, SD
} — briaunos

Taisyklingosios piramidės šoninės briaunos yra lygios.

$SA = SB = SC = SD$

Taisyklingosios piramidės pagrindo briaunos yra lygios.

$AB = BC = CD = DA$

Piramidės pagrindu gali būti bet koks taisyklingasis daugiakampis. Jei jos pagrindas yra lygiakraštis trìkampis, tai piramidė yra trikam̃pė; jei kvadrãtas — keturkam̃pė; jei taisyklingasis penkiãkampis — penkiakam̃pė ir t. t.

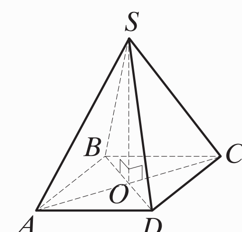
Pagrindas: $ABCD$
Šoninės sienos: SAB, SBC, SCD, SDA
} — sienos

$ABCD$ — kvadratas

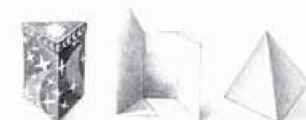
Taisyklingosios piramidės visos šoninės sienos yra lygūs lygiašoniai trikampiai, turintys bendrą viršūnę. Ta viršūnė vadinama *piramidės viršū́ne*.

$\triangle SAB = \triangle SBC = \triangle SCD =$
$= \triangle SDA$

Atkarpa, jungianti piramidės viršūnę su pagrindo centru, vadinama piramidės *aukštìnė*.

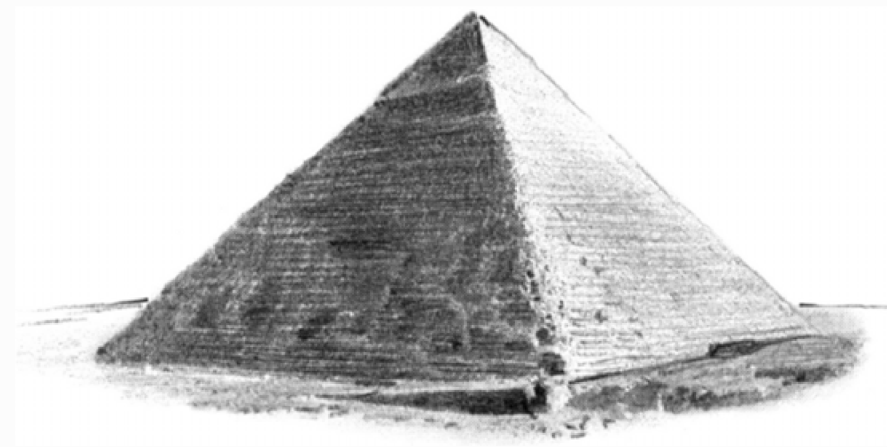


SO — piramidės aukštinė



Cheopso piramidė

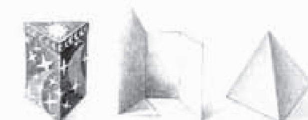
Egipto piramidės — vienintelės iš septynių pasaulio stebuklų, išlikusių iki mūsų dienų. Pačios aukščiausios išlikusios piramidės (Cheopso) aukštis yra 146,6 metro.



Cheopso piramidė

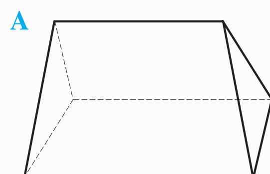
Cheopso piramidė yra taisyklingoji keturkampė.

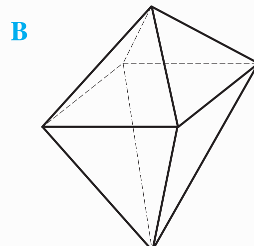
1) Kiek Cheopso piramidė turi:
   a) viršūnių? b) briaunų? c) sienų?
2) Kokia geometrinė figūra yra jos pagrindas?
3) Cheopso piramidės pagrindo briaunos ilgis yra 233 m. Apskaičiuokite piramidės pagrindo:
   a) perimetrą; b) plotą.
4) Cheopso piramidės šoninės sienos yra lygiakraščiai trikampiai. Apskaičiuokite piramidės:
   a) vienos šoninės sienos perimetrą; b) visų briaunų ilgių sumą.
5) Cheopso piramidės vienos šoninės sienos plotas maždaug lygus 23507,8 m^2. Apskaičiuokite piramidės:
   a) visų šoninių sienų bendrą plotą;
   b) viso paviršiaus plotą, t. y. šoninių sienų ir pagrindo bendrą plotą.
6) Pavaizduokite išklotinę taisyklingosios keturkampės piramidės, kurios visos šoninės sienos yra lygiakraščiai trikampiai.

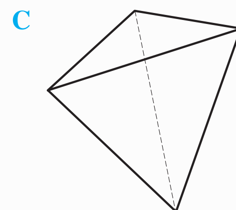


SPRENDŽIAME

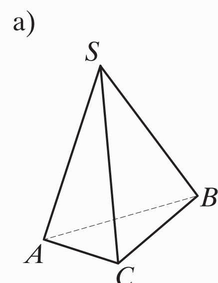
341. Iš pavaizduotų briaunainių tik vienas *yra* taisyklingoji piramidė. Kuris?

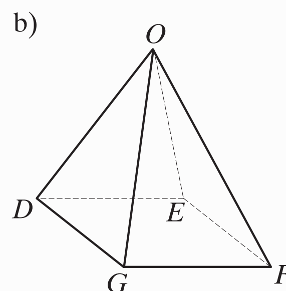
A 

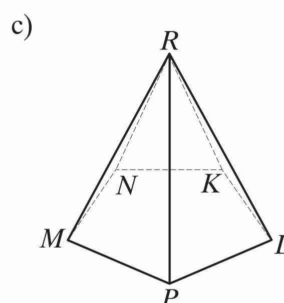
B 

C 

342. Pavaizduota taisyklingoji piramidė, kurios šoninė briauna yra dvigubai ilgesnė už pagrindo briauną.

a) 

b) 

c) 

1) Išvardykite piramidės lygias briaunas.
2) Išvardykite piramidės lygias sienas.
3) Apskaičiuokite piramidės pagrindo perimetrą, jei pagrindo briaunos ilgis yra 15 cm.
4) Apskaičiuokite piramidės visų šoninių briaunų ilgių sumą.

343. Kiek briaunų turi taisyklingoji piramidė, jei ji yra:
a) trikampė? b) keturkampė? c) dešimtkampė? d) n-kampė?

344. Kiek iš viso viršūnių turi taisyklingoji piramidė, jei ji yra:
a) trikampė? b) keturkampė? c) dešimtkampė? d) n-kampė?

345. Taisyklingosios piramidės visų sienų skaičius lygus:
a) 4; b) 6; c) 9; d) $n + 1$.
1) Kokia tai piramidė?
2) Kiek ji turi viršūnių?
3) Kiek ji turi briaunų?

346. 1) Ar gali taisyklingoji piramidė turėti:
a) 5 briaunas? b) 8 briaunas? c) 10 briaunų?
2) Jei taip, tai kokia tai piramidė?

347. Kokia taisyklingoji piramidė turi:
a) 8 viršūnes? b) 8 briaunas? c) 8 sienas?

348. Viena taisyklingosios piramidės siena — aštuonkampis.
1) Kokia tai piramidė?
2) Kiek ji turi:
a) viršūnių? b) briaunų? c) sienų?

349. Piramidės pagrindas yra taisyklingasis n-kampis.
1) Užrašykite raidiniu reiškiniu, kiek ši piramidė turi:
a) viršūnių; b) briaunų; c) sienų.
2) Apskaičiuokite, kiek ši piramidė turi viršūnių, kiek briaunų ir kiek sienų, kai:
a) $n = 6$; b) $n = 10$; c) $n = 15$; d) $n = 120$.

350. Taisyklingosios keturkampės piramidės pagrindo briaunos ilgis yra 4,5 cm, o šoninės sienos yra lygūs lygiakraščiai trikampiai. Apskaičiuokite šios piramidės:
a) visų briaunų ilgių sumą; b) pagrindo plotą.

351. Jokūbas iš vielos išlankstė taisyklingąją keturkampę piramidę, kurios visos briaunos yra lygios. Kiek vielos sunaudojo Jokūbas šiai piramidei pagaminti, jei vienos briaunos ilgis yra 15 cm?

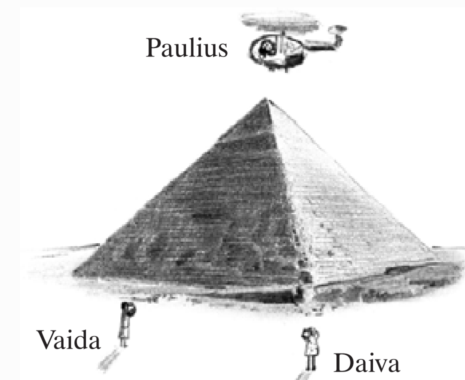
352. Pavaizduokite išklotinę:
a) taisyklingosios trikampės piramidės, kurios visos briaunos yra lygios;
b) taisyklingosios keturkampės piramidės, kurios šoninė briauna yra dvigubai ilgesnė už pagrindo briauną.

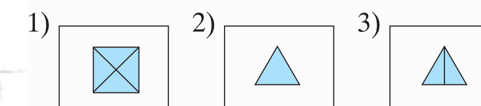


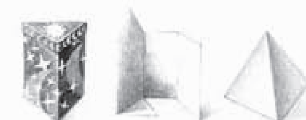
353. Violeta rankose laiko du briaunainius: prizmę ir piramidę. Kairėje rankoje yra briaunainis, turintis 13 viršūnių, o dešinėje — briaunainis, turintis 15 briaunų. Kurioje Violetos rankoje yra piramidė ir kurioje — prizmė?



354. Vaida, Daiva ir Paulius fotografavo Cheopso piramidę. Kurį vaizdą — 1, 2 ar 3 — gavo Vaida, kurį — Daiva ir kurį — Paulius?

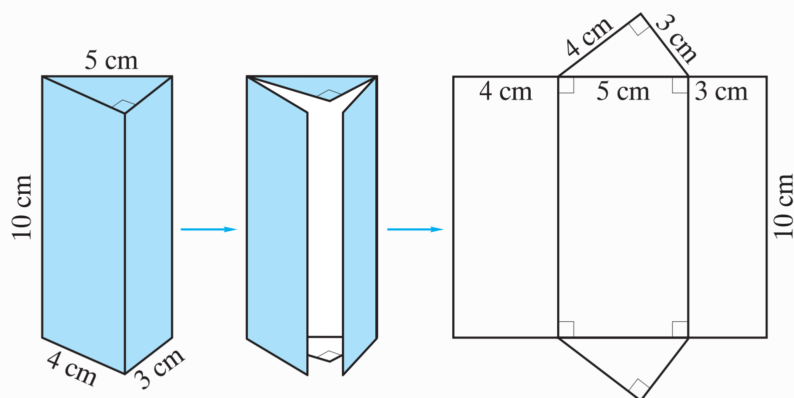






79 STAČIOSIOS PRIZMĖS PAVIRŠIAUS PLOTAS

Dėžutė yra stačiosios trikampės prizmės formos. Dėžutės pagrindas yra statusis trikampis. Vasarė šią dėžutę išskleidė ant stalo.



Užduotis.

1) Kokia figūra yra stačiosios prizmės kiekviena šoninė siena?
2) Apskaičiuokite dėžutės kiekvienos šoninės sienos plotą.
3) Apskaičiuokite dėžutės visų šoninių sienų plotų sumą.

Prizmės šoninių sienų plotų suma yra jos *šoninio paviršiaus plótas*.

b, a, b, c, a, H

$S_{šon} = a \cdot H + b \cdot H + c \cdot H =$
$= (a + b + c) \cdot H$

4) Kokia figūra yra dėžutės pagrindas?
5) Apskaičiuokite dėžutės vieno pagrindo plotą.

Stačiojo trikampio plotas lygus jo statinių ilgių sandaugos pusei.

b, a

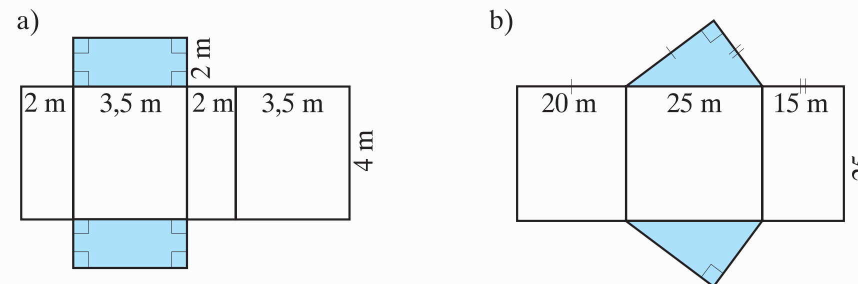
$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$

6) Apskaičiuokite dėžutės abiejų pagrindų plotų sumą.
7) Apskaičiuokite dėžutės viso paviršiaus plotą.

Prizmės *viso paviršiaus plótas* lygus jos šoninio paviršiaus ir pagrindų plotų sumai.

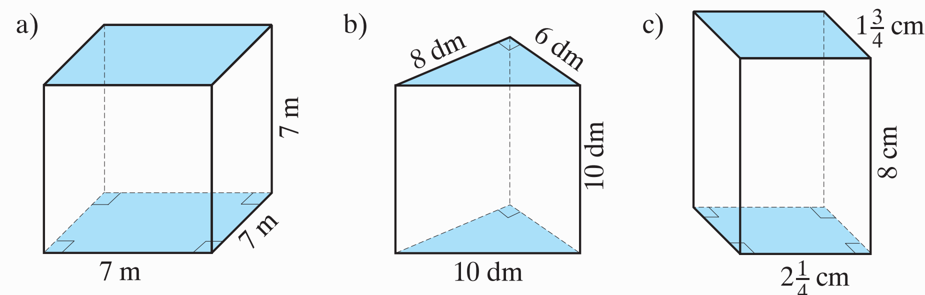
$S_{pav} = S_{šon} + S_{pagr} + S_{pagr} =$
$= S_{šon} + 2 \cdot S_{pagr}$

355. Pavaizduota stačiosios prizmės išklotinė (prizmės pagrindai nuspalvinti).

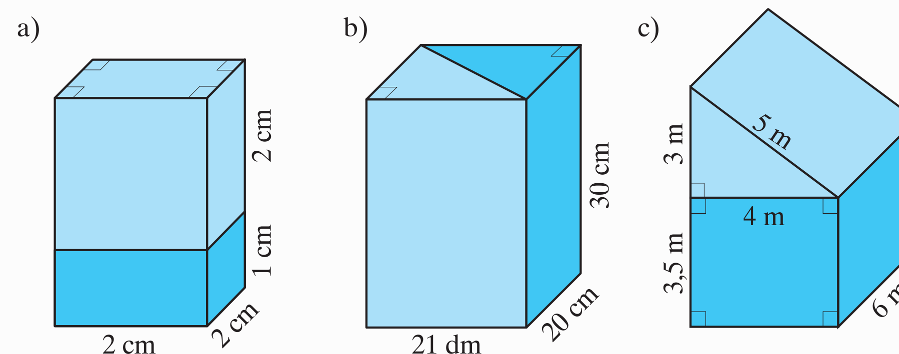


Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite prizmės:
1) šoninio paviršiaus plotą;
2) pagrindų plotų sumą;
3) viso paviršiaus plotą.

356. Apskaičiuokite pavaizduotos stačiosios prizmės (pagrindai nuspalvinti):
1) šoninio paviršiaus plotą;
2) pagrindų plotų sumą;
3) viso paviršiaus plotą.

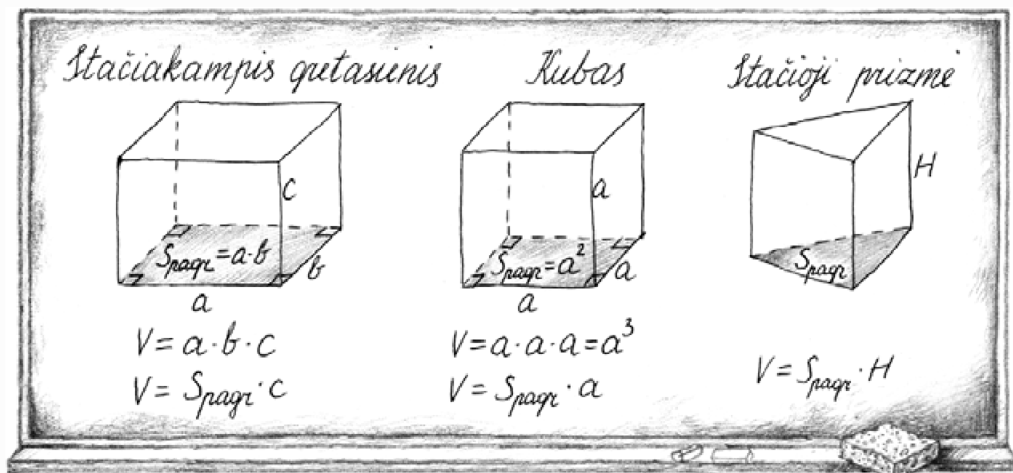


357. Dvi stačiosios prizmės formos kaladėlės sudėtos taip, kaip parodyta brėžinyje. Apskaičiuokite gautojo erdvinio kūno viso paviršiaus plotą.

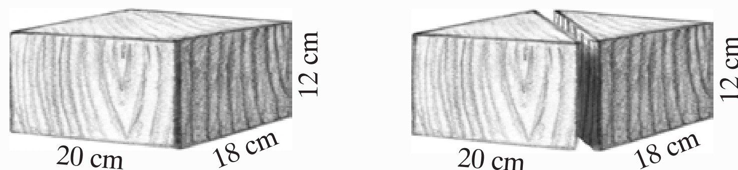


STAČIOSIOS PRIZMĖS TŪRIS

80

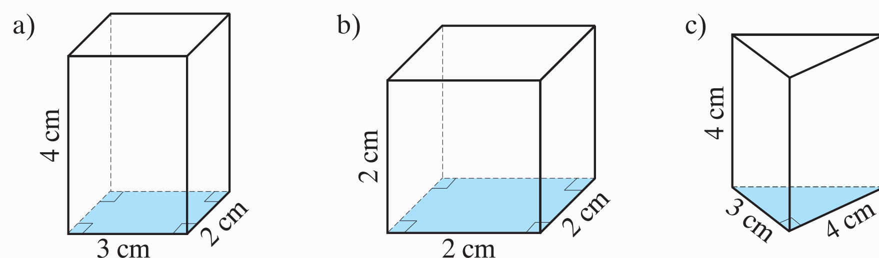


1 užduotis. Medinė kaladėlė yra stačiakampio gretasienio formos. Rapolas šią kaladėlę perskėlė į dvi lygias trikampės stačiosios prizmės formos dalis.



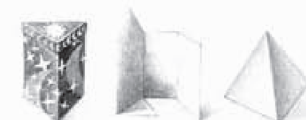
Apskaičiuokite pradinės kaladėlės ir dalių, gautų ją perskėlus, tūrius.

2 užduotis. Apskaičiuokite pavaizduotos stačiosios prizmės:
1) nuspalvinto pagrindo plotą; 2) tūrį.

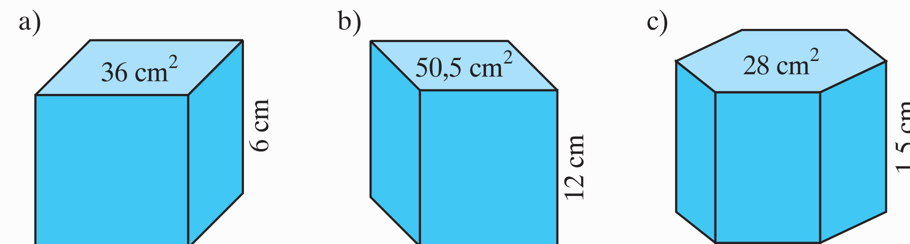


Stačiosios prizmės *tūris* lygus pagrindo ploto ir šoninės briaunos (prizmės aukštinės) ilgio sandaugai.

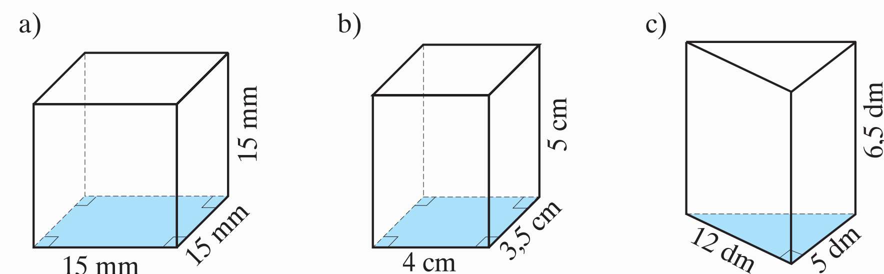
$V = S_{pagr} \cdot H$



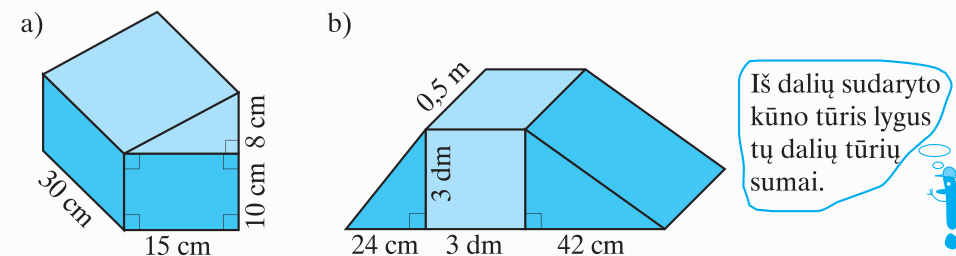
358. Dėžutė yra stačiosios prizmės formos. Apskaičiuokite dėžutės tūrį, kai žinomas dėžutės pagrindo plotas ir dėžutės aukštis.



359. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite stačiosios prizmės:
1) nuspalvinto pagrindo plotą; 2) tūrį.

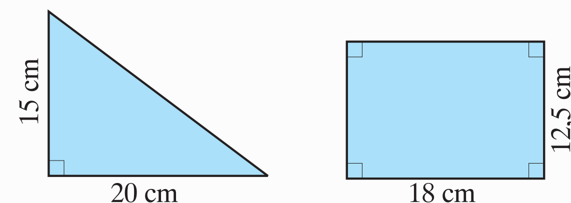


360. Apskaičiuokite tūrį erdvinio kūno, sudaryto iš stačiosios prizmės formos kaladėlių.



Iš dalių sudaryto kūno tūris lygus tų dalių tūrių sumai.

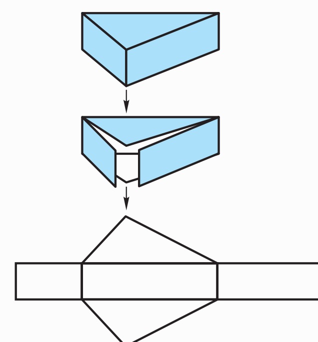
361. Vincentas į trikampės stačiosios prizmės formos ir į keturkampės stačiosios prizmės formos indus įpylė po 4,5 ℓ vandens. Paveikslėlyje pavaizduoti tų indų pagrindai. Nustatykite, kuriame inde vandens aukštis buvo didesnis.



1 ℓ = 1 dm^3
1 dm^3 = 1000 cm^3

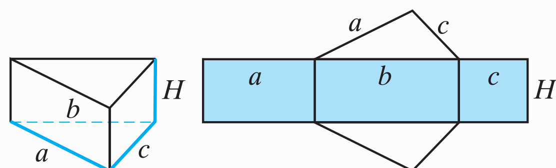
APIBENDRINAME

Išskleidę stačiõsios prizmės formos kartoninę dėžutę, turėsime stačiosios prizmės *išklotinę*.

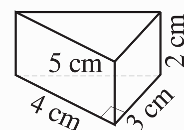


Stačiosios prizmės išklotinė

Stačiosios prizmės *šóninio paviršiaus plótas* lygus pagrindo perimetro ir prizmės aukštinės (šoninės briaunos) ilgio sandaugai.

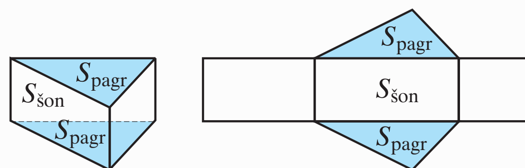


$S_{šon} = (a + b + c) \cdot H$

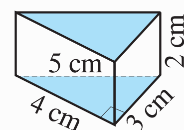


$S_{šon} = (3 + 4 + 5) \cdot 2 = 24\ (cm^2)$

Stačiosios prizmės *vìso paviršiaus plótas* lygus šoninio paviršiaus ploto ir pagrindų plotų sumai.

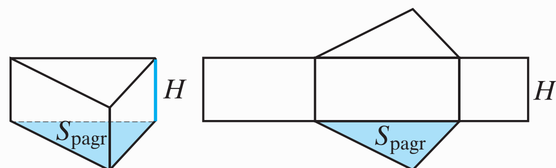


$S_{pav} = S_{šon} + S_{pagr} + S_{pagr} = S_{šon} + 2 \cdot S_{pagr}$

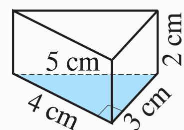


$S_{pav} = 24 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 36\ (cm^2)$

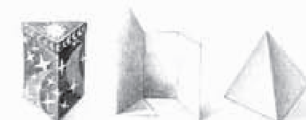
Stačiosios prizmės *tū̃ris* lygus pagrindo ploto ir prizmės aukštinės (šoninės briaunos) ilgio sandaugai.



$V = S_{pagr} \cdot H$

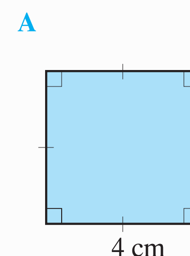


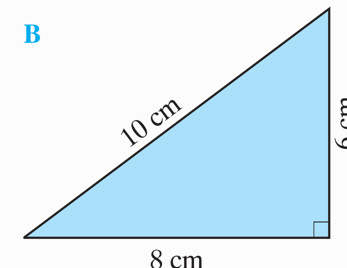
$V = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 12\ (cm^3)$

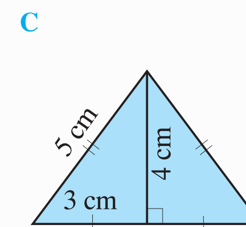


Stiklinės figūrėlės

Motiejus iš stiklo išliejo tris stačiosios prizmės formos figūrėles, kurių kiekvienos aukštis yra 5 cm. Brėžinyje pavaizduoti tų figūrėlių pagrindai.







1) Kiek kiekviena figūrėlė turi:
   a) viršūnių? b) briaunų? c) sienų?
2) Įsitikinkite, kad kiekvienai Motiejaus prizmei teisinga lygybė:

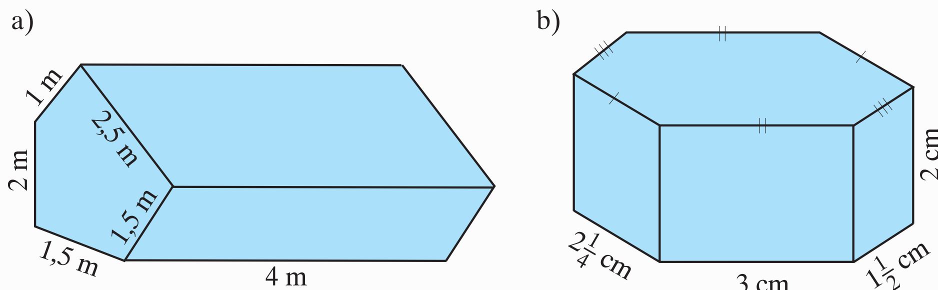
   $v + s - b = 2;$ čia v — prizmės viršūnių skaičius,
   s — sienų skaičius,
   b — briaunų skaičius.
3) Kurios iš išlietų figūrėlių visos šoninės sienos yra lygios? Kaip vadinamas tokios formos erdvinis kūnas?
4) Apskaičiuokite kiekvienos figūrėlės:
   a) pagrindo plotą;
   b) šoninio paviršiaus plotą;
   c) viso paviršiaus plotą.
5) Pagalvokite, kurios iš tų figūrėlių tūris yra didžiausias; mažiausias. Kodėl taip manote?
6) Apskaičiuokite kiekvienos figūrėlės tūrį.
7) Pagalvokite, kuri iš tų figūrėlių yra sunkiausia; lengviausia. Kodėl taip manote?
8) Apskaičiuokite kiekvienos figūrėlės masę, jei 1 cm^3 stiklo sveria 2,6 g.

Ieškodami kūno masės, to kūno tūrį (cm^3) dauginame iš tą kūną sudarančios medžiagos 1 cm^3 masės.

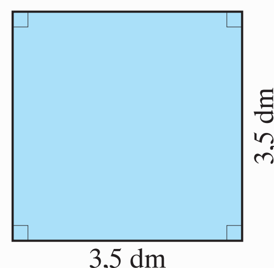


SPRENDŽIAME

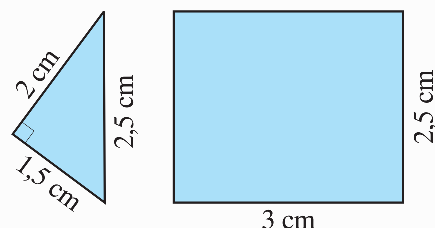
362. Apskaičiuokite pavaizduotos stačiosios prizmės šoninio paviršiaus plotą.



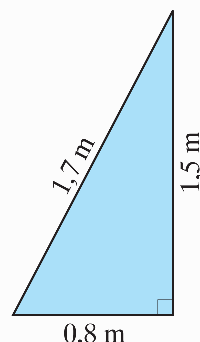
363. Stačiosios prizmės visos šoninės sienos yra kvadratai. Paveikslėlyje pavaizduotas šios prizmės pagrindas.
1) Kaip vadinasi ši stačioji prizmė?
2) Apskaičiuokite šios prizmės:
a) visų briaunų ilgių sumą;
b) viso paviršiaus plotą;
c) tūrį.

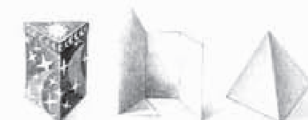


364. Dominykas iš popieriaus iškirpo stačiosios prizmės pagrindą ir vieną šoninę sieną (žr. pav.).
1) Nubraižykite kitas dvi prizmės šonines sienas.
2) Apskaičiuokite prizmės:
a) šoninio paviršiaus plotą;
b) pagrindo plotą;
c) viso paviršiaus plotą.
3) Apskaičiuokite prizmės tūrį.



365. Stačiosios prizmės aukštis yra 2 m. Paveikslėlyje pavaizduotas šios prizmės pagrindas. Apskaičiuokite prizmės:
a) šoninio paviršiaus plotą;
b) viso paviršiaus plotą;
c) tūrį.

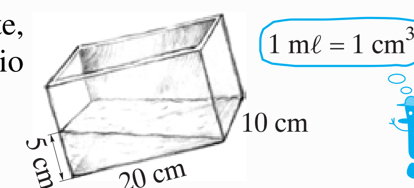




366. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite namo ir šalia jo esančio priestato tūrius.



367. Remdamiesi paveikslėliu, apskaičiuokite, kiek mililitrų vandens yra stačiakampio gretasienio formos inde.

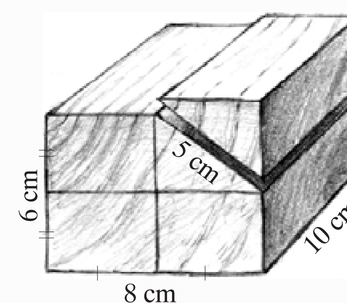


368. Vaza yra stačiosios prizmės formos. Jos pagrindas — statusis trikampis, kurio statinių ilgiai yra 12 cm ir 16 cm. Vazos aukštis yra 25 cm.
1) Kiek litrų vandens yra šioje vazoje, jeigu jis užima 80% vazos aukščio?
2) Kiek sveria vazoje esantis vanduo, jei 1 ℓ vandens sveria 1 kg?

369. Stačiakampio gretasienio formos vazono ilgis yra 0,5 m, plotis — 2 dm, o aukštis — 10 cm. Kiek kilogramų žemių reikia įpilti į šį vazoną, kad būtų pripildyta 85% vazono tūrio, jei 1 dm^3 žemių sveria 1,8 kg?



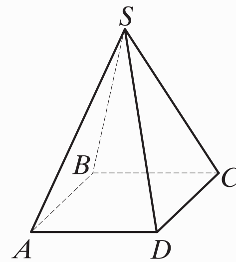
370. Nuo medinės stačiakampio gretasienio formos kaladėlės Jokūbas atskėlė stačiosios prizmės formos kaladėlę.



1) Kiek kvadratinių centimetrų sumažėjo kaladėlės paviršiaus plotas?
2) Kiek kubinių centimetrų sumažėjo jos tūris?

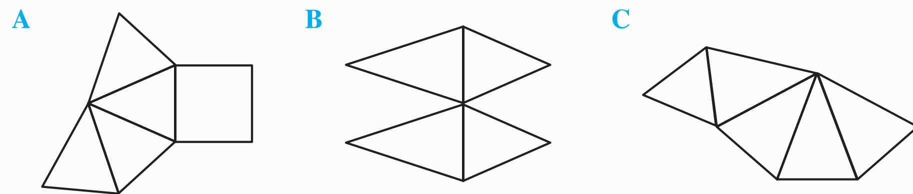
PASITIKRINAME

371. Paveikslėlyje pavaizduota taisyklingoji piramidė $SABCD$.
1) Kokia tai taisyklingoji piramidė?
2) Kiek ji turi viršūnių? Išvardykite jas.
3) Kiek ji turi briaunų? Išvardykite jas.
4) Kiek ji turi sienų? Išvardykite jas.

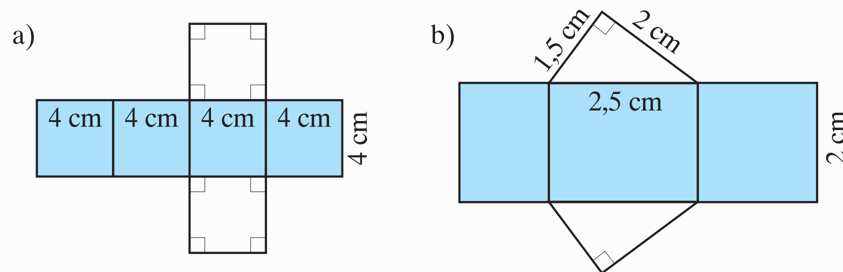


372. Kiek viršūnių, kiek briaunų ir kiek sienų turi taisyklingoji piramidė, jei ji yra: a) trikampė? b) penkiakampė? c) šešiakampė?

373. Tik viena iš pavaizduotų figūrų yra taisyklingosios piramidės išklotinė. Kuri?

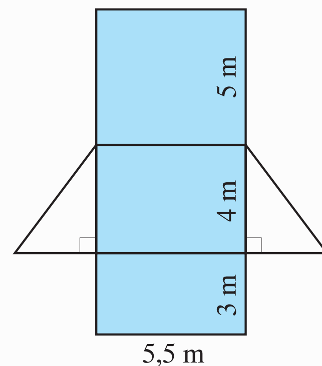


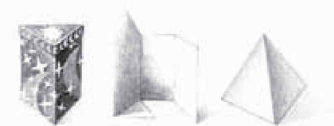
374. Pavaizduota stačiosios prizmės išklotinė (prizmės šoninės sienos nuspalvintos).



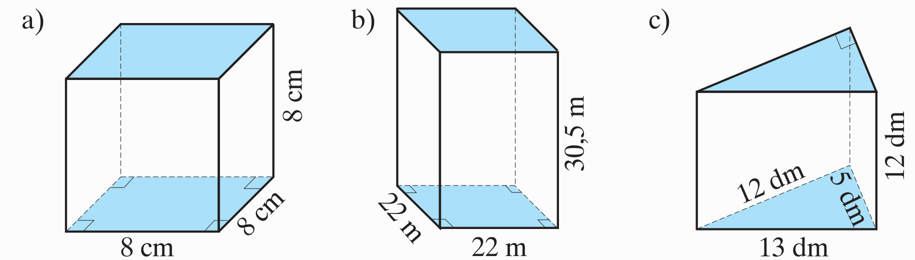
Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite prizmės šoninio paviršiaus plotą.

375. Remdamiesi stačiosios prizmės išklotine (prizmės šoninės sienos nuspalvintos), apskaičiuokite prizmės:
1) vieno pagrindo plotą;
2) pagrindų plotų sumą;
3) šoninio paviršiaus plotą;
4) viso paviršiaus plotą.

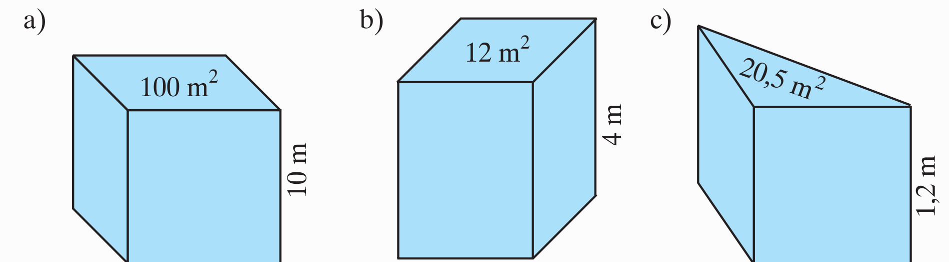




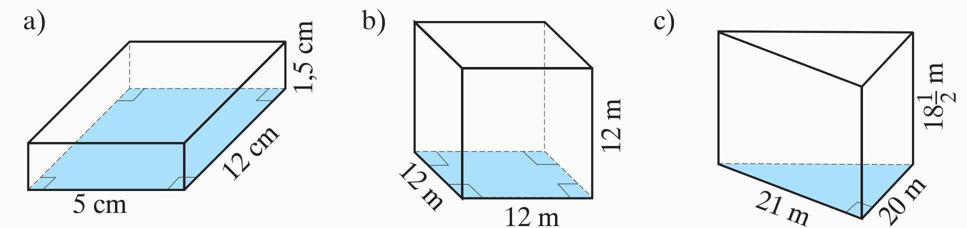
376. Apskaičiuokite pavaizduotos stačiosios prizmės (pagrindai nuspalvinti):
1) vieno pagrindo plotą; 2) pagrindų plotų sumą;
3) šoninio paviršiaus plotą; 4) viso paviršiaus plotą.



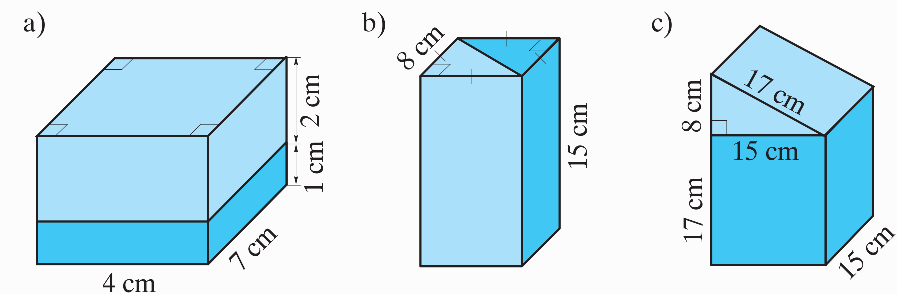
377. Statinys yra stačiosios prizmės formos. Apskaičiuokite statinio tūrį, kai žinomas jo aukštis ir pagrindo plotas.



378. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite pavaizduotos stačiosios prizmės:
1) nuspalvinto pagrindo plotą; 2) tūrį.

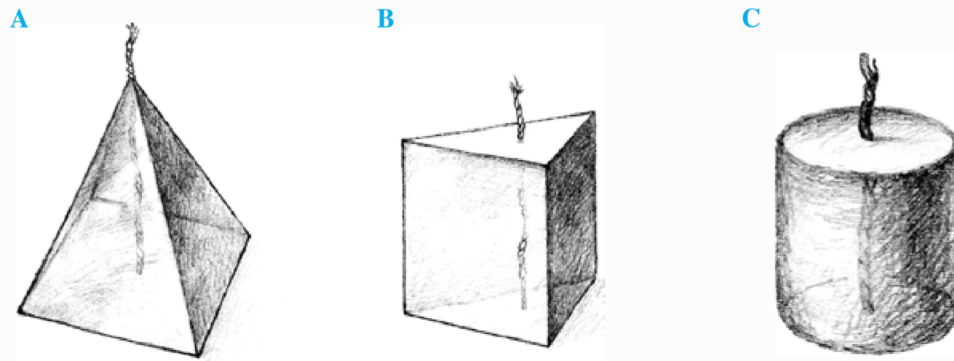


379. Apskaičiuokite iš stačiųjų prizmių sudaryto erdvinio kūno tūrį ir viso paviršiaus plotą.



Žvakės

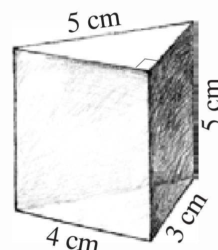
Klemensas nusipirko dar tris žvakes.



1 užduotis. Žvakė **A** yra taisyklingosios keturkampės piramidės formos.

1) Kokia figūra yra žvakės **A** pagrindas?
2) Kokios figūros yra žvakės **A** šoninės sienos? Ar tos sienos yra lygios?
3) Kiek žvakė **A** turi:
   a) viršūnių; b) briaunų; c) sienų.
4) Nubraižykite išklotinę taisyklingosios keturkampės piramidės, kurios pagrindo briaunos ilgis yra 2 cm, o šoninės briaunos ilgis yra 3 cm.

2 užduotis. Žvakė **B** yra stačiosios prizmės formos. Jos matmenys pateikti paveikslėlyje dešinėje.

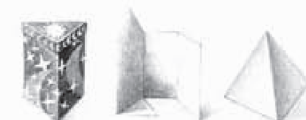


1) Apskaičiuokite žvakės:
   a) viso paviršiaus plotą; b) tūrį.
2) Nubraižykite tokių pačių matmenų stačiosios trikampės prizmės išklotinę.

3 užduotis. Kokį erdvinį kūną primena žvakė **C**?

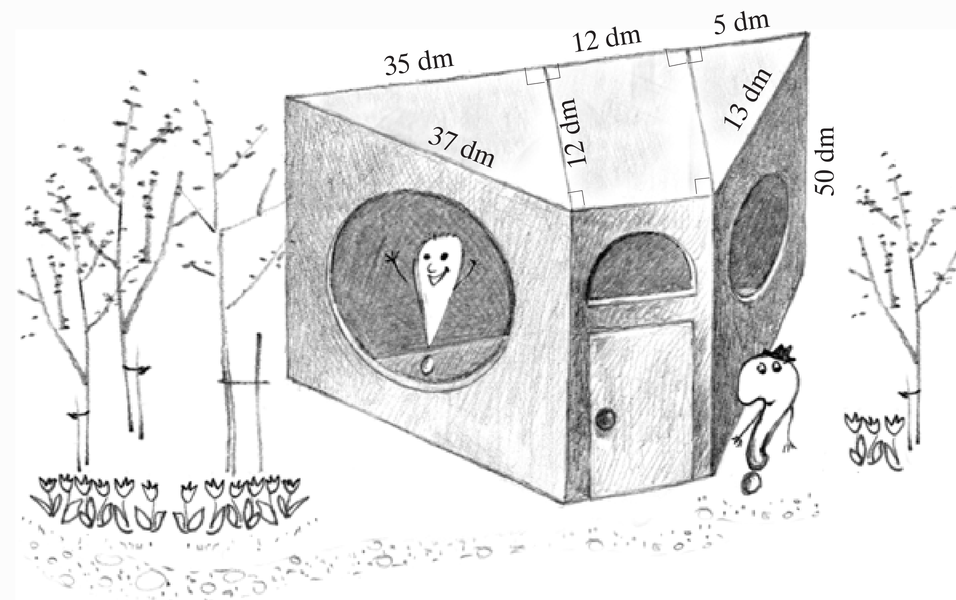
Kaip apskaičiuoti ritinio viso paviršiaus plotą ir tūrį?

Tai išmoksite aštuntoje klasėje.



KARTOJAME

380. Šalia modernaus namo Šauktukas su Klaustuku pasistatė dar modernesnę stačiosios prizmės formos pavėsinę.



1) Kokį žemės plotą užima pavėsinė?
   Atsakymą užrašykite:
   a) kvadratiniais decimetrais; b) kvadratiniais centimetrais;
   c) kvadratiniais metrais; d) arais.

$1 \text{ a} = 100 \text{ m}^2$

2) Apskaičiuokite visų pavėsinės šoninių sienų plotų sumą.

Vienoje pavėsinės šoninėje sienoje yra durys, virš kurių yra pusskritulio formos langas.

3) Apskaičiuokite durų plotą, jei jų matmenys yra 0,8 m × 2,5 m.
4) Apskaičiuokite lango plotą, jei jo plotas sudaro 12,56% durų ploto.

Priešais duris esanti pavėsinės siena yra stiklinė.

5) Apskaičiuokite, kiek kvadratinių decimetrų stiklo buvo sunaudota šiai sienai įrengti, jei stiklo atraižos sudarė 2% šios sienos ploto.

Šalia durų esančiose sienose yra po apskritą langą. Didesniosios sienos lango plotas yra 706,5 dm^2, o mažesniosios — 78,5 dm^2. Tris pavėsinės sienas ir stogą draugai nudažė.

6) Kiek kilogramų dažų jie sunaudojo, jei 1 kvadratiniam metrui nudažyti reikėjo 0,2 kilogramo dažų?
7) Koks pavėsinės tūris (dm^3)?

6. PROCENTAI

69.

Dydžio dalis, išreikšta:									
	procentais	1%	32%	70%	103%	125%	2,5%	30,5%	52,1%
	dešimtaine trupmena	0,01	0,32	0,7	1,03	1,25	0,025	0,305	0,521
	paprastąja trupmena	$\frac{1}{100}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{103}{100}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{40}$	$\frac{61}{200}$	$\frac{521}{1000}$

70. Pirmąją dieną turistai nukeliavo 61,6 km, antrąją — 85,8 km, trečiąją — 72,6 km.

71. Aukštaitijos nacionalinio parko plotas yra 41 310 ha,
Dzūkijos nacionalinio parko — 56 610 ha,
Kuršių nerijos nacionalinio parko — 26 010 ha,
Trakų istorinio parko — 7650 ha,
Žemaitijos nacionalinio parko — 21 420 ha.

72. 175 cm.

73. 1) 23%;
2) 200;
3) už briedį balsavo 78, už driežą — 54, už lapę — 22 gyvūnai.

74. a) $\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$; b) 0,4; c) 40%.

75. 16%.

76. 25%.

77. a) $\frac{7}{84} = \frac{1}{12}$; b) $\frac{7}{77} = \frac{1}{11}$; c) $\frac{77}{7} = 11$; d) $\frac{77}{84} = \frac{11}{12}$.

78. a), c), e), f) — teisinga; b), d) — neteisinga.

79. a) 3; b) 2; c) 2; d) 12; e) 5; f) 35.

80. 1 kg.

81. 177 Lt.

82. 1) 20 kg;
2) a) 20%; b) 10%; c) 17,5%; d) 52,5%.

7. KAMPAI IR TIESĖS

146. b) Statusis kampas lygus 90°, o ištiestinis — 180°.

149. $\angle 1 = 22°$.

150. a) 90°, 90°; b) 120°, 60°; c) 75°, 105°; d) 120°, 60°.

151. 90°.

152. $\angle 1 = 139°$, $\angle 2 = \angle 4 = 41°$.

153. a) 60°, 120°, 60°, 120°;
b) 60°, 120°, 60°, 120°;
c) 68°, 112°, 68°, 112°.

155. 131°.

156. a) $\angle 1 = 50°$, $\angle 2 = 130°$, $\angle 3 = 50°$;
b) $\angle 1 = 123°$, $\angle 2 = 57°$, $\angle 3 = 123°$;
c) $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = 90°$.

157. a) 99°; b) 71°; c) 32°.

158. a) $m \nparallel n$; b) $m \parallel n$; c) $m \parallel n$.

8. TRIKAMPIAI

234. a) 20 cm; b) 12 dm; c) 49 m.

235. 17 cm.

236. 34,2 dm.

237. a) $\angle M = 97°$; b) $\angle M = 90°$.

238. a) $\angle B = 40°$; b) $\angle A = 65°$.

239. 20° ir 70°.

240. 13 cm.

241. $\angle A = 54°$, $\angle B = 70°$, $\angle C = 56°$.

242. $\angle MNK = 24°$, $\angle NKM = 128°$.

244. a) Taip; b) ne; c) ne.

245. a) $BC = 3{,}5$ cm, $EF = 3$ cm, $\angle B = 40°$, $\angle C = 60°$, $\angle D = 60°$, $\angle E = 80°$;
b) $AC = 8$ m, $ED = 10$ m, $\angle A = 37°$, $\angle B = 53°$, $\angle E = 53°$.

246. 1) $\triangle ABD = \triangle CBD$, nes $AB = BC$, BD — bendra, $\angle 1 = \angle 2$ (trikampių lygumo požymis pagal dvi kraštines ir kampą tarp jų);
2) $AD = 2$ cm;
3) $\angle A = 100°$.

247. 1) $\triangle MLK = \triangle MNR$, nes $LK = NR$, $\angle L = \angle N$, $\angle K = \angle R$ (trikampių lygumo požymis pagal kraštinę ir du kampus prie jos);
2) $MN = 20$ dm;
3) $\angle RMN = 37°$.

248. 1) $\triangle ABC = \triangle CDA$, nes $AB = DC$, $BC = AD$, AC — bendra (trikampių lygumo požymis pagal tris kraštines);
2) $AC = 35$ m;
3) $\angle B = 120°$.

9. TRAPECIJOS IR LYGIAGRETAINIAI

322. 1) **A**, **C**, **D**, **E**; 2) **C**.

323. 1) **B**, **C**, **D**, **E**, **F**;
2) a) **C**, **D**; b) **D**, **F**; c) **D**.

324. a) 13 cm; b) 109,5 cm; c) 138,8 cm; d) 86 dm; e) 14,6 dm; f) 17 dm; g) 56,8 m; h) 26 m; i) 33 m.

325. a) 120°; b) 62°; c) 115°.

326. a) $\angle A = 80°$, $\angle C = 132°$;
b) $\angle E = 55°$, $\angle F = \angle G = 125°$;
c) $\angle N = 90°$, $\angle L = 118°$.

327. a) 45°, 135°, 135°, 45°;
b) 70°, 110°, 110°, 70°.

328. a) $\angle B = \angle D = 110°$, $\angle C = 70°$;
b) $\angle E = \angle F = \angle H = 90°$;
c) $\angle K = \angle M = 45°$, $\angle N = 135°$.

329. a) 12 cm, 24 cm, 12 cm, 24 cm;
b) 22 dm, 10 dm, 22 dm, 10 dm.

330. a) 18 dm; b) 12 dm.

331. 24 cm.

10. ERDVINIAI KŪNAI

371. 1) Keturkampė;
2) 5 viršūnės: S, A, B, C, D;
3) 8 briaunas: AB, BC, CD, DA, SA, SB, SC, SD;
4) 5 sienas: $ABCD$, SAB, SBC, SCD, SDA.

372. a) 4 viršūnes, 6 briaunas, 4 sienas;
b) 6 viršūnes, 10 briaunų, 6 sienas;
c) 7 viršūnes, 12 briaunų, 7 sienas.

373. **A**.

374. a) 64 cm^2; b) 12 cm^2.

375. 1) 6 m^2; 2) 12 m^2; 3) 66 m^2; 4) 78 m^2.

376. a) 1) 64 cm^2; 2) 128 cm^2; 3) 256 cm^2; 4) 384 cm^2;
b) 1) 484 m^2; 2) 968 m^2; 3) 2684 m^2; 4) 3652 m^2;
c) 1) 30 dm^2; 2) 60 dm^2; 3) 360 dm^2; 4) 420 dm^2.

377. a) 1000 m^3; b) 48 m^3; c) 24,6 m^3.

378. a) 1) 60 cm^2; 2) 90 cm^3;
b) 1) 144 m^2; 2) 1728 m^3;
c) 1) 210 m^2; 2) 3885 m^3.

379. a) 84 cm^3, 122 cm^2;
b) 960 cm^3, 608 cm^2;
c) 4725 cm^3, 1740 cm^2.